

# 杨氏模量实验测量方法的改进\*

张仕青

(防灾科技学院电子科学与控制工程学院 河北 廊坊 065201)

徐波

(防灾科技学院土木工程学院 河北 廊坊 065201)

杨健

(防灾科技学院基础部 河北 廊坊 065201)

李玉绣

(防灾科技学院土木工程学院 河北 廊坊 065201)

(收稿日期:2023-02-01)

**摘要:**介绍了梁弯曲法测量杨氏模量的实验方法,并在该方法基础上采用LVDT电压位移传感器去测钢尺弯曲形变的同时,增加了利用光杠杆进行读数的方法,对两种测量方法测得的实验数据进行比对,得到利用LVDT电压位移传感器测量数据的方法有实验数据的波动小、精确度高,并且实验装置更加简易,操作更加简单,读取数据直接等优点.

**关键词:**杨氏模量;梁弯曲法;LVDT电压位移传感器;光杠杆法

杨氏模量是表征固体材料弹性形变性质的一个基本力学参数,它的测定在技术应用和科学研究中都具有重要意义,同时它也是工程设计中选择机械构件的重要依据.测量杨氏模量有拉伸法、梁弯曲法、振动法、内耗法等等方法,其中拉伸法和梁弯曲法在大学物理实验中经常用到<sup>[1]</sup>,这两种方法都需要读取待测物体在加载后的微小位移,其中拉伸法常采用光杠杆法读取位移,步骤比较繁杂,操作难度高,数据波动较大.

本实验利用梁弯曲法采用了LVDT电压位移传感器对微小形变进行测量,操作简单,同时再将数据与光杠杆望远镜测量数据进行对比,发现位移传感器测量数据波动小、精确度更高<sup>[2]</sup>.

## 1 实验原理

### 1.1 梁弯曲法测杨氏模量原理

将厚度为 $a$ ,宽为 $b$ 的不锈钢钢尺放到相距为 $d$

的二刀刃上,如图1,在钢尺上二刀刃的中点处挂上质量为 $M$ 的法码,钢尺被压弯,设挂砝码处下降 $\Delta z$ ,称此为弛垂度,这时钢尺的杨氏模量为

$$E = \frac{d^3 Mg}{4a^3 b \Delta z}$$

其中, $d$ 为两刀口之间的距离; $M$ 为所加砝码的质量; $a$ 为待测物体的厚度; $b$ 为待测物体的宽度; $\Delta z$ 为梁中心由于外力作用而下降的距离; $g$ 为重力加速度.

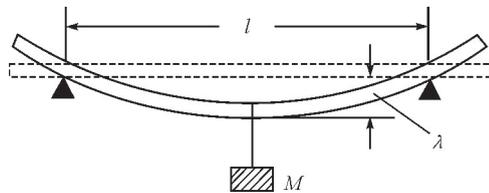


图1 梁弯曲法示意图

图2为沿钢尺方向的纵断面的一部分.

\* 2020年防灾科技学院教育研究与教学改革项目“基于云课堂的《大学物理》课程混合式教学模式研究与实践”,项目编号:JY2020A07.

作者简介:张仕青(2002- ),男,在读本科生,研究方向为实验方法改进.

通讯作者:杨健(1979- ),女,副教授,主要从事大学物理和大学物理实验教学研究.

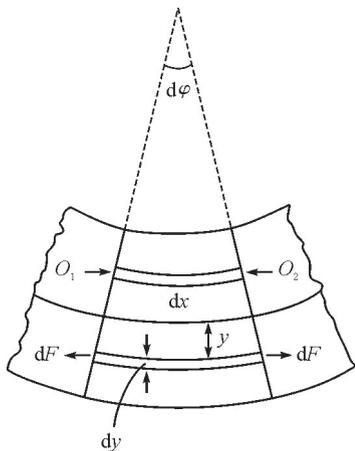


图2 金属压缩拉伸示意图

在相距为  $dx$  的  $O_1O_2$  上的横断面, 钢尺弯曲前互相平行, 弯曲后则成一小角度  $d\phi$ . 显然在钢尺弯曲后, 钢尺的下半部呈现拉伸状态, 上半部为压缩状态, 而在钢尺的中间有一薄层虽然弯曲但长度不变, 称为中间层<sup>[3]</sup>.

位移传感器是将机械位移量变为电学量的敏感元件, 其工作原理实际上是铁芯可动的变压器, 结构示意图如图3所示.

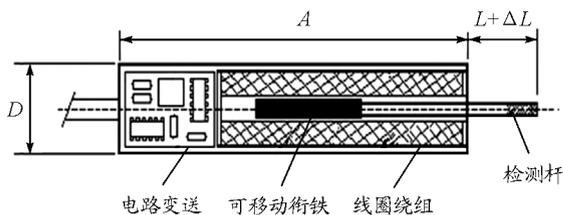


图3 LVDT 位移传感器内部结构图

### 1.2 LVDT 电压位移传感器工作原理

本装置使用的传感器由初级线圈1、两组次级线圈2和插入线圈中心的棒状铁芯及其连杆、线圈骨架、外壳等部分组成.

当铁芯在线圈内移动时, 改变了磁通量的空间分布, 从而改变了初、次级线圈之间的互感量. 当初级线圈供给一定频率的交变电压时, 次级线圈就产生感应电动势, 随着铁芯的位置不同, 互感量也不同, 次级线圈产生的感应电动势也就不同, 这样, 经过变送器就把铁芯的运动位移量变成了电压信号输出<sup>[4]</sup>. 随后使用 DH8016 称量显示器数显控制仪表把电压信号转换成位移量显示在显示屏上. LVDT 电压位移传感器参数如表1所示.

表1 LVDT 电压位移传感器参数

工作电流 / mA	12
电流输出 / mA	4 ~ 20
量程 / mm	5
输出信号 / V	0 ~ 55
精度 / %	0.1
工作温度 / °C	-10 ~ +50
负载阻抗 / kΩ	20

## 2 实验装置

图4为实验仪器实物图, 图5为实验仪器模型概念图.



图4 实验仪器实物图

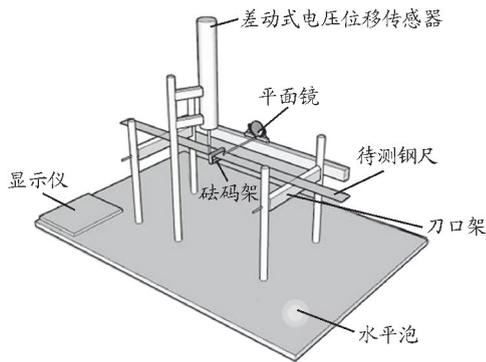


图5 实验仪器模型概念图

### 2.1 光杠杆法读数方法

利用望远镜去观察平面镜中直尺刻度的微小变化  $\Delta l$ , 再根据光杠杆臂长  $b$  和标尺到平面镜的距离  $D$  转换成钢尺的弯曲位移  $\Delta z$ , 公式为

$$\Delta z = \frac{b}{2D\Delta l}$$

将  $\Delta z$  代入弯曲法测杨氏模量公式中,即可求出杨氏模量<sup>[5]</sup>.

### 2.2 传感器法测杨氏模量

弯曲位移  $\Delta z$  会直接显示在显示仪上,记录数据并代入公式求得杨氏模量.

## 3 实验数据分析与处理

### 3.1 实验数据分析

对测得的数据进行整理,计算出杨氏模量并画出散点图.

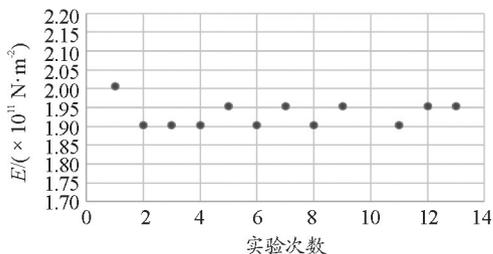


图6 光杠杆法测3 mm钢尺杨氏模量

由图6中的13组实验测量的数据求均值得光杠杆法测得3 mm钢尺的杨氏模量为  $E_1 = 1.930 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ .

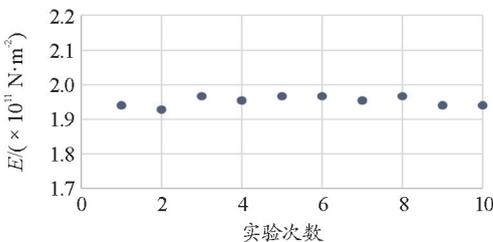


图7 传感器法测3 mm钢尺杨氏模量

由图7中的10组实验测量数据求均值可得传感器法测得3 mm钢尺的杨氏模量为  $E_2 = 1.952 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ .

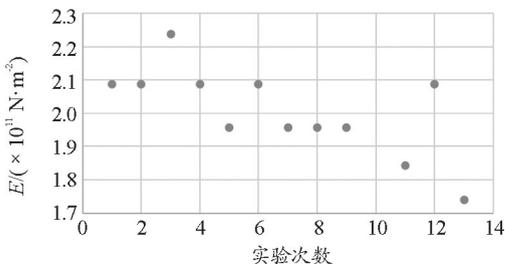


图8 光杠杆法测4 mm钢尺杨氏模量

由图8中的13组实验测量的数据分析得到光杠杆法测4 mm钢尺的杨氏模量为  $E_3 = 1.995 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ .

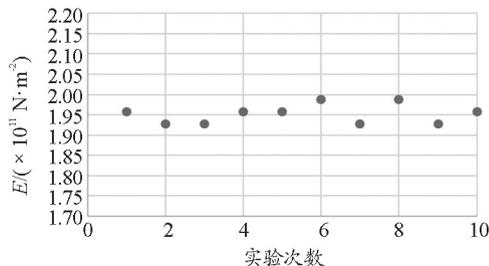


图9 传感器法测4 mm钢尺杨氏模量

由图9中的10组数据求均值可得传感器法测4 mm钢尺的杨氏模量为  $E_4 = 1.952 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ .

### 3.2 实验方法对比

在使用材料一致的情况下,对两种方法进行对比.

#### 3.2.1 材料为4 mm钢尺时,两种方法对比

材料为4 mm钢尺时两种方法测量所得杨氏模量对比如图10所示,两种方法所得数值如表2所示.

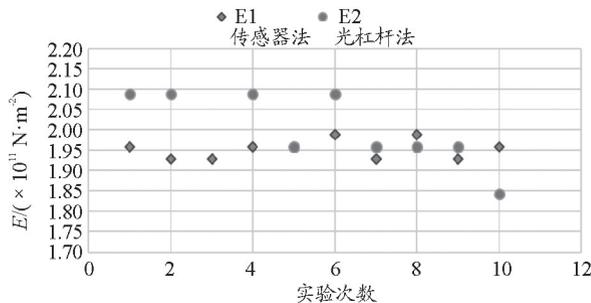


图10 两种方法测得4 mm钢尺的杨氏模量曲线对比图

表2 两种方法得到的4 mm钢尺数值

被测量	方法	
	光杠杆法	传感器法
变量名 / $(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$E$	$E$
样本量 / 个	13	10
中位数 / $(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$1.957 \times 10^{11}$	$1.957 \times 10^{11}$
平均值 / $(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$1.995 \times 10^{11}$	$1.952 \times 10^{11}$
标准差 / $(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$1.351 \times 10^{11}$	$2.408 \times 10^9$
方差 / $(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})^2$	$1.825 \times 10^{22}$	$5.798 \times 10^{18}$

由图10及表2计算的方差  $S_{\text{光杠杆法}}^2 > S_{\text{传感器法}}^2$  可知,在同一材料下进行实验,传感器法测得的数据方

差更小,波动性小,更加稳定.

### 3.2.2 材料为 3 mm 钢尺时,两种方法分析

材料为 3 mm 钢尺时,两种方法测量所得杨氏模量对比如图 11 所示,两种方法所得数值如表 3 所示.

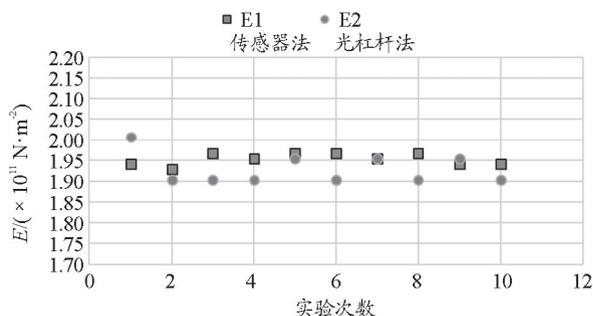


图 11 两种方法测得 3 mm 钢尺的杨氏模量曲线对比图

表 3 两种方法得到的 3 mm 钢尺数值

被测量	方法	
	光杠杆法	传感器法
变量名 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$E$	$E$
样本量 / 个	13	10
中位数 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$1.903 \times 10^{11}$	$1.954 \times 10^{11}$
平均值 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$1.930 \times 10^{11}$	$1.952 \times 10^{11}$
标准差 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$3.357 \times 10^9$	$1.410 \times 10^9$
方差 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ) <sup>2</sup>	$1.127 \times 10^{19}$	$1.987 \times 10^{18}$

由图 11 及表 3 计算的方差  $S_{\text{光杠杆法}}^2 > S_{\text{传感器法}}^2$  可知,在同一材料下进行实验,同样也是传感器法测得的数据波动性小,更加稳定.因此可以得出,传感器法测得的数据方差更小,测得的数据更加稳定.

### 3.2.3 方法相同,材料厚度不同时数据对比

通过对比 3 mm 和 4 mm 钢尺测得的数据(表 4)所对应的方差  $S_{4\text{mm}}^2 > S_{3\text{mm}}^2$  以及曲线图(图 12) 可以看到,随着测量钢尺的厚度的增加,测得的数据波动性变大,测得的杨氏模量误差变大<sup>[6]</sup>.

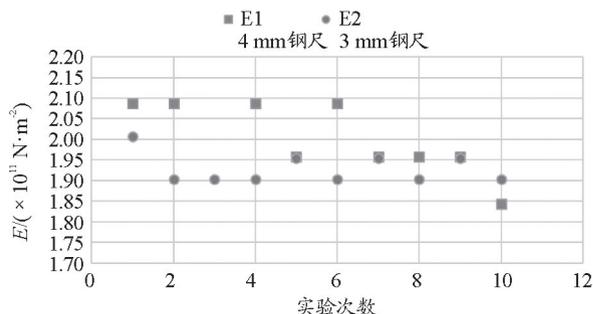


图 12 光杠杆法测 3 mm 和 4 mm 钢尺的杨氏模量曲线对比图

表 4 光杠杆法得到的不同厚度钢尺的数值

被测量	厚度	
	4 mm	3 mm
变量名 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$E$	$E$
样本量 / 个	13	13
中位数 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$1.957 \times 10^{11}$	$1.903 \times 10^{11}$
平均值 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$1.995 \times 10^{11}$	$1.930 \times 10^{11}$
标准差 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$1.351 \times 10^{11}$	$3.357 \times 10^9$
方差 / ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ) <sup>2</sup>	$1.825 \times 10^{22}$	$1.127 \times 10^{19}$

## 4 误差分析

### 4.1 结果误差分析

本次实验采用的实验材料是 304 不锈钢,304 不锈钢是按照美国 ASTM 标准生产出来的不锈钢的一个牌号,官方公布它的杨氏模量标准值为  $E = 1.9402 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ <sup>[7]</sup>.

光杠杆法测杨氏模量的误差:3 mm 的钢尺相对误差为 0.412%,4 mm 的钢尺相对误差为 7.73%.

传感器法测杨氏模量的误差:3 mm 的钢尺相对误差为 0.463%,4 mm 的钢尺相对误差为 0.309%.

根据计算结果,可以看出传感器法的误差较小且比较稳定,而光杠杆法在测量相同材料不同厚度的钢尺时产生的误差差距较大,分析后发现主要是由于 4 mm 钢尺的形变量较小,在望远镜标尺读数过程中需要进行大量估读,标尺读数的每次变化大概在 0.02 cm,而标尺的最小刻度为 0.1 cm,因此误差较大<sup>[8]</sup>.

### 4.2 读数误差分析

#### 4.2.1 光杠杆法

(1) 光杠杆的臂长测量不够准确,导致换算时有误差.

(2) 梁中心弯曲过小,标尺变化量较小,读数误差大.

(3) 在增加砝码时导致仪器测量位置微小移动.

#### 4.2.2 传感器法

(1) 传感器探头未顶至梁中心位置.

(2) 采用回弹式探头,弹杆会有一定的弹力,可能会使  $M$  比实际值偏小.

(3) 在增加砝码时导致传感器探头位置移动.

#### 4.2.3 仪器误差分析

(1) 待测材料表面不够平整光滑,可能会有摩擦,导致实验数据波动.

(2) 传感器本身误差.

### 5 装置优缺点及改进方向

本实验装置较传统的拉伸法测杨氏模量的实验装置有结构简单,操作容易,数据准确,能够简单高效的完成实验任务的优点.

但目前该实验装置仍有不足:尺寸过小导致加载砝码易发生晃动,使数据波动,并且砝码的变化量还不够大,传感器的弹杆对待测物体的力会形成误差.未来的改进方向则是增高立柱,或在挂钩下设置滑轮.改进后的装置减少繁琐的人工操作,丰富实验

内容,原装置的实验效果有极大的优化.

#### 参考文献

- [1] 周晓明. 三种杨氏模量测量方法比较[J]. 实验科学与技术, 2011, 9(6): 97 - 99.
- [2] 刘颖, 张嘉誉, 王颖, 等. 激光光杠杆弯曲法测杨氏模量[J]. 大学物理实验, 2015, 28(6): 28 - 30.
- [3] 宋连鹏, 周丽, 孙瑜, 等. 基于霍尔传感器的梁弯曲法测量杨氏模量实验的改进[J]. 大学物理实验, 2016, 29(3): 59 - 63.
- [4] 彭春文, 李永清, 刘妍, 等. 浅谈 LVDT 位移传感器可靠设计分析技术[J]. 电子世界, 2020, 19(87): 186 - 187, 190.
- [5] 李霞, 赵树民, 贾鹏英, 等. 光杠杆原理在钢丝杨氏模量测定中的近似[J]. 物理通报, 2007(3): 41 - 43.
- [6] 何飞龙, 张贺旭, 雷琪琪, 等. 选材引起测量金属丝杨氏模量的误差分析[J]. 河南科技, 2015(6): 126 - 125.
- [7] 马丽雅. 浅谈 304、321 与 316 不锈钢区别和联系[J]. 中国化工贸易, 2019(19): 237.
- [8] 王雪燕, 王博. 杨氏模量实验钢丝因素对实验结果的影响[J]. 物理通报, 2017(4): 96 - 99, 102.

## Experimental Measurement Method Improvement of the Young's Modulus

ZHANG Shiqing

(School of Electronic Science and Control Engineering, Institute of Disaster Prevention, Langfang, Hebei 065000)

XU Bo

(School of Civil Engineering, Institute of Disaster Prevention, Langfang, Hebei 065000)

YANG Jian

(Department of Basic, Institute of Disaster Prevention, Langfang, Hebei 065000)

LI Yuxiu

(School of Civil Engineering, Institute of Disaster Prevention, Langfang, Hebei 065000)

**Abstract:** This paper introduces the experimental method of measuring Young's modulus by using beam bending method. While using LVDT to measure the deflection of steel ruler on the basis of the method, the method of using the optical lever for reading is added along with the comparison of the two experimental data. Furthermore, application of the LVDT has the advantages of lower volatility of experimental data, higher accuracy, simpler experimental facility, simpler operation and more direct data reading.

**Key words:** Yang's modulus; beam bending method; linear variable differential transformer; optical lever method