



基于实际效果分解法分析斜抛运动问题

林溢源 沈卫

(湖州市菱湖中学 浙江 湖州 313018)

(收稿日期:2023-03-31)

摘要:在分析斜抛运动问题时,可依据按实际效果分解的方法沿着初速度方向和竖直方向将斜抛运动分解为两个方向的直线运动,并结合几何关系予以定量解析.从斜面斜抛运动出发,通过对问题实例的分析,凸显按实际效果分解斜抛运动的巧妙运用,以期对解决斜抛运动的相关问题提供一定的参考.

关键词:按实际效果分解;斜抛运动;解斜三角形

人教版高中物理必修第二册教科书提出:仿照平抛运动的处理方法能够得到描述斜抛运动的几个关系式^[1].因此在多数情况下,分析斜抛运动的方法还是遵循平抛运动的处理方式,即采用正交分解法将斜抛运动分解为水平、竖直方向的匀变速直线运动.此外运用正交分解法分解运动或者力的时候可以沿着任意的两个相互垂直的方向^[2].

不过笔者在学习实践中发现,正交分解法虽然原理直观简洁,但在解决部分斜抛运动问题时会构建过多的方程,计算略显繁琐,譬如从斜面底端斜上抛一个物体,计算其落在斜面上时与抛出点的距离,如图1所示.如果遵循按实际效果分解的原理,将物体的运动分解为沿初速度方向的匀速直线运动、竖直方向的自由落体运动,则在一定程度上可以简化问题的过程分析.

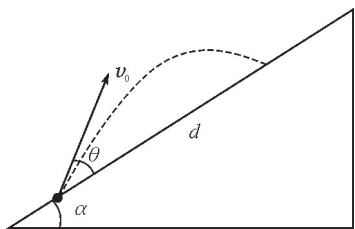


图1 斜面上斜上抛物体示意图

1 按实际效果分解法分析斜面上斜上抛运动

根据图1,可将物体斜上抛运动分解为沿初速度 v_0 方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动.根据分运动独立性原理可知,两个方向上的运动不会相互影响且具备等时性的特点.因此可构建如图2所示的两个分运动位移的示意图.

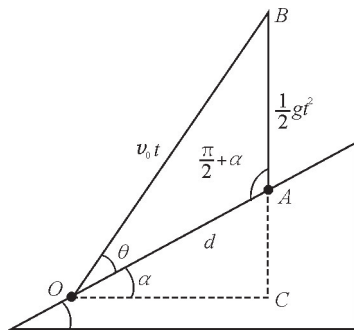


图2 斜面斜上抛物体的分位移图

由图2可知,当物体从O点斜向上抛出落到A点的过程中,根据 $\triangle OAB$ 及正弦定律可得

$$\frac{v_0 t}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{\sin\theta}$$

整理之后可得物体由O至A的时间为

$$t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g \cos \alpha}$$

再根据 $\triangle OBC$ 与 $\triangle OAC$ 即可得到物体抛出点 O 与落点 A 之间的距离 d 满足

$$d = \frac{v_0 t \cos(\alpha + \theta)}{\cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos(\alpha + \theta)}{g \cos^2 \alpha}$$

基于上述分析,可以看到按实际效果分解法在分析斜抛运动的问题时,其优势在于不改变物体所参与的分运动实际效果的属性,并且将这种属性以几何运算的形式加以呈现出来,从而充分展示物体分运动的特征,避开了因运动分解带来的过多的方程联立.通过笔者在学习实践,发现按实际效果分解在分析斜抛运动问题时具有较为广泛的普适性,下面通过两个具体的问题实例加以说明.

2 按实际效果分解法在斜抛问题实例中的运用

从运动的实际效果出发分解斜抛运动,其运动所构成的位移三角形在多数情况下为斜三角形,因此在数学工具的运用上需要依托于解斜三角形的法则.故在方法运用上需要同学们具备一定的数学能力,并且能够从分位移的三角形出发,建立边角的关系,列方程求解.

2.1 对单一物体做斜抛运动的分析

【例1】最大与水平面成什么角度抛出石子,才能使石子在运动过程中始终远离抛出点?不计石子所受阻力.

分析:取抛出点所在的水平面,构建石子沿初速度方向的匀速直线运动、竖直方向的自由落体运动的运动位移示意图如图3所示.

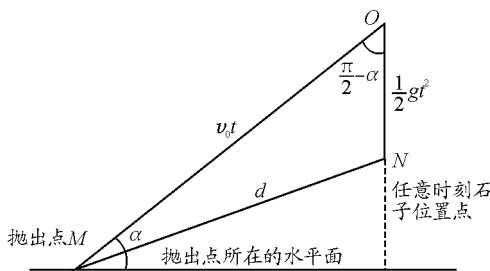


图3 抛出的石子任意时刻的位移图

图中 α 为斜抛运动的抛射角.由余弦定理可知,在 $\triangle OMN$ 中存在

$$d^2 = v_0^2 t^2 + \frac{1}{4} g^2 t^4 - v_0 g t^3 \sin \alpha$$

其中 d 为石子运动的任意时刻位置与抛出点的距离.显然如果抛出的石子一直远离抛出点,则意味着随着时间 t 的增大, d 一直增大,即 d^2 一直增大.不妨取 $f(t) = d^2$,并对其求时间 t 的一阶导数,可得

$$f'(t) = 2v_0^2 t + g^2 t^3 - 3v_0 g t^2 \sin \alpha = t(g^2 t^2 - 3v_0 g t \sin \alpha + 2v_0^2)$$

显然当 $f'(t) > 0$ 时, d 始终增大.

构建方程

$$g^2 t^2 - 3v_0 g t \sin \alpha + 2v_0^2 = 0$$

当 $f'(t) > 0$ 时,运用根的判别式可得

$$(3v_0 g \sin \alpha)^2 - 8g^2 v_0^2 < 0$$

可得石子的抛射角需满足

$$\sin \alpha < \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

2.2 两物体斜抛运动问题的分析探讨

【例2】一枪从同一地点发出两颗子弹,发射的时间间隔为 Δt ,若两子弹在同一平面内运动,证明两子弹相遇的条件是

$$\frac{\sin \frac{\alpha - \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}} = \frac{g \Delta t}{2v}$$

其中, α, β 是两次发射子弹的仰角且 $\alpha > \beta$, v 是发射的初速度,如图4所示,不计空气阻力.

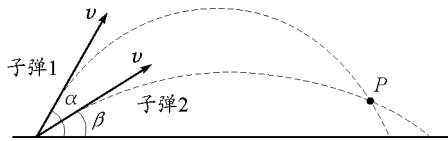


图4 两颗子弹做斜抛运动的示意图

分析:将两颗子弹沿初速度方向与竖直方向构建分运动的位移图如图5所示.

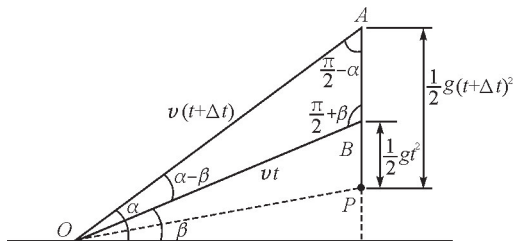
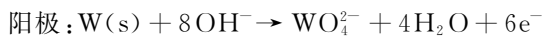
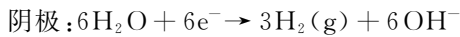
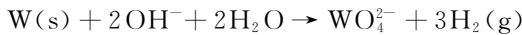


图5 两颗子弹分运动位移的示意图

电化学腐蚀法制备探针的腐蚀机理所涉及电化学反应为^[7]:



总反应:



在表面张力的作用下,溶液与钨丝表面接触部位会微微凸起,反应进行的时候,钨丝表面的钨被氧化为 WO_4^{2-} 离子,较高浓度 WO_4^{2-} 离子向下扩散并在下部的钨丝表面形成保护层,使这部分钨丝表面与 OH^- 离子接触减少,钨丝腐蚀减缓.腐蚀过程中溶液表面与钨丝交界处反应进行得最剧烈,当界面处钨丝被腐蚀的很细时,由于塑料管的保护和重力作用,钨丝会自动断掉,下半部分钨丝与上半部分钨丝脱离,上半部分钨丝的尖端即被腐蚀成所需要的金属探针.

4 总结

本文采用电化学腐蚀法,创新利用细塑料管包裹钨丝针尖方法,设计了简易的电化学腐蚀装置,并制备出了钨金属探针,运用控制变量法研究了腐蚀

电压、腐蚀时间、钨金属半径之间的关系.与传统静态探针制备不同,本文所采用的电化学腐蚀法具有制作工艺简单、腐蚀速率易控制、成本低廉等优点.金属探针的广泛应用必然会对半导体芯片监测和生物医学的发展带来巨大便利.

参考文献

- [1] 王学,慧程协,曾红.扫描隧道显微镜钨针尖的制备与表征[J].微纳电子技术,2020(4):333-338.
- [2] 汪洋,巩金龙,朱德彰,等.利用杠杆原理制备用于扫描隧道显微镜的钨针尖[J].核技术,2007(3):200-203.
- [3] 汪雅丽,熊艳艳,高思田,等.用于音叉式原子力显微镜的探针制备[J].计量学报,2017,38(1):43-46.
- [4] 潘金福,黄旭,王云,等.STM探针电化学腐蚀装置的设计及实验研究[J].现代机械,2008(5):14-16.
- [5] 孙宏君,裘进浩,季宏丽,等.基于电化学腐蚀法的钨探针制备研究[J].应用化工,2015,44(4):761-763.
- [6] 姚玮,李春艳,刘平,等.STM钨针尖电化学加工及其装置的改进[J].电子显微学报,2003,22(3):256-258.
- [7] 吴雪梅,杨礼富,甘俊彦,等.扫描隧道显微镜针尖的电化学腐蚀制备方法[J].苏州大学学报(自然科学),1997,13(3):47-50.

(上接第158页)

由图5中两颗子弹位移所构成的 $\triangle OAB$,依据正弦定理可得

$$\frac{v(t+\Delta t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)} = \frac{vt}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)} \quad (1)$$

$$\frac{\frac{1}{2}g(t+\Delta t)^2 - \frac{1}{2}gt^2}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{vt}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)} \quad (2)$$

根据式(1)可得子弹2从发射到与子弹1相遇所需的时间 t 满足

$$t = \frac{\Delta t \cos \alpha}{\cos \beta - \cos \alpha} \quad (3)$$

联立式(2)、(3)并整理之后可得到两颗子弹相遇需满足

$$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos \alpha + \cos \beta} = \frac{g\Delta t}{2v}$$

利用和差化积公式与二倍角公式处理该式就能得到问题所要求证的结论,即

$$\frac{\sin \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos \frac{\alpha+\beta}{2}} = \frac{g\Delta t}{2v}$$

3 总结

通过上述两个问题实例可知,不论对于单一物体做斜抛运动还是两个物体做斜抛运动,按实际效果分解物体的运动,把握做斜抛运动的物体分运动的实际效果属性,从解决问题的角度来说其方法是简洁而直观的.这种分解运动的方式在运算上也不是十分复杂,对于大多数处在高中的同学而言,只要具备高中数学的知识即可.因此处理复杂的斜抛运动问题,不妨转换思路,调整思考的角度,说不定能够从物理现象的本质与基本的概念入手,找寻到解决问题的最佳途径.

参考文献

- [1] 人民教育出版社,课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中教科书物理必修第二册[M].北京:人民教育出版社,2019:18.
- [2] 沈卫.莫管方法“老”,只看“巧”不“巧”——论抛体运动问题中正交分解法的应用[J].物理教学,2020,42(5):56-58.