



围绕物理核心素养培养学生的元认知能力

——滑块沿光滑斜面下滑问题的9种解题方法

樊克才

(山东省实验中学西校 山东 济南 250000)

(收稿日期:2022-04-04)

摘要:物理课堂教学要围绕物理核心素养,培养学生的元认知能力,帮助学生从题海中跳出来,从机械的习题模仿到有时间提出问题和解决问题.这是新一轮课程改革的目标,也是物理教学改革的方向.

关键词:物理核心素养;元认知能力;方法

1 引言

2022年各地模拟考试中出现这样一道力学题:如图1所示,光滑斜面静止在光滑地面上,斜面倾角 $\theta = 37^\circ$,斜面的高度 $h = 2.1\text{ m}$,斜面质量 $M = 6\text{ kg}$.滑块的质量 $m = 2\text{ kg}$,从斜面顶端静止滑下.求滑块滑到斜面底端时的速度?

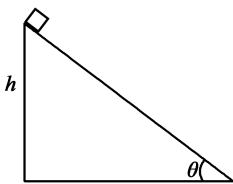


图1 情境图

这是一道经典的物理竞赛训练题,但是对于大多数高中学生来说,对这类问题会感到非常陌生,对教辅资料给出的某些方法感到不好理解.实际上这道题我们完全可以利用高中所学知识,通过多种方法,比较容易地得出答案.可是在很多地市的模拟考试数据统计中,这道题的平均得分不足1分,学生平均得分率不足3%.如此低的得分率,引起了笔者深深的思考:我们的学生经过了大量的习题训练,但是面对新的问题却无从下手.从近处看是教学效果问题,向远处看这是创新能力的培养问题.如何培养学生的元认知能力,提高学生创造性解决问题的能力,这是新一轮物理课程改革交给物理教师的任务.下面具体分析这道题的9种解决方法.

2 解题方法

方法一:

设滑块滑到斜面底端的速度为 v_1 ,此时斜面的速度为 v_2 ,根据能量守恒定律得

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

根据水平方向的动量守恒定律得

$$mv_{1x} = Mv_2$$

其中, v_{1x} 为滑块速度在水平方向的分量.两边同乘以时间,微元求和得

$$mx_1 = Mx_2$$

其中 x_1 、 x_2 是滑块和斜面的水平位移,如图2所示.

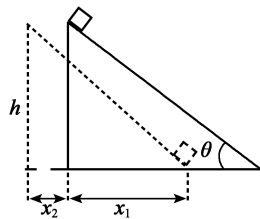


图2 方法一图示

根据几何关系得

$$x_1 + x_2 = \frac{h}{\tan \theta} \quad x_2 = 0.7\text{ m}$$

根据运动学公式得

$$\frac{v_{1x}t}{2} = h \quad \frac{v_2t}{2} = x_2$$

解得

$$v_{1y} = 3v_2 \quad v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法一的特点在于利用了能量观点和水平方向的动量守恒,特别是可以借助学生熟知的人船模型,找到斜面 and 滑块的位移关系,水到渠成,瓜熟蒂落,顺利得出答案。

方法二:

根据能量守恒定律得

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

滑块相对斜面下滑的速度为 $v_{\text{相}}$,如图3所示。

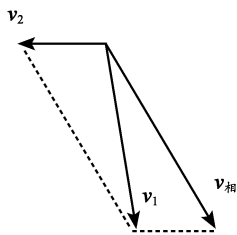


图3 方法二图示

根据水平方向动量守恒定律得

$$m(v_{\text{相}} \cos \theta - v_2) = Mv_2$$

根据运动的合成与分解得

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 + v_{\text{相}}^2 - 2v_2 v_{\text{相}} \cos \theta}$$

联立以上两式得

$$v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法二同样利用了能量观点和水平方向的动量守恒解题,其最大的特点是利用滑块相对斜面下滑的方向已知,得到滑块水平速度,相关方程少,计算量小。

方法三:

根据能量守恒定律得

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

设滑块滑到底端的速度与水平方向的夹角为 α ,如图4所示。

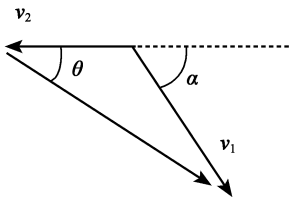


图4 方法三图示

根据水平方向动量守恒定律得

$$mv_1 \cos \alpha = Mv_2$$

其中

$$\tan \theta = \frac{v_1 \sin \alpha}{v_1 \cos \alpha + v_2}$$

联立以上3式得

$$\alpha = 45^\circ \quad v_1 = 3\sqrt{2}v_2 \quad v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法三的特点在于通过相对速度与水平方向的夹角 $\theta = 37^\circ$ 这个已知量,建立了斜面 and 滑块两个物体速度之间的关系,从而顺利得出答案。

方法四:

根据能量守恒定律得

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

设滑块滑到底端的速度与水平方向的夹角为 α ,如图5所示。

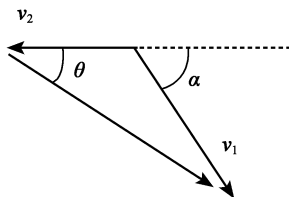


图5 方法四图示

根据水平方向动量守恒定律得

$$mv_1 \cos \alpha = Mv_2$$

根据正弦定理

$$\frac{v_1}{\sin \theta} = \frac{v_2}{\sin(\alpha - \theta)}$$

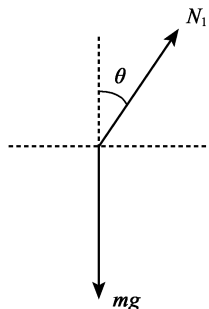
联立以上3式得

$$\alpha = 45^\circ \quad v_1 = 3\sqrt{2}v_2 \quad v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

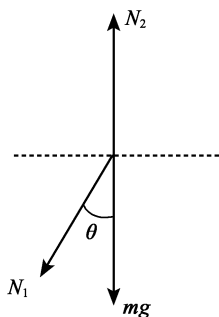
小结:方法四同时利用了能量观点和动量守恒定律,其特点在于借助斜面速度、滑块速度及滑块相对斜面的速度构成的矢量三角形,利用正弦定理这个数学方法,得出滑块速度。

方法五:

分别选取物块和斜面为研究对象,进行受力分析,如图6(a)、(b)所示。



(a)



(b)

图6 方法五图示

设滑块加速度水平分量为 a_{1x} , 竖直分量为 a_{1y} , 斜面的加速度为 a_2 . 根据牛顿第二定律得
研究滑块

$$\begin{aligned} mg - N_1 \cos \theta &= ma_{1y} \\ N_1 \sin \theta &= ma_{1x} \end{aligned}$$

研究斜面

$$N_1 \sin \theta = Ma_2$$

联立以上3式

$$a_{1x} = 3a_2 \quad a_{1y} = g - 4a_2$$

其中

$$\tan \theta = \frac{a_{1y}}{a_{1x} + a_2}$$

解得

$$a_2 = \frac{10}{7} \text{ m/s}^2$$

$$a_{1x} = a_{1y} = \frac{30}{7} \text{ m/s}^2$$

所以

$$v_{1y} = \sqrt{2a_{1y}h} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{1x} = v_{1y}$$

解得

$$v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

小结: 方法五利用学生熟悉的牛顿第二定律得到加速度, 然后利用运动学公式得出速度. 其最大的特点在于, 在解题过程中没有用到能量观点和动量观点, 只用力学方法就得出了结果, 让人眼前一亮.

方法六:

选择斜面和滑块整体为研究对象, 整体在水平方向没有外力.

根据牛顿第二定律得

$$ma_{1x} - Ma_2 = 0$$

解得

$$a_{1x} = 3a_2$$

两个物体沿着垂直斜面方向的加速度是相同的, 则

$$a_2 \cos \theta = a_{1y} \cos \theta - a_{1x} \sin \theta$$

联立以上各式解得

$$a_{1y} = 3a_2$$

隔离滑块为研究对象, 根据牛顿第二定律

$$mg - \frac{ma_{1x}}{\sin \theta} \cos \theta = ma_{1y}$$

即

$$g - \frac{4}{3}a_{1x} = a_{1y}$$

解得

$$a_2 = \frac{10}{7} \text{ m/s}^2$$

$$a_{1x} = a_{1y} = \frac{30}{7} \text{ m/s}^2$$

所以

$$v_{1y} = \sqrt{2a_{1y}h} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{1x} = v_{1y} \quad v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

小结: 相对于方法五, 方法六的特点在于利用学生熟悉的整体和隔离的方法得到斜面和滑块加速度关系, 受力分析简单, 学生易于接受. 该方法的使用能起到让学生跳出窠臼、温故知新、开拓视野的作用.

方法七:

选择滑块为研究对象, 分析受力如图7所示.

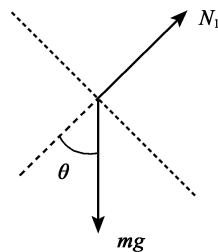


图7 方法七图示

根据牛顿第二定律, 沿垂直斜面方向

$$mg \cos \theta - N_1 = ma_{11}$$

沿平行斜面方向

$$mg \sin \theta = ma_{12}$$

选择斜面为研究对象, 根据牛顿第二定律得

$$N_1 \sin \theta = Ma_2$$

在垂直斜面方向

$$a_{11} = a_2 \sin \theta$$

联立以上4式得

$$a_{11} = \frac{3g}{35} \quad a_{12} = \frac{3g}{5} \quad a_2 = \frac{g}{7}$$

由 $v = at$ 得

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{a_y}{a_x} = \frac{a_{12} \sin \theta + a_{11} \cos \theta}{a_{12} \cos \theta - a_{11} \sin \theta} = 1$$

又

$$v_y^2 = 2a_y h = 2(a_{12} \sin \theta + a_{11} \cos \theta)h = 18 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

解得

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法七将加速度沿着垂直斜面和水平斜面进行分解,与前面提到的方法形成对比,让学生体会在合向量一定的情况下,分向量的分解不是唯一的.不同方向的分解只有简繁之别,没有正误之分.

方法八:

根据能量守恒定律得

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{1x}^2 + \frac{1}{2}mv_{1y}^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

研究滑块和斜面,根据水平方向动量守恒定律得

$$mv_{1x} = Mv_2$$

沿着垂直斜面方向的速度相同,则

$$v_{1y} \cos \theta - v_{1x} \sin \theta = v_2 \sin \theta$$

解得

$$v_1 = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法八利用分速度和合速度的关系表示物体的动能.解题方法和方法二有相似之处,方程少,运算量小,学生容易接受理解.

方法九:

这道题的难点在于物体的速度、加速度并不沿着斜面,而是相对斜面向下加速.所以当选取斜面为参考系时,理解就更加顺畅,滑块受到重力、弹力和惯性力^[1].沿着斜面向下和垂直斜面分解力和加速度,根据牛顿第二定律得

$$mg \sin \theta + ma_2 \cos \theta = ma_1$$

$$mg \cos \theta = ma_2 \sin \theta + N$$

斜面水平向左加速运动,根据牛顿第二定律得

$$N \sin \theta = Ma_2$$

假设滑块的加速度 a_1 与水平方向的夹角为 α ,则

$$\tan \theta = \frac{a_1 \sin \alpha}{a_1 \cos \alpha + a_2}$$

解得

$$\alpha = 45^\circ$$

根据

$$v_y^2 = 2a_2 h \sin \alpha = v_x^2$$

得

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 6.0 \text{ m/s}$$

小结:方法九通过转换参考系,引入惯性力,更适用于学过竞赛的学生学习.本题的其他方法例如质心运动定理、拉格朗日方程等不便于高中普通学生学习,不再一一列举.

3 总结

高中物理一线教师年复一年,日复一日的进行基础物理教学,虽然非常辛苦,但却没有培养出一位有获得诺贝尔奖潜质的大师.究其根源就是我们高中物理教学培养的学生缺乏创新精神,更多的是陷入题海、机械模仿.做为物理教师首先要做出改变,这是新一轮高中课程改革的要求.高中物理学科核心素养是学生在接受物理教育过程中,逐步形成适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力.自约翰·H.弗拉维尔(Flevel)于1976年在其《认知发展》^[2]一书中明确提出元认知的概念以来,人们对元认知进行了广泛而深入的研究.元认知的本意是关于认知的认知,包括认知操作的各个方面,以及个体对自己的认知操作进行监视、控制和调节.在课堂教学中,教师应当从学生的元认知出发,鼓励学生提出问题和解决问题;在日常练习中,教师要引导学生跳出模型训练的桎梏,变“掌握知识”为“发展能力”.从而将学生从大量习题训练中解放出来,引导他们去思考如何运用知识解决实际问题 and 创新实践.就这道题而言,学生就不会拘泥于机械的思维在特定的方向上去分解加速度和速度,从而会尝试灵活选取参考系和坐标系,从多个角度创新性的解决问题.

参考文献

- [1] 漆安慎,杜婵英.普通物理学教程·力学[M].2版.北京:高等教育出版社,2005.
[2] 弗拉维尔,米勒.认知发展[M].邓赐平,译.4版.上海:华东师范大学出版社,2002.