

基于 GeoGebra 对杠杆动态平衡问题的可视化研究

石俊杰 吴倩

(乌鲁木齐八一中学 新疆 乌鲁木齐 830000)

(收稿日期:2022-09-05)

摘要:介绍了 GeoGebra 软件解决杠杆动态平衡问题中的 3 类情形,借助其极佳的动态性,使相应的动态平衡过程形象地显示出来,突破这一教学难点,消除或降低学生的理解难度。

关键词:GeoGebra;力臂;动态平衡;可视化

1 杠杆动态平衡问题的难点

杠杆的“动态平衡问题”是初中物理习题教学一个难点,其中力臂长度的动态变化对学生来说理解起来较为困难,因为当动力和阻力的大小或方向变化时,它们在动态平衡中所形成的力臂,由于包含了较为抽象和复杂的数学几何关系^[1],学生很难想象到具体的动态变化过程,再加上学生遇到较复杂问题总是不自觉地把支点到力的作用点的距离当力臂,故感受到分析杠杆动态平衡中的力臂变化问题抽象困难,无从下手^[2]。

在传统教学中,教师通常采用弹簧测力计演示杠杆动态平衡问题,但是由于一些动态问题很难操作演示(例如动力始终和杠杆垂直),而且在演示过程中,力臂的长度无法直观展示,课堂教学可视性不理想,致使学生对力臂变化规律难以理解,也就无法分析出相应力的大小变化情况。而 GeoGebra 软件是一款具有强大代数运算及绘图功能的动态数学软件,十分适合解决物理学科抽象性的问题,增强物理教学的可视化。利用 GeoGebra 中的动态功能,可直观显示出轨迹力臂的变化过程,帮助学生获得具体的感性认识,促进学生的理性思维。笔者根据动力的方向变化的情况进行分类讨论,由简单情形到复杂情形,化抽象复杂为形象具体,介绍在 GeoGebra 中制作杠杆动态平衡问题可视化的方法。

2 利用 GeoGebra 帮助解决杠杆动态平衡问题

2.1 始终受到与杠杆垂直的力

【例 1】如图 1 所示,作用在杠杆一端且始终与

杠杆垂直的力 F ,将杠杆缓慢地由位置 A 拉至位置 B,拉力在这个过程中()

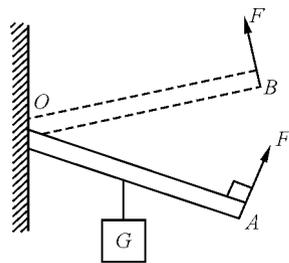


图 1 例 1 题图

- A. 变大
B. 变小
C. 不变
D. 先变大后变小

2.1.1 课件原理

该问题中阻力大小和方向均不变,动力始终垂直于杠杆,定性分析可得动力作用点的运动轨迹为绕 O 点的圆,所以不难通过 GeoGebra 中的“旋转”功能模拟杠杆在动力作用下的转动,在“文本”功能中设置关联,动力臂和阻力臂的大小变化情况通过数值可以直观显示出来,再利用杠杆平衡条件可分析出拉力的变化情况。

2.1.2 课件制作

(1) 选取“线段”工具,绘制线段 f ,作为墙面,线段 CA 作为杠杆;

(2) 选取“圆”工具,绘制以 C 点为圆心过 D 点的圆 c ,A 点为圆 c 上的动点;

(3) 选取“滑动条”工具,设置角度 α ,区间设置为 $(-90^\circ, 90^\circ)$,增量为 1° ;选取“旋转”工具,点击线段 CD 和 D 点,“旋转角度”关联角 α ,得到旋转后的线段 CD' ;

(4) 选取“垂线”工具,分别作出线段 OJ 和线段 OI,命名为 $L_{\text{动}}$ 和 $L_{\text{阻}}$;

(5) 选取“文本”工具,输入“阻力臂 $L_{阻} = m$ ”关联线段 CF ;再创建文本,输入“ $F = \frac{L_{阻}}{L_{动}}G$ ”,其中“ $L_{阻}$ ”关联线段 CF ;

(6) 点击 C' 和 E ,设置“开启跟踪”,隐藏不需要的对象和标签.

2.1.3 课件说明

该问题是始终受到与杠杆垂直的力的动态平衡的问题,解决问题关键是确定动力和阻力作用点

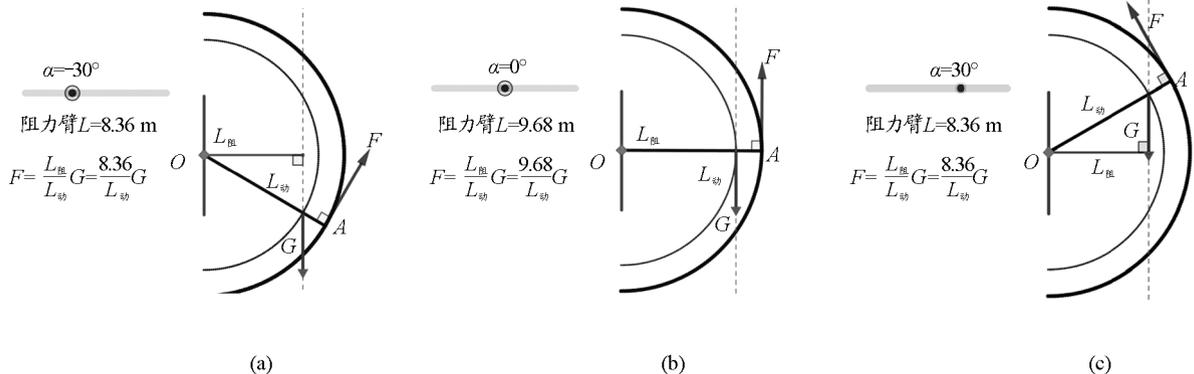


图2 始终受到与杠杆垂直的力,阻力臂 $L_{阻}$ 动态变化图

2.2 始终受到竖直向上的力

【例2】如图3所示, OA 是一根可绕 O 点自由转动的轻质杠杆, 杠杆 B 点悬挂一重物 G , 在 A 端始终受到一个竖直向上的拉力 F , 使杠杆缓慢向上转动, 直至竖直方向, 在此过程中, 力 F 的大小将()

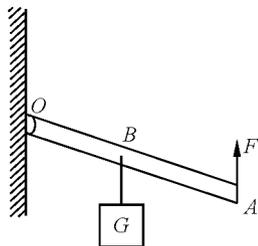


图3 例2题图

- A. 逐渐变大 B. 逐渐变小
C. 保持不变 D. 先变大后变小

2.2.1 课件原理

该问题中阻力和动力的方向都不发生改变, 主要通过观察动力臂和阻力臂的长度变化来判断动力 F 的大小, 在 GeoGebra 中可“开启跟踪”显示动力和阻力作用点的轨迹, 从而观察出两个力臂的大小变化情况.

2.2.2 课件制作

(1) 选取“线段”工具, 绘制线段 f 作为墙面. 绘制线段 CD 作为杠杆;

运动轨迹, 从而判断出两个力臂的变化情况. “启动动画”即可发现 G 、 E 点的运动轨迹是以 O 点为圆心的圆, 再利用“文本”功能在课件中输入动力 F 的表达式, 直观显示出, 动力 F 与 $L_{阻}$ 成正比. 如图2所示, 移动滑动条, 当杠杆在水平位置下方的 30° 时, 阻力臂 $L = 8.36$ m, 当杠杆恰好在水平位置时, 阻力臂 L 为最大值 9.68 m, 直至杠杆转动到水平位置上方 30° 时, 阻力臂 L 又变为 8.36 m. 综上可得: 阻力臂先变大后变小, 则动力 F 先变大后变小.

(2) 选取“圆形”工具, 过 O 点 D 点绘制圆 c , A 点为圆 c 上的动点;

(3) 选取“滑动条”工具, 设置角度 α , 区间设置为 $(-90^\circ, 90^\circ)$, 增量为 1° . 选取“旋转”工具, 点击线段 CD 和 C 点, 使“旋转角度”关联角 α , 得到旋转后线段 $C'D'$;

(4) 选取“垂线”工具, 分别作出线段 OJ 和线段 OI , 命名为 $L_{动}$ 和 $L_{阻}$;

(5) 选取“文本”工具, 输入“阻力臂 $L_{阻} = m$ ”关联线段 CF ;再创建文本, 输入“ $\frac{L_{阻}}{L_{动}}$ ”, 其中“ $L_{阻}$ ”关联线段 CF ;“ $L_{动}$ ”关联线段 CJ ;

(6) 点击 D' 和 E , 设置“开启跟踪”, 隐藏不需要的对象和标签.

2.2.3 课件说明

根据题意, 本课件将动力臂和阻力臂的实时长度在“文本”中表示出来, 为方便计算, 直接在“文本”中表示出动力臂与阻力臂的比值, 通过观察和分析, 发现在杠杆缓慢向上转动过程中, 二者的比值是一个定值, 如图4所示, 则动力大小也就不发生改变, 这种动态的展示把抽象的力臂变得形象化, 使得学生更容易发现此类问题中“动力臂与阻力臂的比

值不变”这一规律,教师也可通过相似三角形的几

何知识验证这一结论,使本课件更具有说服力.

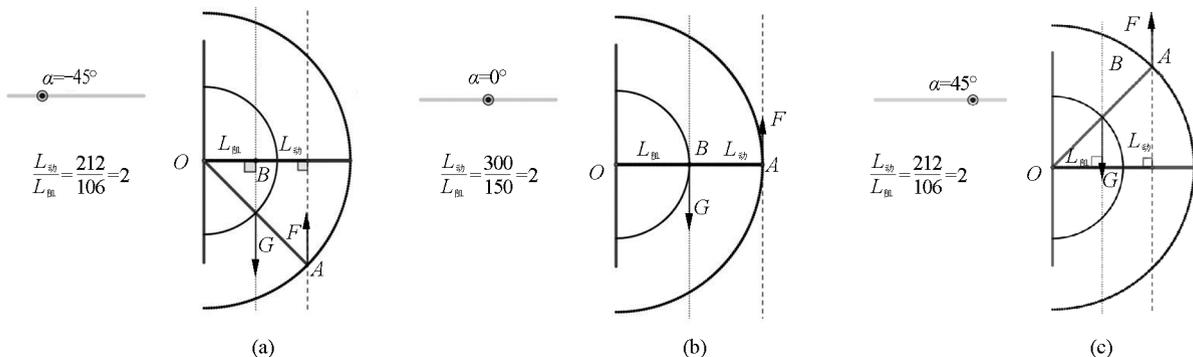


图4 杠杆始终受到向上的力,动力臂与阻力臂比值的动态变化图

2.3 始终受到向上的力

【例3】如图5所示,轻质杠杆OA的B点挂着一个重物,A端用细绳吊在圆环M下,此时OA恰好水平且A点与圆弧形架PQ的圆心重合,那么当环M从Q点逐渐滑至P点的过程中,绳对A端的拉力大小将()

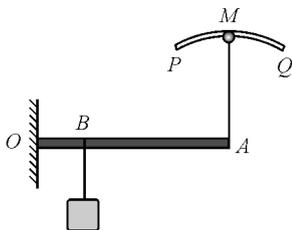


图5 例3题图

- A. 逐渐变大
- B. 逐渐变小
- C. 保持不变
- D. 先变小后变大

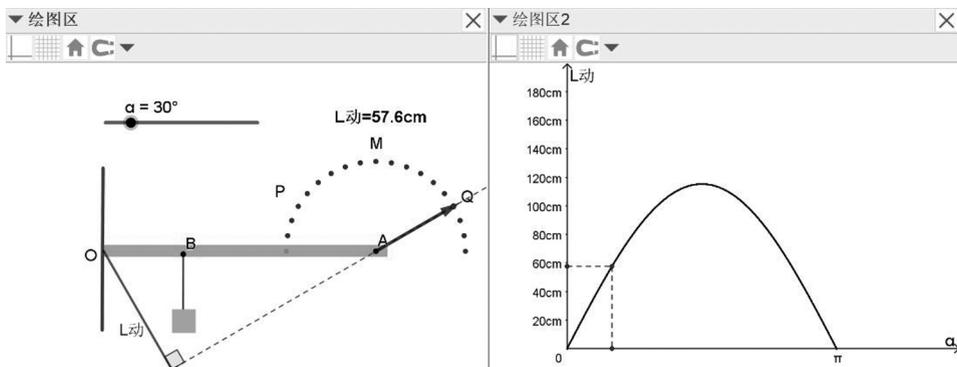
2.3.1 课件原理

此类问题动力的大小和方向都要发生改变,但动力的作用点始终不变,在 GeoGebra 中“开启追踪”,可发现动力绕作用点的轨迹为杠杆上方的半

圆,在动力F绕作用点逆时针旋转时,为将抽象的动力臂长度随旋转角度变化过程形象可视化,选取“绘图区2”,可以绘制出“ $L_{动} - \alpha$ ”图,如图6所示,使学生分析该问题事半功倍.

2.3.2 课件制作

- (1) 选取“线段”工具,绘制线段 f 作为墙面,使用“多边形”工具,制作出杠杆模型;
- (2) 选取“圆”工具,作出圆心为A点且过M点的圆 p ,点P为圆上的任意一点;
- (3) 选取“滑动条”工具,设置角度 α ,区间设置为 $(0^\circ, 180^\circ)$,增量为 10° ,使用“旋转”工具,点击线段CD和C点,“旋转角度”关联角 α ,得到旋转后的向量 u' ;
- (4) 选取“垂线”工具,作出线段OR命名为 $L_{动}$,使用“文本”工具,输入“ $L_{动} = OR \text{ cm}$ ”;
- (5) 打开“绘图区2”,在指令单输入“ $(\alpha, L_{动})$ ”创建点S,再在指令栏中输入 (S, α) ,创建 $Loc1$;
- (6) 点击点R、S开启“开启跟踪”,隐藏不需要的对象和标签,在绘图区2中对坐标轴进行相关的单位设置.



(a)

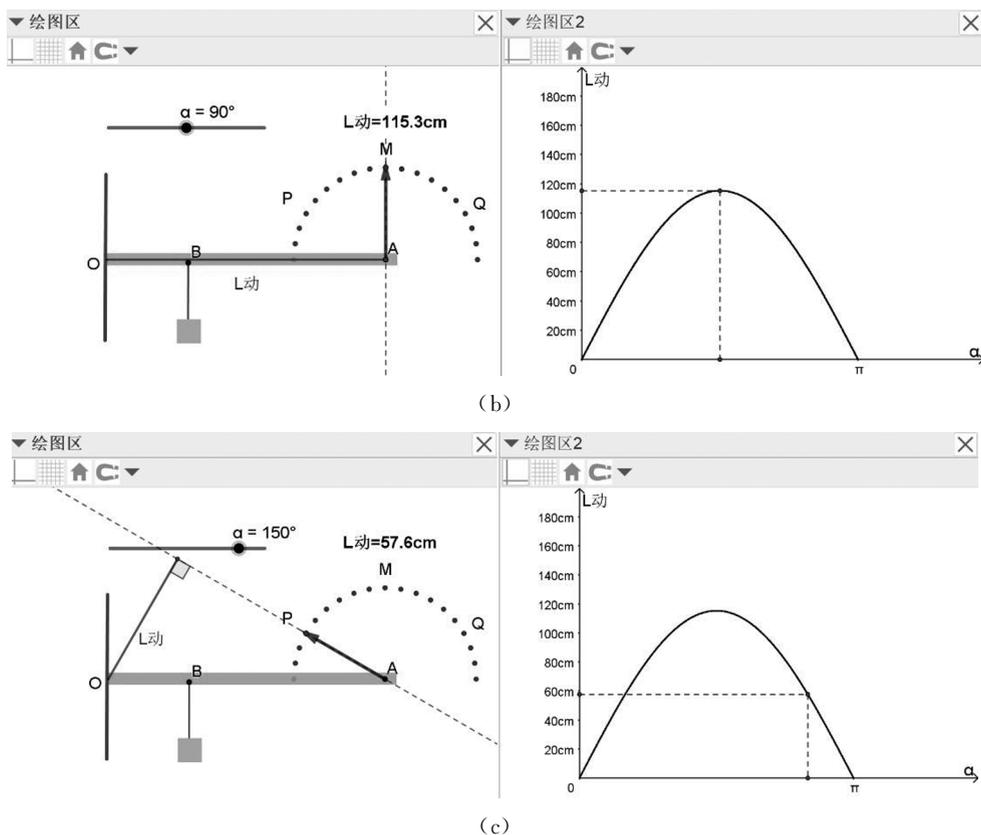


图6 杠杆始终受到向上的力,动力臂 $L_{\text{动}}$ 与旋转角度 α 关系图

2.3.3 课件说明

根据题意,本课件模拟出了动力方向绕固定作用点旋转时的动态平衡过程,绘图区中的“文本”也实时显示出了动力臂的长度,分析可得:当动力作用线旋转至 Q 点时, $L_{\text{动}} = 57.6 \text{ cm}$; 动力作用线旋转至 M 点,此时动力与杠杆垂直时,动力臂有最大值为 115.3 cm ; 当动力作用线旋转至 P 点, $L_{\text{动}} = 57.6 \text{ cm}$; 动力作用线从 Q 点滑至 P 点的过程中,动力臂先变大后变小. 同时在绘图区2获得动力臂的长度随着旋转角度 α 的变化图像,由图像可得: $L_{\text{动}}$ 与 α 满足二次函数关系,当动力方向旋转角度 α 为 90° 时,动力臂达到最大值,与绘图区中课件实际模拟的变化情形同步一致,再根据杠杆动态平衡条件分析可得动力是先变小后变大.

3 总结

软件 GeoGebra 由于其界面简单易操作,功能强大,在初中物理教学中给教师和学生带来了极

大的便利^[1],尤其是在杠杆动态平衡问题的分析上,它综合了受力分析、杠杆平衡条件知识,又用到了平面几何知识,综合性较强,还需要学生具备动态的几何想象能力,这类问题对很多学生来说比较抽象. 而利用软件 GeoGebra 中的动态功能,将杠杆动态平衡问题中的“始终受到与杠杆垂直的力”“始终受到竖直向上的力”“始终受到向上的力”等情形制作成课件,为学生创设可视化、更容易理解的教学情境,摆脱了此类问题在传统教学中的“演示实验可视化不理想,理论分析学生有畏难心理”的困境,有利于突破教学难点,提高课堂效率.

参考文献

- [1] 陈林,桑芝芳. GeoGebra 软件在磁场教学中的案例分析——以磁场“动态圆问题”为例[J]. 中学物理, 2020, 38(5): 50-53.
- [2] 卢义刚,陈先明. 以问题引领思维,用探究生成观念——以“探究杠杆平衡条件”的深度备课为例[J]. 物理教师, 2020, 41(7): 46-49.