

利用 $v-t$ 图像解决复杂动力学问题

——2021年山东高考物理卷第18题评析

方润根

(杭州学军中学 浙江 杭州 310014)

叶晟波 余 潘

(浙江省慈溪中学 浙江 宁波 315300)

(收稿日期:2022-10-10)

摘要:2021年山东高考物理卷第18题是一道非常复杂的动力学压轴题,尤其是第3小题,学生的解答结果基本与答案不一致,是该题中最难理解的部分,学生们对此很疑惑.利用 $v-t$ 图像,清晰地复杂的运动简洁、直观地展现出来,并从地面系 $v-t$ 图像和质心系 $v-t$ 图像两个角度证明结果的正确性,有效地帮助学生解决困惑,进一步提高学生处理复杂动力学问题的能力.

关键词:2021年山东高考物理卷; $v-t$ 图像;动力学问题;参考系

【原题】如图1(a)所示,3个质量均为 m 的小物块A、B、C,放置在水平地面上,A紧靠竖直墙壁,一劲度系数为 κ 的轻弹簧将A、B连接,C紧靠B,开始时弹簧处于原长,A、B、C均静止.现给C施加一水平向左、大小为 F 的恒力,使B、C一起向左运动,当速度为零时,立即撤去恒力,一段时间后A离开墙壁,最终3个物块都停止运动.已知A、B、C与地面间的滑动摩擦力大小均为 f ,最大静摩擦力等于滑动摩擦力,弹簧始终在弹性限度内.(弹簧的弹性势能可表示为 $E_p = \frac{1}{2}\kappa x^2$, κ 为弹簧的劲度系数, x 为弹簧的形变量)

(1)求B、C向左移动的最大距离 x_0 和B、C分离时B的动能 E_k .

(2)为保证A能离开墙壁,求恒力的最小值 F_{\min} .

(3)若3个物块都停止时B、C间的距离为 x_{BC} ,从B、C分离到B停止运动的整个过程,B克服弹簧弹力做的功为 W ,通过推导比较 W 与 fx_{BC} 的大小.

(4)若 $F=5f$,请在图1(b)所示的坐标系中画出C向右运动过程中加速度 a 随位移 x 变化的图像,并在坐标轴上标出开始运动和停止运动时的 a 、 x 值(用 f 、 κ 、 m 表示),不要求推导过程.以撤去 F 时

C的位置为坐标原点,水平向右为正方向.

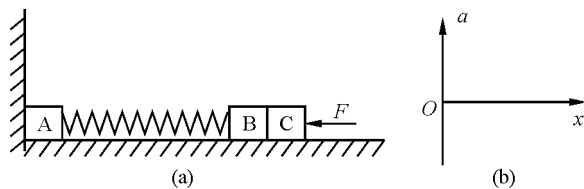


图1 原题附图

1 试题分析

该题属于复杂的动力学问题,主要的难点在于研究对象多个,且物体在运动过程中受到一个变化的弹簧弹力,还受到方向可以改变的摩擦力,这是一个加速度不断变化的变加速直线运动,学生们处理起来十分棘手.尤其第3小题,绝大多数学生通过分析得到的结论与答案不一致,这让他们非常困惑.因此,本文就第3小题进行评析.

2 学生的解答与参考答案

学生们在处理第3题时,物理层次较好的学生中绝大部分会分别对B、C从分离(弹簧原长)到B、C静止写动能定理.B、C刚分离时动能相同且都为 E_k ,对C有

$$E_k = fx_c$$

对 B 有

$$E_k = W + fx_B$$

得

$$W = f(x_C - x_B) = fx_{BC}$$

有极少数学生能考虑到 B 在运动过程中可能会返回,即 B 在运动过程中相对于地面可能有向左的速度,即 B 在运动过程中的路程大于等于位移的大小,因此得到的结果是

$$W \leq fx_{BC}$$

而参考答案的结果是 $W < fx_{BC}$,也就是说在运动过程中 B 一定有返回,这让学生们很迷惑,如何证明呢?

3 关键问题的证明

运动过程中 B 一定有返回,利用 $v-t$ 图像,可以将复杂的运动清晰简洁地表达出来^[1]. 如果以 A 刚离开墙壁为初始时刻,则此时 B、C 已经分离,弹簧的伸长量为 x_1 , A、B 的受力情况如图 2 所示. 可以发现,接下去 B 做加速度增大的减速运动, A 做加速度增大的加速运动,且 B 的加速度始终大于 A,直到 A、B 速度相等,弹簧伸长量最大. 之后 B 做加速度减小的减速运动, A 做加速度减小的加速运动.

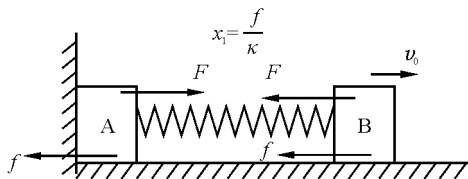


图 2 受力分析

(1) 地面系 $v-t$ 图像

按照以上动力学分析,其地面系的 $v-t$ 图像如图 3 所示,要证明 B 运动过程中一定返回,只要证明当 B 在速度减小为零时,图 3 中区域 I 面积(弹簧再次伸长的长度)比区域 II 面积(弹簧缩短的长度)大,即 B 速度减为零时,弹簧的伸长量 $x_2 > x_1$,则 B 一定要返回. 由于 $a_B > a_A$,因此当 A、B 速度相等时 $v_1 < \frac{v_0}{2}$,只要证明 A、B 的 $v-t$ 图像是关于共速点 P 对称的,则 $t_2 < 2t_1$,就能得出区域 I 面积比区域 II 面积大. 如图 4 所示,在共速点左右取相等的时间微元,由于时间非常短,可以认为在这个时间微元里,

加速度保持不变,则图 4 中共速点左边的三角形 1 面积与右边三角形 1 面积相等,因此弹簧的形变量也相等,则加速度也相等. 同理,共速点左右的梯形 2 的面积也相等,以此类推,证明 A、B 的 $v-t$ 图像是关于共速点对称的,即证明了 B 在运动过程中一定有返回.

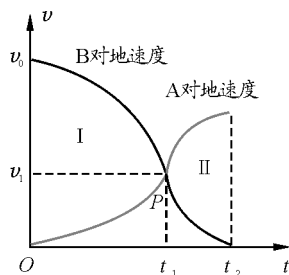


图 3 地面系 $v-t$ 图像

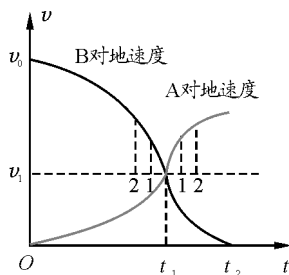


图 4 $v-t$ 图像关于共速点对称的证明

(2) 质心系 $v-t$ 图像

在 B 未减速到零之前, A、B 的运动方向都向右,则以 A、B 为系统,其质心做匀减速运动, A、B 相对于质心做简谐运动^[2],如图 5 所示.

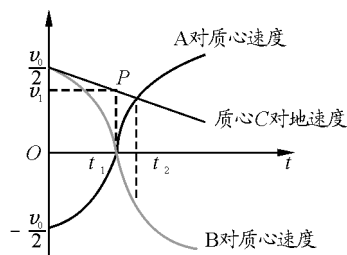


图 5 质心系 $v-t$ 图像

从图 5 中可以很清晰直观地发现,质心 $v-t$ 图像是关于共速点 P 对称的, A、B 相对于质心的 $v-t$ 图像是关于 t_1 点对称的,则 A、B 合运动(相对于地面系) $v-t$ 图像是关于共速点 P 对称的,这也再一次佐证了上面的证明结果. 另一方面,在 t_2 时刻,由于质心速度 $v_C = v_{A1} = -v_{B1}$,即此时 B 相对于地面的速度为零,而 A、B 相对于质心的速度 $v_{A1} = -v_{B1} < \frac{v_0}{2}$,从而证明此时弹簧的伸长量大于初始时刻的伸

长量,即B一定要返回.得证.

(3) 利用物理仿真实验室平台

在物理仿真实验室中,将初始条件进行赋值,让

软件进行模拟计算绘图,得到图像如图6所示,在图像中也可以发现,物块B速度方向有返回,与上述论证结果一致.

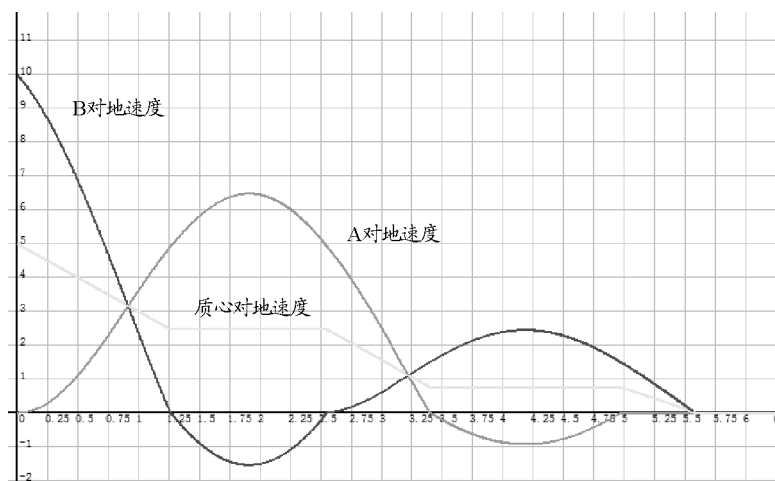


图6 物理仿真实验室平台绘制的 $v-t$ 图像

4 题后思考

高考压轴题往往涉及的研究对象较多,过程复杂(变力的存在),处理起来比较棘手.如果能利用 $v-t$ 图像,将运动直观地展现出来,再利用图像的斜率、面积、交点等物理意义进行解题,会一目

了然,事半功倍.

参考文献

- [1] 王小锁. 巧用 $v-t$ 图像解高考压轴题[J]. 中学物理教学参考, 2020(21):2.
- [2] 姚桂元. 质心运动方程解题的优越性[J]. 物理教学, 2018, 40(3):3.

Solving the Complex Dynamics Questions Using $v-t$ Images

—Evaluating and Analyzing the 18th Question of Shandong Physics Volume in 2021 National College Entrance Examination

FANG Rungen

(Hangzhou Xuejun Middle School, Hangzhou, Zhejiang 310014)

YE Shengbo YU Pan

(Zhejiang Cixi Middle School, Ningbo, Zhejiang 315300)

Abstract: The 18th physics question of Shandong physics volume in 2021 national college entrance examination is a very complex dynamic finale question, especially the third sub question. The students' answers are basically inconsistent with the answers, which is the most difficult part of the question to understand. Students are very confused about this. This article uses $v-t$ images to clearly present complex movements in a concise and intuitive manner, and proves the correctness of the results from the perspectives of ground system $v-t$ images and centroid system $v-t$ images, effectively helping students solve confusion and further improving their ability to handle complex dynamic questions.

Key words: Shandong physics volume in 2021 national college entrance examination; $v-t$ image; dynamic questions; reference system