

# 应用多普勒效应测速的深入讨论

——以人教版物理教材选择性必修一为例

孙鑫军

(浙江省诸暨中学 浙江 绍兴 311800)

(收稿日期:2022-09-26)

**摘要:**利用多普勒效应测速是一种重要的技术手段.但在教学过程中发现,对于测速的原理到底如何,学生以及部分教师并不是很清楚,笔者从多普勒效应的原理出发,发现此问题对应的模型是波源和观察者同时运动的情景,并得到了频率变化与速度之间的关系,再进一步讨论了电磁波的多普勒效应.

**关键词:**多普勒效应;测速;教材

## 1 问题缘起

人教版物理教材选择性必修一第三章第5节介绍了利用多普勒效应测速的几种情形,测车速、水的流速、血流的速度以及星球相对地球的速度等,以彩超测血流速度为例,教材中有这样一段话:“医生向人体内发射频率已知的超声波,超声波被血管中的血流反射后又被仪器接收.测出发射波的频率变化,就能知道血液的流速.这种方法俗称‘彩超’,可以检查心脏、大脑和眼底血管的病变.”此处频率变化的原因到底是波源在动还是观察者在动,或者两者都在动呢?笔者让学生对此问题展开了激烈的讨论,学生们一致认为是波源在动,因为此处接收器可以作为观察者,是不动的,血液中反射超声波的红细胞可以当作运动的波源,事后和同事们进行了交流,大多亦认可这种想法.事实果真如此吗?下面我们对这一问题做详细的分析.

## 2 多普勒效应原理

1842年一天,奥地利物理学家多普勒带着女儿在铁道旁散步时发现,当火车迎面而来时音调较静止高,而列车迅速离去时则音调较静止低,他经过认真研究,发现波源与观察者相互靠近或者远离时,接收到的波的频率都会发生变化,人们把这种现象叫做多普勒效应.下面推导多普勒频移的公式<sup>[1]</sup>,为了简单,先讨论波源或观察者的运动方向与波的传播

方向共线的情形.

### (1) 波源静止,观察者运动的情形

如图1所示,设波在介质中传播的速度为 $u$ ,观察者A的速度为 $v_A$ .所谓观察者的频率也就是单位时间内通过观察者的完整波个数,波在1s内相对介质行进了距离 $u$ ,若观察者A的速度 $v_A=0$  m/s,波在1s内相对观察者也行进了距离 $u$ ,此时观察者感觉到的波长不变,即此时观察者感受到的频率与波源的频率相同,若观察者A运动,则1s内通过波相对观察者A行进的距离为 $u+v_A$ ,此时观察者接收到的频率为

$$\nu' = \frac{u+v_A}{\lambda} = \left(1 + \frac{v_A}{u}\right)\nu \quad (1)$$

其中 $\nu = \frac{u}{\lambda}$ ,即波源的频率,当观察者靠近波源时, $v_A > 0$ ,接收频率大于波源频率,如图1所示;当观察者远离波源时, $v_A < 0$ ,接收频率小于波源频率.

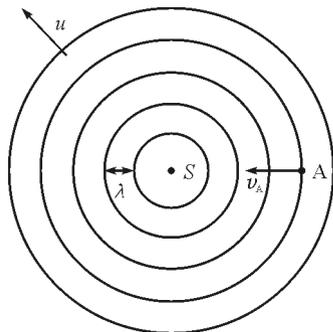


图1 观察者朝波源运动使接收频率增加

## (2) 波源运动, 观察者静止的情形

此时, 观察者静止, 波源以速度  $v_s$  运动. 对于观察者来说, 波在 1 s 内通过的距离仍为  $u$ , 但由于波源的运动, 使波长缩短. 当波源静止时, 相邻两相位相等的等相面之间的距离为  $\lambda$ . 波源运动时, 当第一个等相面自波源发出后, 该面以速度  $u$  向前行进, 在第二个同相位的等相面发出时, 波源向前移动了  $v_s T$  的距离, 结果两相邻等相面的距离变为  $\lambda - v_s T$ , 这就是现在的波长

$$\lambda' = \lambda - v_s T \quad (2)$$

如图 2 所示, 故观察者接收到的频率为

$$\nu' = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - v_s} \nu \quad (3)$$

可见, 观察者接收到的频率高于波源的频率, 当波源远离时,  $v_s$  取负值, 结果仍适用.

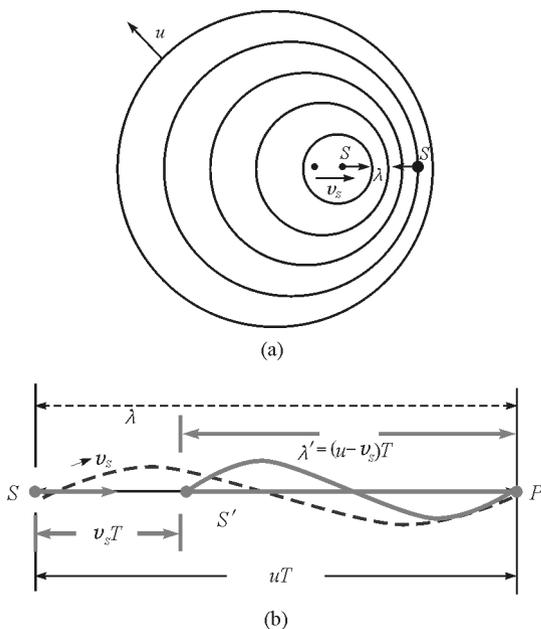


图 2 波源朝观察者运动使波长缩短

## (3) 波源和观察者都运动

此时  $v_A$  和  $v_s$  都不为零, 可以把式(1)和式(2)结合起来, 即可得到波源和观察者都运动时观察者接收到的频率

$$\nu' = \frac{u + v_A}{\lambda - v_s T} = \frac{u + v_A}{u - v_s} \nu \quad (4)$$

进一步讨论可以发现, 若两者运动不在一条直线上, 只要把速度连线上的分量算作  $v_A$ 、 $v_s$  即可.

## 3 问题解决——多普勒效应测血流速度

**建立模型:** 如图 3 所示的多普勒流速计可测血流的速度  $v$ , 血管中红细胞流速可视为血液流速. 频率为  $\nu_0$  的超声波经探头 I 发出, 有红细胞反射回的超声波束由探头 II 接收, 此时接收到的频率为  $\nu$ , 超声束与血流方向的夹角为  $\theta$ . 已知超声波在人体中的传播速度为  $u$ .

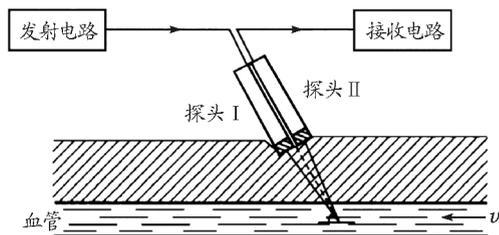


图 3 多普勒超声血流计原理图

**分析:** 探头 I 发射超声波, 红细胞接收到的超声波频率会发生变化, 此时红细胞犹如“观察者”, 它接收到超声波的频率对应情形(1), 为

$$\nu_{\text{接收}} = \frac{u + v \cos \theta}{u} \nu_0 \quad (5)$$

红细胞反射波的频率  $\nu_{\text{反射}} = \nu_{\text{接收}}$ , 此后, 红细胞又作为反射波的波源, 且波源的速度  $v_s = v$ , 故反射波被探头 II 接收的频率为

$$\nu = \frac{u}{u - v \cos \theta} \nu_{\text{接收}} = \frac{u + v \cos \theta}{u - v \cos \theta} \nu_0 \quad (6)$$

一般情况下, 血流速度远小于超声波的速度, 即  $v \ll u$ , 上式子可进一步近似为

$$\nu = \left( \frac{1 + \frac{v}{u} \cos \theta}{1 - \frac{v}{u} \cos \theta} \right) \nu_0 =$$

$$\left( 1 + \frac{2 \frac{v}{u} \cos \theta}{1 - \frac{v}{u} \cos \theta} \right) \nu_0 \approx (1 + 2 \frac{v}{u} \cos \theta) \nu_0 \quad (7)$$

至此, 可以发现, 如果仅仅把红细胞作为反射波的波源, 显然结果是不正确的, 因为红细胞反射的超声波的频率也已经发生了变化, 实际上红细胞既是接收超声波的观察者, 又是反射超声波的波源, 可以等效为波源和观察者都运动的情形.

## 4 进一步讨论

若波源不是机械波,而是电磁波,情况是否还一样呢?下面推导电磁波(或光)的多普勒效应公式<sup>[1-3]</sup>,在接收者B的参考系中,某时刻光波波源S的速度方向如图4所示的方位角 $\varphi$ 表示,速度大小记为 $v_S$ ,已知此时发出的电磁波频率为 $\nu_0$ .

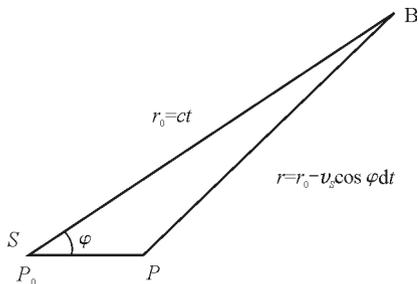


图4 电磁波多普勒效应

在B参考系中,设 $t=0$ 时刻的波源S位于 $P_0$ 点,接着波源S在其本征时间 $dt_S$ 内从 $P_0$ 点运动到P点,其间发出的小段光波中含光振动次数为 $\nu_0 dt_S$ ,B认为S从 $P_0$ 到P经过的时间为

$$dt = \frac{dt_S}{\sqrt{1 - \frac{v_S^2}{c^2}}} \quad (8)$$

设S在 $P_0$ 处发出的光振动在B参考系中于 $t$ 时刻到达B,则有

$$t = \frac{r_0}{c} \quad (9)$$

S在P处发出的光振动在B参考系中于 $t^*$ 时刻到达B,则有

$$\begin{aligned} t^* &= dt + \frac{r}{c} = \\ dt + \frac{r_0 - v_S \cos \varphi dt}{c} = \\ dt + t - \frac{v_S}{c} \cos \varphi dt \end{aligned} \quad (10)$$

$t$ 到 $t^*$ 经过的时间为

$$\begin{aligned} dt_B &= t^* - t = \left(1 - \frac{v_S}{c} \cos \varphi\right) dt = \\ \frac{1 - \frac{v_S}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v_S^2}{c^2}}} dt_S \end{aligned} \quad (11)$$

B在 $dt_B$ 时间内接收到光振动次数也为 $\nu_0 dt_S$ ,因此接收频率为

$$\nu = \frac{\nu_0 dt_S}{dt_B} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \varphi} \nu_0 \quad \beta = \frac{v_S}{c} \quad (12)$$

说明:

(1) $\varphi=0$ (或 $\varphi=\pi$ ),S朝(背离)B运动此时称为纵向多普勒效应

$$\nu = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 \mp \beta} \nu_0$$

(2) $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,S作横向运动

此时为横向多普勒效应

$$\nu = \sqrt{1 - \beta^2} \nu_0$$

可以发现,机械波和光的多普勒效应存在很大的区别,一方面,光的多普勒频移与波源对于观察者运动,还是观察者对于波源运动无关,而机械波的多普勒频移在这两种情况下是不同的,波的传播媒质运动不影响光的多普勒频移,但却影响机械波的多普勒频移,另一方面,机械波无横向多普勒效应,而光波具有横向多普勒效应。

## 5 总结反思

多普勒效应测速对于很多教师来说应该比较熟悉,但是对于具体的原理却不是特别的清楚,尤其是当波源是电磁波的时候,表现出来的多普勒效应与波源为机械波时还是有很大的出入,作为教师,在使用教材的时候,应该深入思考钻研教材中的一些问题,在理论上搞透彻,在应用上举一些实例,这样在传授知识的过程中才能深入浅出,得心应手,学生也能学有所得,学以致用。

## 参考文献

- [1] 郑永令,贾起民,方小敏.力学[M].2版.北京:高等教育出版社,2002.
- [2] 舒幼生.力学:物理类[M].北京:北京大学出版社,2005.
- [3] 赵凯华,罗蔚茵.新概念物理教学力学[M].北京:高等教育出版社,1995.