



大学视角下的高中电磁学*

孙旭磊

(中国科学技术大学少年班学院 安徽 合肥 230026)

卢荣德

(中国科学技术大学物理学院 安徽 合肥 230026)

(收稿日期:2022-07-14)

摘要:在大学物理的视角下审视高中电磁学,发现许多习题的解答是有问题的,由此引发对高中物理教学的深层次思考.

关键词:电磁学;大学视角;物理教学;高中物理

高中生在学习物理学时,往往缺乏一定的数理基础,一时难以辨别出有些高中教师使用的错误模型,这种现象在电磁学习题中尤为明显.错误的思维方式经过高中“题海战术”的反复训练,会在高中生的脑海中根深蒂固,并带到大学学习中,这种教学模式不利于学生的可持续发展.对于错误的物理模型,若未及时有效地纠正其中的错误,会使学生形成错误的前概念,为此本文以电磁学的3类典型题目为例,来说明这一教学问题,并略陈浅见.

1 定性分析题

【例1】判断题:如图1(a)所示,磁铁下降时,其正下方的导体线圈有缩小趋势.

高中生易被“增反减同”“增缩减扩”等所谓的“口诀”误导,认为磁铁下降时,导体线圈的磁通量增加,故需要缩小面积以求更小的磁通量,从而认为本题是正确的.

虽然楞次定律表明,感应电流的磁场要阻碍引起感应电流的磁通量的变化,而且磁铁下降时,导体线圈的磁通量确实会增加^[1];但是想要获得更小的磁通量,并不一定要缩小面积.这是因为磁铁产生的磁感线既有向上的,也有向下的,导体线圈面积增大后向上穿过的磁感线也增多.显然,面积 $S \rightarrow \infty$ 时,

向上和向下的磁感线相互抵消, $\Phi \rightarrow 0$.故穿过导体线圈的磁通量与其面积的大致关系如图1(b)所示.导体线圈究竟是缩小还是增大取决于当前状态处于极值点左侧(A处)还是右侧(B处).因此本题答案是“错误”.该题的参考答案给的就是“正确”,可见命题者考虑得不够细腻.

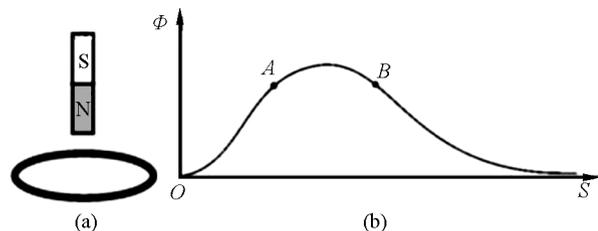


图1 例1题图及 $\Phi-S$ 关系图像

从这道题中可看出,高中物理教学过于强调“口诀”而忘记物理本质,这样的教学容易引起学生的思维固化.

【例2】判断题:

(1) 同一介质对于不同频率的光,频率越高,折射率越大.

(2) 光在介质界面发生折射时,折射光线和入射光线分居在界面法线两侧.

这类题属于知识性记忆题,高中生往往对比题目和记忆中的结论是否一致,确认一致后便判断答

* 高等教育科学研究规划课题,项目编号:22LK0309;安徽省教学研究项目,项目编号:2020jyxm2302;中国科学技术大学重点教学研究项目资助,项目编号:2022xjyxm004,2021xjyxm009.

作者简介:孙旭磊(2004-),男,在读本科生.

通讯作者:卢荣德(1966-),男,博士,副教授,研究方向为复杂系统物理机理优化与检测.

案为“正确”,而很少有人会怀疑结论本身的正确性.

下面先以例2第(1)题为例,分析其机理.

众所周知,光波即为电磁波,此题即要研究电磁波在界面上的折射.设入射波、反射波、折射波的电场强度分别为^[2]

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \\ \mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 e^{j(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \\ \mathbf{E}'' = \mathbf{E}''_0 e^{j(\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}''$ 为波矢量.

如图2所示,选界面为 $z=0$. 由边值关系得

$$\mathbf{e}_z \times (\mathbf{E} + \mathbf{E}') = \mathbf{e}_z \times \mathbf{E}'' \quad (2)$$

即

$$\mathbf{e}_z \times (\mathbf{E}_0 e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} + \mathbf{E}'_0 e^{j\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}}) = \mathbf{e}_z \times \mathbf{E}''_0 e^{j\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{x}} \quad (3)$$

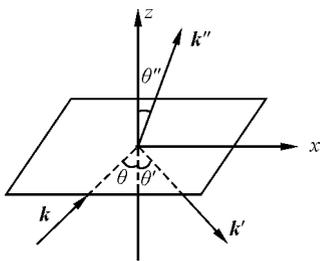


图2 入射、反射与折射波矢

式(3)对 $z=0$ 和任意的 x, y 均成立,故

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} = \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{x} \quad (4)$$

再由 x, y 的任意性,得

$$k_x = k'_x = k''_x \quad k_y = k'_y = k''_y \quad (5)$$

取入射波矢在 xz 平面上,则有

$$k_y = 0 \quad (6)$$

以 $\theta, \theta', \theta''$ 为入射角、反射角、折射角,有

$$\begin{cases} k_x = k \sin \theta \\ k'_x = k' \sin \theta' \\ k''_x = k'' \sin \theta'' \end{cases} \quad (7)$$

设 v_1, v_2 为电磁波在两介质中的相速度,有

$$k = k' = \frac{\omega}{v_1} \quad k'' = \frac{\omega}{v_2} \quad (8)$$

因此

$$\theta = \theta' \quad \frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{v_1}{v_2} \quad (9)$$

这就是反射和折射定律.

对于电磁波,有 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$, 故相对折射率为

$$n_{21} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}} \quad (10)$$

由于除铁磁质外,一般介质都有 $\mu \approx \mu_0$, 因此

通常可以认为^[3]

$$n_{21} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad (11)$$

接下来推导介电常数 ϵ 与电磁波频率 ω 之间的关系. 电磁波在介质中传播的微观机制是: 电磁波的谐振电场作用到介质中的电子上, 使电子以相同的频率做受迫振动, 振动着的电子又辐射电磁波, 如此循环.

我们用谐振子作为介质中束缚电子的模型(严格而言应从量子力学出发, 但经典谐振子模型在本题中足以说明问题), 设谐振子的固有频率为 ω_0 , 则在入射波电场 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-j\omega t}$ 作用下的运动方程为

$$\ddot{\mathbf{x}} + \gamma \dot{\mathbf{x}} + \omega_0^2 \mathbf{x} = \frac{e}{m} \mathbf{E}_0 e^{-j\omega t} \quad (12)$$

式中阻尼系数 $\gamma = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3}$. 方程的稳态解为

$$\mathbf{x} = \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma} \mathbf{E}_0 e^{-j\omega t} \quad (13)$$

因此介质的电极化强度为

$$\mathbf{P} = Ne\mathbf{x} = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma} \mathbf{E} \quad (14)$$

介电常数为

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma} \quad (15)$$

以上假设了电子只有一个固有频率, 实际上在原子中的电子有多个固有频率, 对应于从基态到不同激发态的能量差除以 \hbar . 设单位体积内固有频率为 ω_i 的电子数目为 Nf_i , 阻尼系数为 γ_i , 则式(15)改写为^[4]

$$\epsilon = \epsilon_0 + \sum_i \frac{Ne^2}{m} \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - j\omega\gamma_i} \quad (16)$$

故复折射率为

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \approx 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - j\omega\gamma_i} \quad (17)$$

其实部即为通常意义的折射率

$$n_r = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \sum_i \frac{f_i (\omega_i^2 - \omega^2)}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma_i)^2} \quad (18)$$

如图3所示可作 $(n_r - 1)$ 与 ω 的关系图, 从中发现在多数情况下折射率 n_r 确实与电磁波频率 ω 正相关, 但当 ω 在电子固有频率附近时, 折射率随着频

率 ω 的增加而急剧下降,此即为反常色散^[4].故第(1)题的表述错误.

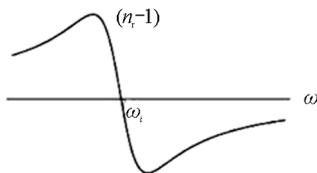


图3 $(n_r - 1)$ 与 ω 的关系图

例2第(2)题,出题者和答题者也均忽视了一个反常情况:对于负折射率物质,有 $\mu < 0, \epsilon < 0$, 电场强度 \mathbf{E} 、磁场强度 \mathbf{H} 和波矢量 \mathbf{k} 呈左手螺旋关系(常规介质中是右手螺旋关系), $n = -\sqrt{\mu\epsilon} < 0$, 此时折射光线和入射光线在界面法线同侧. 故该题的表述也是错误的.

由此可见,面对这种“结论”时,倘若我们仅仅是只接受而不去思考其原因,则与机器无异;我们应持有怀疑态度,多问几个“为什么”. 许多科学发现往往就是从看似“显然”常识质疑中诞生的.

2 定量计算题

【例3】计算题:如图4所示,两根足够长的光滑金属杆 ab 和 cd 竖直放置,在金属杆的底端连接 $C = 0.9 \text{ F}$ 的电容器和 $R = 1 \Omega$ 的电阻,质量 $m = 0.1 \text{ kg}$, 长度 $l = 0.5 \text{ m}$ 的金属棒 ef 套在竖直杆上,能自由运动,电阻 $R_{ef} = 1 \Omega$, 金属杆的上方区域存在磁感应强度 $B = 2 \text{ T}$ 的匀强磁场,方向垂直向里,磁场区域足够大, g 取 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

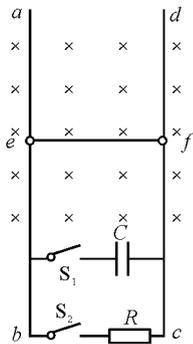


图4 例3题图

(1) 断开开关 S_1 , 闭合开关 S_2 , 若作用在金属棒上的是恒力 $F = 4 \text{ N}$, 方向竖直向上, 金属棒由静止向上运动 $s = 1 \text{ m}$ 后撤去该力, 此后金属棒继续向上运动距离 s 后速度减为零, 在这个过程中金属棒上产生的热量 Q 是多少?

(2) 断开开关 S_1 , 闭合开关 S_2 , 若给金属棒 ef

施加一个竖直向上的力 F , 使金属棒由静止开始以 $2.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的加速度向上运动, 给出力 F 随时间 t 的变化关系.

(3) 闭合开关 S_1 , 断开开关 S_2 , 将金属棒 ef 从某一高处由静止释放, 当金属棒下落 $h = 2 \text{ m}$ 时(未离开磁场), 求电容器的电荷量 q .

第(1)、(2)问暂略去, 第(3)问原有答案如下:

此过程中导体棒一直做匀加速直线运动.

$$mg - F_A = ma \quad (19)$$

$$F_A = BIl \quad (20)$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (21)$$

$$\Delta q = C\Delta U = CBl\Delta v \quad (22)$$

联立式(19) ~ (22) 并赋值可得

$$a = \frac{mg}{B^2 l^2 C + m} \quad (23)$$

$$v = \sqrt{2ah} \quad (24)$$

$$q = CU = CBlv \quad (25)$$

解得

$$a = 1.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad v = 2.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad q = 1.8 \text{ C}$$

该解答从第一句话“导体棒一直做匀加速直线运动”开始就出错, 这个论断并未给出解释, 显然是出题者想当然了. 事实上, 电容器两端电压 U 不等于动生电动势 Blv , 因为导体棒有一定的分电压, 从而 $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ 并不是常量, 那么 F_A 也不是常量, 即导体棒做变加速运动. 该题正确解答如下:

该电路满足似稳条件, 因此由基尔霍夫定律得

$$\dot{q}R_{ef} + \frac{q}{C} = Blv \quad (26)$$

由牛顿第二定律, 得

$$m\dot{v} = mg - B\dot{q}l \quad (27)$$

联立式(26)、(27) 可解得

$$v = (t - 8.1 \times 10^{-1} e^{-\frac{100}{9}t} + 8.1 \times 10^{-1}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (28)$$

$$q = (0.9t + 8.1 \times 10^{-2} e^{-\frac{100}{9}t} - 8.1 \times 10^{-2}) \text{ C} \quad (29)$$

对式(28) 积分, 得

$$s = \int_0^t v dt = (8.1 \times 10^{-1} t + 0.5t^2 + 7.3 \times 10^{-3} e^{-\frac{100}{9}t} - 7.3 \times 10^{-3}) \text{ m} \quad (30)$$

令 $s = h$, 得

$$t \approx 1.4 \text{ s}$$

代入式(29),得

$$q \approx 1.2 \text{ C}$$

这种解法用到了求解微分方程的方法,而高中生一般缺乏该数学基础,因此不能正确解决该题.在含有电容/电感的电路中的电磁感应问题往往会导致这一情况.这种情况在出题时就应当避开,而不是建立一个错误的模型误导学生.

另外,从计算结果可看到,原有答案与正确答案的相对误差高达 $\frac{1.8 \text{ C} - 1.2 \text{ C}}{1.2 \text{ C}} \times 100\% = 50\%$,因此将电容器两端电压 U 近似为动生电动势 Blv 亦是不可取的.

3 定性半定量分析题

【例4】画图题:如图5(a)所示圆形区域(半径足够大)内有匀强磁场,磁场按图5(b)所示规律周期变化(垂直纸面向内为正),圆心处有一质量为 m 、带正电 q 的粒子在 $t=0$ 时射出,初速度 v_0 向上.请画出粒子的运动图像.已知 $B_0 = \frac{mv_0}{qr}$, $T = \frac{2\pi m}{qB_0}$.

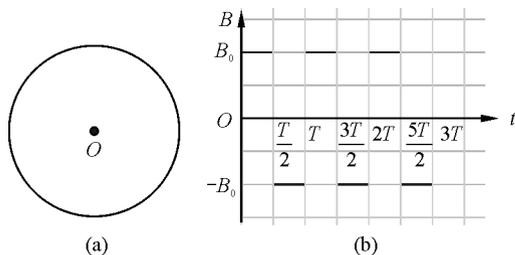


图5 例4题图

高中电磁学常常遇到磁场突变相关题目,但从未考虑过磁场突变产生的感应电动势(暂且不考虑磁场突变是否现实).这道题是从众多磁场突变型题中提炼出来的,下面给出答案:

如图6所示,粒子沿路径 $OABAOCDO$ 周期性运动,其中半圆的半径 $r = \frac{mv_0}{qB_0}$. 由于变化的磁场在半径为 R 处产生电场 $E = \frac{R}{2} \frac{dB}{dt}$ (可由法拉第电磁感应定律推出),粒子在 B 、 D 点的动量突变为

$$\Delta(mv) = Eq \Delta t = \frac{2r}{2} \Delta B q = r \cdot 2B_0 q = 2mv_0 \quad (31)$$

在 O 点虽然也有磁场突变,但由于 $R=0$,故动量不变.

关于此题,高中生没有考虑磁场突变产生的感应电动势,这是因为高中课本中教的电磁感应定律为 $\epsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$,而不是 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$,因而学生无法推得 $E = \frac{R}{2} \frac{dB}{dt}$.

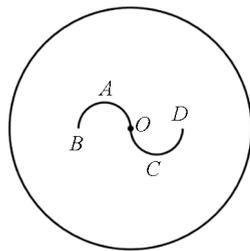


图6 例4解答图

【例5】选择题:如图7所示,某足够长的粗糙的直角绝缘斜面静止放置在水平地面上,某质量为 m 的物体从斜面顶端由静止开始下滑.现给物体带上一定量的正电荷,且保证物体所带电荷量保持不变,在空间中加入垂直纸面向里的恒定匀强磁场,物体在斜面上下滑的过程中,斜面相对地面一直保持静止,则下列说法中正确的是()

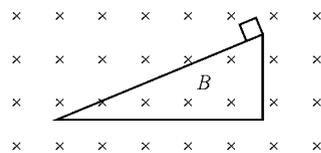


图7 例5题图

- A. 物体一直沿斜面向下做加速运动
- B. 斜面与地面间的静摩擦力始终保持不变
- C. 斜面相对地面一直有水平向右的运动趋势
- D. 地面对斜面的静摩擦力方向先向左后向右

原有答案为选项C,并对选项A做出解释为:物体带正电,因下滑产生速度,则根据左手定则,受到的洛伦兹力垂直斜面向下,导致压力增大,小物块受到的摩擦力增大.则当滑动摩擦力等于重力的下滑分力时,最终物体在斜面上做匀速直线运动,故选项A错误.

但“最终物体在斜面上做匀速直线运动”缺乏理论依据.事实上,随着时间的增长,物块的速度只能趋于某一值,加速度只能趋于零,而永远无法达到平衡状态(不考虑扰动).定量地,我们可列出方程

$$N = mg \cos \theta + qvB \quad (32)$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin \theta - \mu N \quad (33)$$

其中 θ 为斜面倾角, N 为物体与斜面间的压力. 联立式(32)、(33) 可得

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu q B}{m} v + g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (34)$$

解式(34) 微分方程, 得

$$v = \frac{b}{k} (1 - e^{-kt}) \quad (35)$$

式中 $k = \frac{\mu q B}{m}$, $b = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$.

可见物体一直做加速运动, 速度趋向于 $\frac{b}{k}$, 故选项 A 正确.

在纯运动学问题中也有类似的“速度逼近问题”, 常见的如“汽车启动问题”: 一辆静止的汽车先以恒定加速度启动, 再以恒定功率加速, 那么其速度亦是趋于平衡速度, 但不会达到.

这类问题在高中练习中频频出现, 尚待有正确解答. 究其原因, 仍是高中生缺乏数理基础, 无法求解微分方程; 而教师在“分数至上”应试教育背景下, 往往只教授要考的知识, 尚待重视真理的传播.

4 结束语

高中物理中还有许多类似问题值得商榷, 由于篇幅限制, 这里仅选了电磁学的 3 类典型题目进行分析. 从中可以发现: 习题与课本知识范围脱节; 出题者水平参差不齐, 考虑问题不够周全; 学生由于

“题海”的压榨, 难有足够的时间深入思考.

下面略表浅见, 欢迎前辈同行指导交流: 首先命题者自身应具有较高的物理水平, 本着认真负责的态度命题; 若涉及超纲的知识, 理应尽可能避开, 不能用错误的模型误导学生. 其次, 高中生应敢于质疑老师和参考答案(本文中的几个例题, 若仅对原有答案提出质疑, 则无需大学知识; 若解疑则需更深的数学基础); 有能力的学生可超前学习, 使用微积分知识解决物理问题. 另外, 高中教师应当精选优质题目, 而不是盲目使用“题海战术”; 应引导学生深度思考, 培养学生的质疑精神.

笔者作为物理竞赛生, 在高中时曾向高中老师多次反映这一教学问题, 但效果均不理想, 故特作此文以析之, 深望教育界之重视.

参考文献

- [1] 人民教育出版社, 课程教材研究所, 物理课程教材研究开发中心. 普通高中教科书物理(第二册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2022.
- [2] CHEN Shuqi, LI Zhi, ZHANG Yuebian, et al. Phase Manipulation of Electromagnetic Waves with Metasurfaces and Its Applications in Nanophotonics[J]. Adv. Optical Mater., 2018, 1800104:1-25.
- [3] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2018:117-118, 267, 269-270.
- [4] David J. Griffiths. Introduction to Electrodynamics, Fourth Edition [M]. 4thed. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2017:420-423.

Electromagnetics in Senior High School from University Perspective

SUN Xulei

(School of the Gifted Young, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026)

LU Rongde

(School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026)

Abstract: This paper examines high school electromagnetism from the perspective of college physics, and finds that there are some problems in the solutions to many exercises, which leads to deep thinking on high school physics teaching.

Key words: electromagnetics; university perspective; physics teaching; high school physics