

巧用数形结合解决电学疑难问题

雷登玉 简涵林 荀艳

(兴义市阳光书院 贵州 兴义 562400)

(收稿日期:2022-11-29)

摘要:在研究物理问题时,可以通过数形结合的方法将抽象的数量关系与直观的几何图形、位置关系结合起来,即通过抽象思维与形象思维结合,可以使复杂问题简单化,抽象问题具体化.本文结合笔者的教学实际与经验,通过典型例题来体会数形结合在初中物理电学中的妙用,同时通过图像让物理情景生动的呈现,易于学生理解和提升.

关键词: $U-I$ 图像;电功率变化;电学比例;四维一体

1 利用 $U-I$ 图像分析电功率的变化

1.1 定值电阻 $U-I$ 图像

如图1为定值电阻 R 的 $U-I$ 图,在图像中某点的 U 与 I 的比值表示该电阻的大小, U 与 I 的乘积表示电阻在该电压下的电功率,同时电功率还可以理解为此处 U 与 I 围成的面积,如图1中阴影部分的面积.通过面积能够反映电功率大小的这个知识点,可以帮助学生更好地找到电功率的变化.

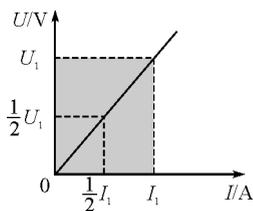


图1 定值电阻 $U-I$ 图

初中物理经常出现的考题就是一个定值电阻两端电压变为之前的一半,则电功率变为之前的多少.这种题目学生易错在认为电流不变,则电功率为之前的 $\frac{1}{2}$.但是如果能够结合图像来进行分析,此时的电功率就是图2中的阴影部分的面积,刚好是之前的 $\frac{1}{4}$,学生就比较好理解了.

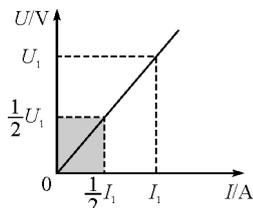


图2 电压减半的电功率

在教学中,学生一直存在一个疑点,就是为什么电功率的变化不等于电阻两端电压的变化量乘电流的变化量,之前的教学我们也是一直采用数学证明的方式给学生进行讲解,但是基础较弱的学生根本就不能理解,后面发现用图像给学生分析,他们突然就豁然开朗.

如图3所示,此时阴影部分面积即表示电阻两端的电压为 U_2 ,流过电阻的电流为 I_2 时的电功率 P_2 .

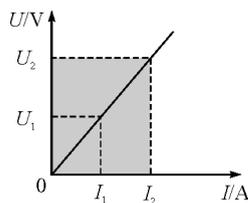


图3 电功率 P_2

图4中此时阴影部分面积表示电阻两端电压为 U_1 ,电流为 I_1 时的电功率 P_1 .

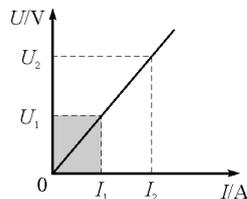


图4 电功率 P_1

而电阻两端的电压从 U_1 变到 U_2 ,电流从 I_1 变到 I_2 的电功率变化是不等于 $(U_2 - U_1)(I_2 - I_1)$ 的,我们可以从图像来进行理解.

这个过程中电功率的变化为 $U_2 I_2 - U_1 I_1$,即图3的阴影面积减去图4的阴影面积,减了之后剩余的面积如图5阴影部分所示.

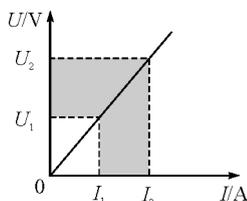


图5 电功率变化量

而 $(U_2 - U_1)(I_2 - I_1)$ 表示的面积却是图6中的阴影部分,明显小于电功率的变化,这样通过图像就巧妙地让学生突破了这个疑点.

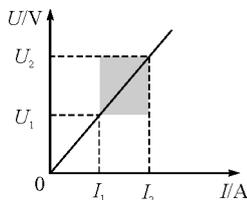


图6 电压变化量与电流变化量乘积

1.2 小灯泡 $U-I$ 图像

小灯泡的 $U-I$ 图像和定值电阻不同,因为灯泡电阻受温度的影响,所以它是一条弯曲的曲线,而且越来越靠近 U 轴,所以解决小灯泡的功率变化问题一直是学生的一个难点.但是通过将灯泡的 $U-I$ 图画出来,就能很轻松地解决这个问题.

我们常看到这样一个物理题目:将“220 V 100 W”的灯泡两端电压降为原来的一半或者将其通过的电流降为原来的一半,两种情况下灯泡的实际电功率一样吗?这样的题目在之前的教学中我们更注重的是去给学生分析、证明,但是效果并不是很理想.后来采用图像的方式,学生就容易理解了.

如图7所示阴影部分表示电压减小为之前一半时的电功率,通过图像我们还可以发现此时的电流是大于额定电流的一半,所以这时候的电功率大于 $\frac{1}{4}$ 的额定电功率.

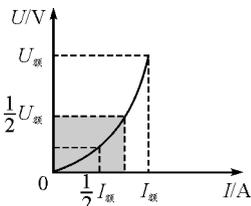


图7 电压减半时的电功率

如图8所示阴影部分则表示电流减小为之前一半时的电功率,此时的电压是小于额定电压的一半,所以这时候的电功率小于 $\frac{1}{4}$ 的额定电功率.当然,

我们可以直接看阴影面积的大小便可判断出电压减小为额定电压一半时的电功率更大.

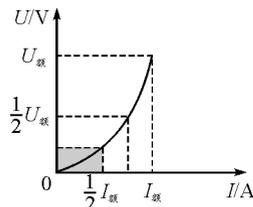


图8 电流减半时的电功率

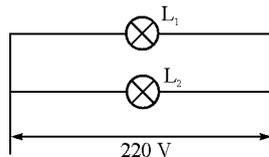
2 “四维一体”攻破电学难题

在难度比较大,计算又比较复杂的电学问题中,如果电源电压不变,我们可以把不同时刻的电路画在同一个电路中,使之构成一个并联电路,再根据并联电路中各物理量之间的比例关系进行解题.我们给这种方法取了一个名字叫“四维一体”,这种方法在解决一些难题的时候会简便得多.

2.1 构建并联电路巧解比例问题

标有“220 V 100 W” L_1 和“220 V 50 W” L_2 的两只灯泡,灯泡电阻不随温度变化而变化,将其串联在220 V电路中,电功率之比为多少?若将其并联在220 V电路中,通过它们的电流之比为多少?

这样的题目,为了避免进行复杂的运算,我们可以利用“四维一体”的方法来进行巧解,因为题目问的大多是比例问题,而电路中所有的比例问题都与电阻的比值有关,所以只要知道了电阻的比值,所有问题都迎刃而解.因为这两个灯泡的额定电压是一样的,我们可以将它们构建在一个电源电压为220 V的电路中,如图9所示.

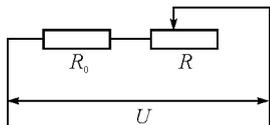
图9 构建 L_1 与 L_2 并联

此时 $P_1 : P_2 = 2 : 1$,由并联电路中电功率之比等于电阻的反比,则可以知道 $R_1 : R_2 = 1 : 2$,所以串联在220 V电路中时,它们电压之比 $U_1 : U_2 = R_1 : R_2 = 1 : 2$,并联在220 V电路中,通过它们的电流之比为电阻的反比,即 $I_1 : I_2 = 2 : 1$.通过构建一个图形,可以让学生快速地进行判断,从而减小计算的错误率.

2.2 构建并联电路巧解动态问题

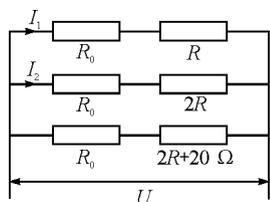
其实“四维一体”最大的妙用是解决电学的动

态问题. 比如我们经常看到这样一个类似题目: 定值电阻 R_0 和滑动变阻器 R 串联在电路中, 如图 10 所示. 电源电压恒定不变, 当滑动变阻器接入阻值为 R 时, R_0 两端电压为 15 V, 当滑动变阻器接入阻值为 $2R$ 时, R_0 两端电压为 12 V, 当滑动变阻器接入阻值为 $(2R + 20) \Omega$ 时, R_0 两端电压为 9 V, 求电源电压和定值电阻 R_0 的阻值.

图 10 R_0 与 R 串联

这个题目用最常规的方法解答就是根据电源电压不变, 列 3 个方程, 求解三元一次方程组, 但是对于数学计算能力薄弱的学生来说, 很难做正确. 而且很多学生一看是 3 个方程, 直接放弃了. 但是我们如果利用“四维一体”来进行解题, 很快就可以算出正确答案.

如图 11 所示, 我们把 3 个不同时刻的电路并联在同一个电路图中.

图 11 R_0 与 R 串联

因为 R_0 是定值电阻, 则

$$I_1 : I_2 = 15 \text{ V} : 12 \text{ V} = 5 : 4$$

并联电路中, 电流之比等于电阻的反比, 则

$$(R_0 + R) : (R_0 + 2R) = 4 : 5$$

即可以算出 $R_0 = 3R$, 得出了电阻之间的关系后, 就可以通过两电阻串联电压之比等于电阻之比, 求出电源电压为 20 V. 然后根据最后一次电阻 R_0 分的电压为 9 V, 则 $(2R + 20) \Omega$ 分的电压为 11 V, 根据串联电路中电压比等于电阻之比解出 R 为 12 Ω , 则

$$R_0 = 3R = 36 \Omega$$

3 应用举例

接下来看一个内蒙古自治区的中考题.

【例题】 将两个定值电阻串联接在电压为 U 的电源两端, R_1 消耗的功率为 P_1 , R_2 消耗的功率为 $4P_1$. 将这两个定值电阻并联接在电压为 U 的电源

两端, 下列分析正确的是()

- A. R_1 与 R_2 的电阻之比为 4 : 1
 B. 并联时通过 R_1 与 R_2 的电流之比为 1 : 1
 C. 并联时 R_2 消耗的功率为 $\frac{25}{4}P_1$
 D. 并联时两电阻消耗的总功率为 $\frac{25}{4}P_1$

这个题目的难度是比较大的, 如果用常规的方法进行计算, 需要花大量的时间. 下面我们用“四维一体”的方法来进行解答, 如图 12 所示.

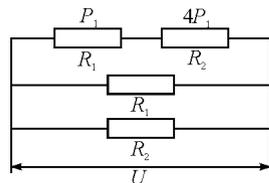


图 12 不同状态的电路构建为并联电路

通过串联时两电阻的电功率之比为 1 : 4, 可以得出

$$R_1 : R_2 = 1 : 4$$

而并联时电流之比为电阻的反比, 应该是 4 : 1, 求解并联时 R_2 消耗的电功率可以将 R_2 看成与 $(R_1 + R_2)$ 并联, 则电功率之比为电阻的反比, 即

$$P_2' : P_{\text{串联}} = (R_1 + R_2) : R_2$$

$$P_{\text{串联}} = 5P_1$$

则

$$P_2' = \frac{25}{4}P_1$$

同理可得, 并联时 R_1 消耗的电功率可以将 R_1 看成与 $(R_1 + R_2)$ 并联, 则电功率之比为电阻的反比, 即

$$P_1' : P_{\text{串联}} = (R_1 + R_2) : R_1$$

解出

$$P_1' = 25P_1$$

所以并联时两电阻消耗的总功率为

$$\frac{25}{4}P_1 + 25P_1 = \frac{125}{4}P_1$$

“四维一体”的方法在解决一些计算量大的题目时确实对学生有较大的帮助, 主要是通过图像呈现让学生更能清楚的理解, 但是它也是有局限性的, 必须能够保证所构建的电路两端的电压是一样的, 因为它要满足并联电路电压的特点.

4 结束语

数形结合在教学中的确能够帮助我们解决很多问题, 但它也有一定的局限性, 所以在我们的教学中, 尽可能的多给学生提供一些解题的方法和技巧, 让每个学生找到适合他自己的解题方法.