

厘清概念方法 培育科学思维

——2022年高考全国乙卷理综第25题解法探析

周耀虎

(合肥一六八中学 安徽 合肥 230601)

(收稿日期:2022-06-21)

摘要:以2022年高考全国乙卷理综第25题为例,首先对学生的错误解答进行逐一分析,通过概念辨析解决学生遇到的困惑,再提出正确的解法——微元法和质心法,最终指出实现课标所说的培养科学思维最终还是要落实到平时的物理概念、方法的教学上。

关键词:概念;微元法;质心

2022年高考全国乙卷理综第25题考查了动量守恒定律、牛顿运动定律和功能关系的综合应用,“滑块+弹簧”模型虽然老套但很经典,在设问中利用图像巧妙创设难度,既是对基本物理概念、方法的考查,更是对科学思维的考查。

1 原题再现

如图1(a)所示,一质量为 m 的物块A与轻质弹簧连接,静止在光滑水平面上.物块B向A运动, $t=$

0时与弹簧接触,到 $t=2t_0$ 时与弹簧分离,第一次碰撞结束,A、B的 $v-t$ 图像如图1(b)所示.已知从 $t=0$ 到 $t=t_0$ 时间内,物块A运动的距离为 $0.36v_0t_0$.A、B分离后,A滑上粗糙斜面,然后滑下,与一直在水平面上运动的B再次碰撞,之后A再次滑上斜面,到达的最高点与前一次相同.斜面倾角为 θ ($\sin\theta=0.6$),与水平面光滑连接.碰撞过程中弹簧始终处于弹性限度内.求:

(1)A与B第一次碰撞过程中,弹簧弹性势能的

Visual Tracking Experiment of Brownian Motion with MvImage vt and Tracker

WANG Jinxia HUANG Shaoshu

(Liupanshui No. 23 Middle School, Guizhou, Liupanshui 553001)

YUE Guolian

(Liupanshui Institute of Educational Sciences, Guizhou, Liupanshui 553004)

Abstract: MvImage vt and Tracker can be used to analyze video clips of physical experiments, track the trajectory of selected research objects, and achieve the effect of revealing physical laws with concise and efficient data analysis methods. This paper introduces the use of Tracker software to track Brownian particles in Brownian motion videos recorded by ordinary smartphones to visualize Brownian motion; at the same time, the use of biological microscopes combined with Brownian motion videos is scientifically calibrated to make Brownian motion realistic.

Key words: MvImage vt software; Tracker software; Brownian motion; visualization; reality; calibration

最大值;

(2) 第一次碰撞过程中, 弹簧压缩量的最大值;

(3) 物块 A 与斜面间的动摩擦因数.

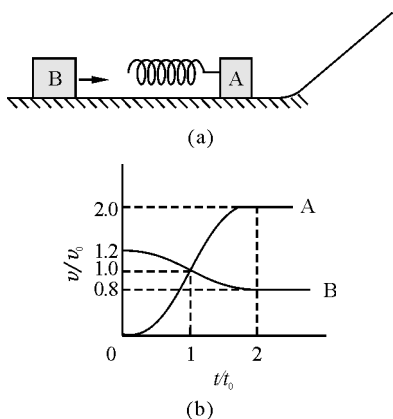


图1 2022年高考全国乙卷理综第25题题图

网络解析:

(1) 当弹簧被压缩到最短时, 弹簧的弹性势能最大, 此时 A、B 速度相等, 即 $t=t_0$ 时刻, 根据动量守恒定律

$$m_B \cdot 1.2v_0 = (m_B + m)v_0$$

根据能量守恒定律

$$E_{p\max} = \frac{1}{2}m_B(1.2v_0)^2 - \frac{1}{2}(m_B + m)v_0^2$$

联立解得

$$m_B = 5m$$

$$E_{p\max} = 0.6mv_0^2$$

(2) 同一时刻弹簧对 A、B 的弹力大小相等, 根据牛顿第二定律

$$F = ma$$

可知同一时刻

$$a_A = 5a_B$$

则同一时刻 A、B 的瞬时速度分别为

$$v_A = a_A t$$

$$v_B = 1.2v_0 - \frac{a_A t}{5}$$

根据位移等于速度在时间上的累积可得

$$s_A = v_A t (\text{累积})$$

$$s_B = v_B t (\text{累积})$$

又

$$s_A = 0.36v_0 t_0$$

解得

$$s_B = 1.128v_0 t_0$$

第一次碰撞过程中, 弹簧压缩量的最大值

$$\Delta s = s_B - s_A = 0.768v_0 t_0$$

(3) 物块 A 第二次到达斜面的最高点与第一次相同, 说明物块 A 第二次与 B 分离后速度大小仍为 $2v_0$, 方向水平向右, 设物块 A 第一次滑下斜面的速度大小为 v'_A , 设向左为正方向, 根据动量守恒定律可得

$$mv'_A - 5m \cdot 0.8v_0 = m \cdot (-2v_0) + 5mv'_B$$

根据能量守恒定律可得

$$\frac{1}{2}mv'_A{}^2 + \frac{1}{2} \cdot 5m \cdot (0.8v_0)^2 =$$

$$\frac{1}{2}m \cdot (-2v_0)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5mv'_B{}^2$$

联立解得

$$v'_A = v_0$$

设在斜面上滑行的长度为 L , 上滑过程, 根据动能定理可得

$$-mgL \sin \theta - \mu mgL \cos \theta = 0 - \frac{1}{2}m(2v_0)^2$$

下滑过程, 根据动能定理可得

$$mgL \sin \theta - \mu mgL \cos \theta = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$$

联立解得

$$\mu = 0.45$$

2 提出问题

这道题的讨论主要集中在第(2)问, 不管是难度还是其解法, 都引起了很大关注. 笔者自己让2022年的准高三学生做了这道试题并批改后, 总结发现学生大多对于第(1)问比较熟悉, 到了第(2)问果然挡住了绝大多数学生, 并从答题卷中发现有两类典型的问题:

(1) 部分学生通过第(1)问求出第一次碰撞过程中弹簧弹性势能的最大值后, 当看到第(2)问要求的是弹簧压缩量的最大值时, 试卷上只写出了 $E_p = \frac{1}{2}\kappa x^2$, 苦于题中没有给出劲度系数的值, 所以就写不下去了, 看来是没有找准正确的突破口.

(2) 有的学生利用了“平均力法”. 设 $0 \sim t_0$ 时间段内, A 受到的弹簧弹力平均值为 \bar{F} , 则

$$\bar{F}x_A = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$$

对 B 则有

$$-\bar{F}x_B = \frac{1}{2}m_B v_0^2 - \frac{1}{2}m_B(1.2v_0)^2$$

再结合第(1)问中 $m_B = 5m$, 可得

$$x_B = 2.2x_A = 0.792v_0t_0$$

则相对位移

$$\Delta x = x_B - x_A = 0.432v_0t_0$$

这是错误的解法, 问题在于混淆了力的两种平均值, 即时间平均力和位移平均值. 这是高中物理中极易出错的一组概念, 教材中并未直接涉及, 因此也是很多教师的盲区.

3 概念辨析

这种错误解法不仅在学生中常见, 在教师中也很普遍, 坚持此种解法的人存在两种可能的错误: 一种是压根不知道平均力有时间平均力和位移平均力两种; 另外一种就是知道两种平均值不同, 但错误认为此题中 A、B 的位移平均力是相等的.

所以我们有必要先来看一下两种平均值的定义. 这里的平均值本质上是加权平均值.

加权平均值是将各数值乘以相应的权数, 然后相加求和得到总体值, 再除以总的单位数. 权数指的是各数值出现的次数, 所以有

$$\bar{x} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + \dots + x_nf_n}{n}$$

力可以发生在时间上, 也发生在位移上, 即力在时间上积累, 也在位移上积累. 所谓力的“权”可以是时间, 也可以是位移.

(1) 若“权”是时间

例如: 当 F 如图 2 所示(为了说明的方便, 这里采用的是微元法, 而没有直接使用积分符号)

$$\bar{F} = \frac{F_1 \Delta t_1 + F_2 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

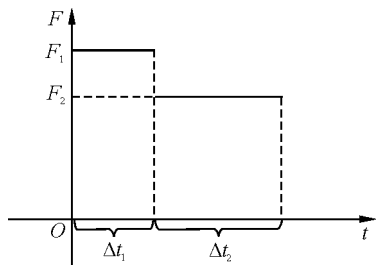


图 2 外力 F 随 t 保持恒定(分段)

当 F 变化如图 3 所示, 平均力的求法为

$$\bar{F} = \frac{F_1 \Delta t_1 + F_2 \Delta t_2 + F_3 \Delta t_3 + \dots + F_n \Delta t_n}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots + \Delta t_n} = \frac{\sum F_i \Delta t_i}{t}$$

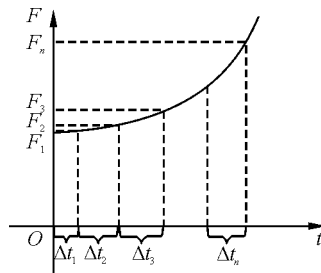


图 3 外力 F 随 t 变化(全程)

(2) 若“权”是位移

如图 4 所示, 同理有

$$\bar{F} = \frac{F_1 \Delta x_1 + F_2 \Delta x_2 + F_3 \Delta x_3 + \dots + F_n \Delta x_n}{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots + \Delta x_n} = \frac{\sum F_i \Delta x_i}{x}$$

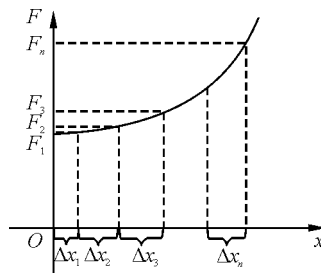


图 4 外力 F 随 x 变化(全程)

很显然, 对于同一个过程, 力随时间的变化与随位移的变化是不同的, 因此, 二者的平均值也是不同的. 求解变力的冲量应该使用时间平均值, 而求解变力做功应该使用位移平均值.

4 本题解惑

因此, 回到本题中, 解法二使用的平均力显然是位移平均力. 问题是在这个过程中 A、B 的位移平均力相等吗? 有人说, A、B 所受弹力是相互作用力, 必定时时相等! 哎对了, 注意是“时时”相等, 不是每一段位移都相等(也即当 A、B 发生相等位移时的力不一定相等). 显然, 整个过程 A、B 所受弹力的变化量是相等的, 而 B 的位移更大, 因此除以位移得到的位移平均力更小. 当然, 更有人简单地认为, 力随弹簧形变量 x 是线性变化的, 因此认为位移平均值是初末两个位置力之和的一半. 这种错误在于混淆了形变量和位移, 混淆了弹性势能与弹力做功.

弹性势能只与两个端点的相对位置有关, 因此看的是两个端点的相对位移. 而考虑弹力做功时, 则必须以地面为参考系的, 看的是对地位移, 类似于摩擦热和摩擦力做功的关系. 这里, 弹簧形变量等于相

对位移,但并不等于对地位移.弹力随形变量是线性变化也即随相对位移是线性变化的,但对地位移并非线性变化.因此,到这里,本题的疑惑就迎刃而解了.

5 解法呈现

解法一(微元求和):

本题设计的出发点应该是让学生使用高中阶段比较常见的微元思想来解题,当然,使用微元法时可以用动量定理,也可以用牛顿第二定律结合匀变速公式进行求解.它可以类比匀变速直线运动 $x-t$ 公式的推导过程,就是将时间分为无数个微元 Δt ,每一段认为是匀速直线运动,然后累加求得.

本题中可以认为每一段 $\Delta t \rightarrow 0$ 时间内的弹力为恒力,而且该力对于 A 和 B 来说是相互作用力,等大反向,作用时间相同,因此可以使用动量定理得到每一段 Δt 内 Δv_B 和 Δv_A 的关系;然后如图 5 所示在图中标记好,矩形面积就是 $\Delta t \rightarrow 0$ 内两物体的位移 Δs_B 和 Δs_A ;最后再进行类似 $x-t$ 公式推导过程的面积求和,得到 s_B 与 s_A 的关系.具体过程如下.

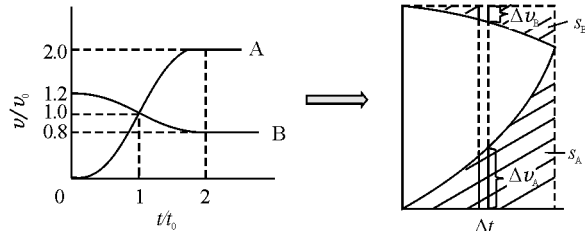


图5 微元法确定 A、B 两物体位移关系

对 A 有

$$F\Delta t = m\Delta v_A$$

对 B 有

$$-F\Delta t = m_B\Delta v_B$$

又因为第(1)问中求出 $m_B = 5m$,所以

$$|\Delta v_B| = \frac{1}{5} |\Delta v_A|$$

在 $\Delta t \rightarrow 0$ 内 A 的位移

$$\Delta s_A = |\Delta v_A| \Delta t$$

B 的位移

$$\Delta s_B = |\Delta v_B| \Delta t$$

联立上面 3 个公式,可得在任意极短时间内总有

$$\frac{\Delta s_B}{\Delta s_A} = \frac{1}{5}$$

所以在 $0 \sim t_0$ 内累加求和,得到的就是 A、B 各自的

总位移大小,即图示中阴影部分的面积.

$$s_B = \frac{1}{5} s_A = 0.072 v_0 t_0$$

相对位移

$$\Delta x = 1.2 v_0 t_0 - s_A - s_B = 0.768 v_0 t_0$$

解法二(质心不动):

有些竞赛基础好的学生可能首先想到的是弹簧双振子模型(当然这里不是),但是依然可以用质心系去研究,其实转化成了人船模型(质心不动),果然很简单.

首先由质心速度公式易求得

$$v_c = \frac{M \cdot 1.2 v_0 + m \cdot 0}{M + m} = v_0$$

方向水平向右.如图 6 所示,在质心系中看,质心速度始终为零,质心位置不变,类似于人船模型,物体的质量乘以在质心系中的位移之和为零.具体过程如下.



图6 质心法确定 A、B 两物体速度和位移的关系

在质心系中看

$$5m(v_0 t_0 - x_B) = m(0.36 v_0 t_0 - v_0 t_0)$$

$$x_B = 1.128 v_0 t_0$$

所以压缩量为两物体位移的差值

$$\Delta x = x_B - x_A =$$

$$1.128 v_0 t_0 - 0.36 v_0 t_0 = 0.768 v_0 t_0$$

6 总结

综上所述,概念的厘清对高中物理的教学至关重要,教学中概念方法、经典模型虽然不能创新,但是情境新、设问角度新、一题多解等,都可以让学生摆脱过去那种机械式的刷题,也符合高考对学生素质的综合考查;我们教师的课堂例题、测试也应多采用贴近时代、贴近社会、贴近生活的素材,鼓励学生理论联系实际,关心日常生活、生产活动中蕴含的实际问题,思考课堂所学内容的应用价值;合理创设情境,设置新颖的试题呈现方式和设问方式,促使学生主动思考,发现新问题,找到新规律,得出新结论^[1].

参考文献

- [1] 教育部考试中心. 中国高考评价体系说明[M]. 北京:人民教育出版社,2019:32.