

从“关联速度”看“合成法”求匀强电场的电场强度

尚振玉

(乌鲁木齐市第二十三中学 新疆 乌鲁木齐 830000)

(收稿日期:2022-10-22)

摘要:“合成法”求匀强电场的电场强度公式中的 d 不是沿电场方向的距离时,得出的电场强度是匀强电场的场强在 d 方向上的投影;匀强电场的场强与投影场强并非矢量的合与分的关系,“合成法”的本质关系应为投影关系.

关键词:速度关联;匀强电场;电场强度;合成法

1 “合成法”简述

匀强电场的电场强度为

$$E = \frac{U}{d} \quad (1)$$

已知平行于某个平面的匀强电场中 3 个点的电势,利用式(1)求出两个不同方向上的分场强,再对这两个分场强进行矢量合成即可求出匀强电场的电场强度^[1].

【例 1】(2017 年高考新课标 III 第 21 题改编)匀强电场的方向平行于 xOy 平面,平面内 a 、 b 、 c 3 点的位置如图 1 所示,3 点的电势分别为 10 V、17 V、26 V. 试求该匀强电场的电场强度.

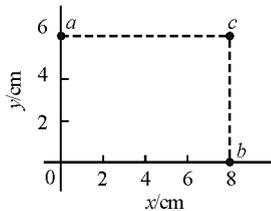


图 1 例 1 题图

如图 2 所示,由式(1)可知,对 c 点有:沿 ca 方向的电场强度

$$E_{ca} = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{L_{ca}} = 2 \text{ V/cm}$$

沿 cb 方向的电场强度

$$E_{cb} = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{L_{cb}} = 1.5 \text{ V/cm}$$

利用平行四边形法则合成,匀强电场的电场强度

$$E_1 = \sqrt{E_{ca}^2 + E_{cb}^2} = 2.5 \text{ V/cm}$$

方向与水平方向夹角为 α , $\tan \alpha = \frac{E_{cb}}{E_{ca}} = 37^\circ$

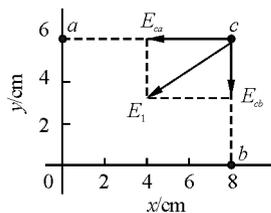


图 2 c 点场强分析

2 发现问题

如图 3 所示,同理可知,对 a 点有:沿 ba 方向的电场强度 E_{ba} 及 ca 方向的电场强度 E_{ca} ,利用平行四边形法则合成,匀强电场的电场强度为 E_2 .

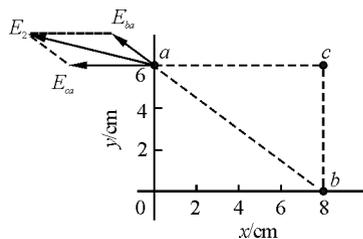


图 3 a 点场强分析

空间中的匀强电场是唯一的,显然 E_1 和 E_2 彼此是矛盾的,此时就会有教师和学生产生这样的想法,平行四边形法则对 a 点失效了^[2]. 文献^[3]认为电场强度在同一个坐标系只能分解为两个互相垂直的分场强,而不能像其他矢量一样任意分解. 为了能够更好地解释平行四边形法则对 a 点失效的原因以及电场强度可否像其他矢量一样任意分解,笔者通过类比的思想,以“关联速度”为切入口探寻平行四边形法则“失效”的原因^[4].

3 问题辨析

【例 2】图 4 所示为在平静海面上两艘拖船 A、B 拖着驳船 C 运动的示意图。A、B 的速度分别沿着缆绳 CA、CB 方向，A、B、C 不在一条直线上。由此可知 C 的速度方向在 I、II、III 哪个区域？

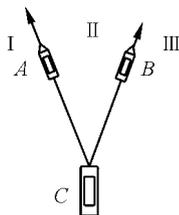


图 4 例 2 题图

船 C 的速度与两根绳同时存在关联，对于这种多关联问题，我们解决的方法是各关联各的。由于缆绳不可伸长，船 C 沿着绳子靠向船 A 的同时还要绕船 A 转动，因此 C 的速度在 CA 方向的投影与 A 的速度相等；同理可知船 C 沿着绳子靠向船 B 的同时还要绕船 B 转动，因此 C 的速度在 CB 方向的投影与 B 的速度相等，所以船 A 的速度 v_A 、船 B 的速度 v_B 以及 C 船的速度 v_C 三者之间并非合速度与分速度的关系，而是投影关系；故而在寻找 v_C 的方向时，若已知 v_A 与 v_B ，并非利用平行四边形法则求解 v_C ，应通过投影关系求解 v_C 。

解析：由投影关系可知，过 v_A 作垂线 PP' ，过 v_B 作垂线 QQ' ，则 v_C 的末端在 PP' 和 QQ' 的交点处。因船 A、B 的速度大小未知，图 5 所示为 v_A 明显大于 v_B 时 v_C 的方向。

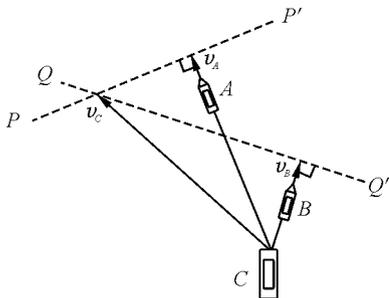


图 5 v_A 明显大于 v_B 时的分析图示

图 6 所示为 v_A 的大小接近 v_B 的大小时 v_C 的方向；图 7 所示为 v_A 明显小于 v_B 时 v_C 的方向，所以例题 2 的答案是 3 个区域都有可能。

在匀强电场中使用式(1)求解电场强度时，我们要注意公式对 d 的要求是：沿着电场强度方向的距离。在例 1 中匀强电场的场强方向是未知的，那么由式(1)得出的场强 E_{ca} 、 E_{ba} 、 E_{cb} 与空间中的匀强

电场 E 之间的关系就需要辨析清楚。

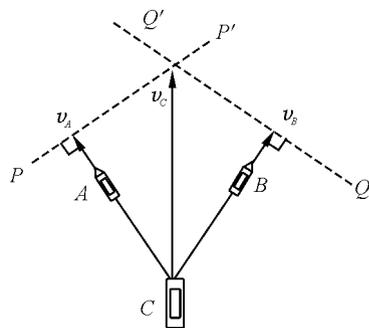


图 6 v_A 大小接近 v_B 时的分析图示

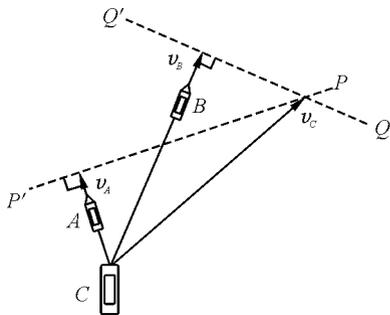


图 7 v_A 的大小明显小于 v_B 时的分析图示

辨析 1：矢量必满足平行四边形法则，电场强度是矢量，所以可将电场强度沿着任意两个方向进行分解，如果两个分量的方向是确定的，那么这两个分量的大小也是确定的，如图 8 所示。

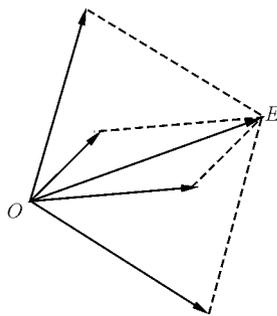


图 8 平行四边形法则

辨析 2：在式(1)中，若 d 不是沿着电场方向的距离，此时计算出的电场强度是空间中匀强电场的场强在 d 所在方向上的投影，而非分场强，证明如下。

如图 9 所示，空间中存在水平向右的匀强电场 E ，在空间中任取 $a、b、c$ 3 点，过 b 点作电场线的垂线，其中 ab_1 在电场线上， ac 方向延长线交 bb_1 于 b_2 ，即 $b、b_1、b_2$ 在同一个等势面上。

由式(1)可知，匀强电场的电场强度

$$E = \frac{U_{ab_1}}{L_{ab_1}}$$

ab 方向的电场强度

$$E_{ab} = \frac{U_{ab}}{L_{ab}}$$

ac 方向的电场强度

$$E_{ac} = \frac{U_{ac}}{L_{ac}} = \frac{U_{ab2}}{L_{ab2}}$$

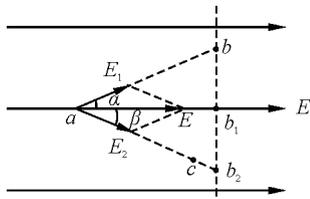


图9 辨析2证明

其中

$$L_{ab1} = L_{ab} \cos \alpha = L_{ab2} \cos \beta$$

可得

$$E_{ab} = E \cos \alpha \quad E_{ac} = E \cos \beta$$

即 E_{ab} 是匀强电场 E 在 ab 方向上的投影, E_{ac} 是匀强电场 E 在 ac 方向上的投影; 再将匀强电场的电场强度 E 沿着 ab 方向和 ac 方向分解, ab 方向的分场强为 E_1 , ac 方向的分场强为 E_2 , 则

$$E_1 = \frac{E \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$E_2 = \frac{E \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

所以匀强电场在 ab 和 ac 方向上的投影场强 E_{ab} 、 E_{ac} 与 ab 和 ac 方向上的分场强 E_1 、 E_2 是不一样的, 当且仅当两个分场强相互垂直时与投影场强相等, 其他角度关系并不相等。

综上所述, 使用式(1) 计算场强, d 不是沿着电场方向的距离时, 得出的电场强度是匀强电场在 d 方向上的投影; 所以“合成法”中的“合成”二字本质理解应为投影关系而非矢量合成关系。

4 旧题新解

在根据投影关系求解匀强电场的电场强度有两个投影关系时, 可类比速度关联问题中的多关联情境。在例1中, 对于 a 点, 已知投影场强 E_{ca} 和 E_{ba} 两个大小及方向, 分别作出 E_{ca} 和 E_{ba} 的垂线, 则 E_{ca} 和 E_{ba} 垂线的交点即为匀强电场的末端, 如图10(a)所示, E_{ba} 与水平方向成 37° , 设 E 与水平方向成 α , 则有

$$E_{ca} = E \cos \alpha = \frac{U_{ca}}{L_{ca}} = 2 \text{ V/m}$$

$$E_{ba} = E \cos(\alpha + 37^\circ) = \frac{U_{ba}}{L_{ba}} = 0.7 \text{ V/m}$$

解得

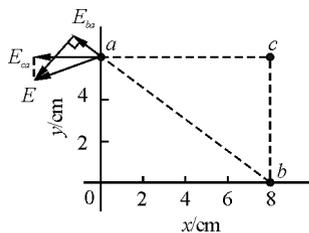
$$E = 2.5 \text{ V/m} \quad \alpha = 37^\circ$$

再对 b 点, 已知投影场强 E_{ba} 和 E_{cb} 两个大小及方向, 分别作出 E_{ba} 和 E_{cb} 的垂线, 则 E_{ba} 和 E_{cb} 垂线的交点即为匀强电场的末端, 如图10(b)所示, 则

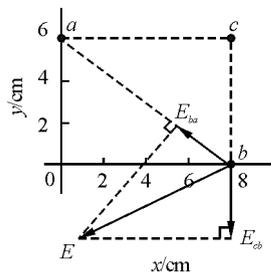
$$E_{ba} = E \cos(\alpha + 37^\circ) = \frac{U_{ba}}{L_{ba}} = 0.7 \text{ V/m}$$

$$E_{cb} = E \sin \alpha = \frac{U_{cb}}{L_{cb}} = 1.5 \text{ V/m}$$

解得 $E = 2.5 \text{ V/m}$, $\alpha = 37^\circ$, 与由 a 点求解结论一致。



(a)



(b)

图10 例1新解图示

5 变式演练

【例3】如图11所示, a 、 b 、 c 、 d 是圆 O 上的4个点, 空间内匀强电场的方向与圆所在平面平行, $ab = 5 \text{ cm}$, $cd = 8 \text{ cm}$, $\angle bac = 60^\circ$, 已知 a 、 b 、 d 3点电势分别为 $\varphi_a = 46 \text{ V}$ 、 $\varphi_b = 21 \text{ V}$ 、 $\varphi_d = 10 \text{ V}$, 求电场强度。

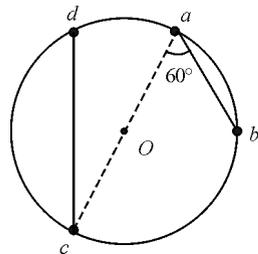


图11 例3题图

解析: 由几何关系可知圆半径 $r = 5 \text{ cm}$, $ad = 6 \text{ cm}$, $\angle cad = 53^\circ$, 对 a 点, 匀强电场在 ab 和 ad 方向上的投影强度

$$E_{ab} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{ab} = 5 \text{ V/cm}$$

$$E_{ad} = \frac{\varphi_a - \varphi_d}{ad} = 6 \text{ V/cm}$$

应用投影关系分别作出投影电场强度 E_{ab} 和 E_{ad} 的垂线,如图 12 所示,解得 $E = 10 \text{ V/cm}$,方向沿直径由 a 指向 c 。

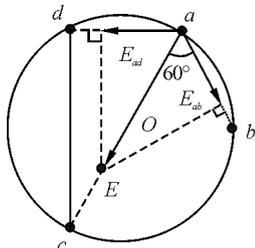


图 12 例 3 解析图

6 总结与反思

(1) 电场强度是矢量,矢量必然遵循平行四边形法则,因此,我们可以使用平行四边形法则将电场强度按照任意两个方向进行分解。

(2) 匀强电场中使用式(1)计算电场强度时, d 必须是沿着电场方向的距离;若 d 不是沿着电场方向的距离,此时得出的电场强度是匀强电场在 d 方向上的投影。

(3) 在匀强电场中,匀强电场的电场强度可以向任意方向进行投影,即投影电场可以有无数个,每一个投影电场的大小仅由这个方向决定,从式(1)定义上我们可以说投影电场是描述电势在这个方向上降低快慢程度的量。如果将匀强电场的电场强度

分解到两个不同的方向上,那么这两个方向上的分场仅在相互垂直时与这两个方向上投影电场的电场强度大小相等。

(4) 已知两个投影电场的电场强度求解匀强电场的电场强度时,要利用投影关系分别作出两投影电场的垂线,找到交点即为匀强电场的末端,而非将两投影电场的电场强度进行矢量合成;存在巧合,当两投影电场相互垂直时恰好满足平行四边形法则。

(5) 本文以速度关联为切入口解决“合成法”求解匀强电场的电场强度问题,对“合成法”就矢量合成这一错误认知进行了辨析,为合成法的使用指出了正确的理解思路——找投影关系。通过本文能够极大地加深学生对于电场强度与电势差之间关系的理解,有效提高学生质疑与解析的能力,培养学生物理核心素养。

(6) 为避免理解偏差,将“合成法”更名为“投影法”更加利于理解,更名是否合理有待后续讨论。

参考文献

- [1] 李晋. 合成法“巧解”匀强电场中的电场强度[J]. 中学物理教学参考, 2019(6): 62-63.
- [2] 郭威. 对“简捷求解一类匀强电场典型问题的解析式”再探讨[J]. 物理教师, 2020(4): 70-71.
- [3] 段石峰. 对“合成法”求解匀强电场中电场强度的修正[J]. 物理教学, 2022(6): 49-50.
- [4] 孙炳盛. 速度的“投影”关系和“约束”关系[J]. 物理教学, 2017(10): 19-20, 66.

Solving the Electric Field Strength of a Uniform Electric Field Using the “Synthesis Method” from the Perspective of “Correlation Velocity”

SHANG Zhenyu

(Wulumuqi 23rd Middle School, Wulumuqi, Xinjiang 830000)

Abstract: When the “synthesis method” is used to calculate the electric field strength in uniform electric field, the d in the electric field strength formula is not the distance along the electric field direction, the electric field strength obtained is the projection of the electric field strength of a uniform electric field in the d direction; The relationship between field strength of a uniformly strong electric field and projection field strength is not combination or separation of vectors, and the essential relationship of the “synthesis method” should be a projection relationship

Key words: velocity correlation; uniform electric field; electric field intensity; synthesis method