



从平抛运动到第一宇宙速度*

蒋悠然 王佳 蒋敏

(西南大学附属中学校 重庆 400700)

(收稿日期:2023-05-10)

摘要:根据高中物理教材中牛顿发射航天器的思想,运用平抛运动的规律推导出第一宇宙速度.

关键词:平抛运动;第一宇宙速度;推导

人类自古以来对太空无限神往,有关太空的艺术创作更是层出不穷,近年来,宇宙航行类科幻电影更是引发全民热议.

人类要探索太空,需要发射航天器.发射航天器的最小速度为第一宇宙速度,高中物理教材上对第一宇宙速度的大小是这样推导的:

设地球的质量为 M ,航天器的质量为 m ,航天器在贴近地球表面的圆轨道上运行,地球对航天器的万有引力提供向心力,有

$$G \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

半径 r 近似等于地球半径 R ,所以

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}^{[1]}$$

取 $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $M=6 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R=6.4 \times 10^6 \text{ m}$,计算得 $v \approx 7.9 \text{ km/s}$.

在教材中,引入第一宇宙速度时还有这样一段话:如图1所示,在1687年出版的《自然哲学的数学原理》中,牛顿设想,把物体从高山上水平抛出,速度一次比一次大,落地点也就一次比一次远;抛出速度足够大时,物体就不会落回地面,成为人造地球卫星^[1].显然,牛顿是从抛体运动出发想到卫星发射的.我们已经学习了抛体运动的规律,可否用抛体运动的规律推导第一宇宙速度?

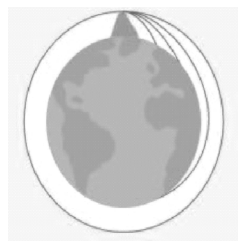


图1 物体从高山上水平抛出

先将教材中的插图模型化,如图2所示,在高度为 h 的山顶以水平速度 v_0 掷出石子,忽略空气阻力,若分析非常短的一小段时间,重力的大小、方向几乎不变,石子的运动可视为平抛运动.经过非常短的一小段时间 t ,石子由 P 点运动到 Q 点,石子的水平位移为 x ,竖直位移为 y .

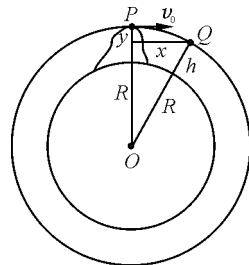


图2 物体平抛运动分析

由平抛运动规律,有

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

由于山的高度远小于地球半径,所以上式的 g 就是地面的重力加速度.要石子离地面的高度不变,

* 重庆市2023年度普通高中精品选修课程“电影中的物理科学”;重庆市教育学会第十届(2021-2023年)基础教育科研一般课题“基于核心素养的高中物理阅读能力培养策略研究”的阶段成果,课题批准号:XH2021B164.

作者简介:蒋悠然(2006-),女,高二学生.

通讯作者:王佳(1987-),女,中教一级,主要从事中学物理教学及研究.



对一道经典碰撞习题解析的修正

周洪松

(秦皇岛市第一中学 河北 秦皇岛 066006)

(收稿日期:2022-12-19)

摘要:引入恢复系数,利用能量守恒定律和动量守恒定律对一道经典碰撞习题的解析进行了修正,并对题中 3 种不同碰撞的结果进行了分析.

关键词:碰撞;能量守恒定律;动量守恒定律

1 原题及解析

如图 1 所示,水平地面上 A、B 两个木块用轻弹簧连接在一起,质量分别为 $2m$ 、 $3m$,静止时弹簧恰好处于原长.一质量为 m 的木块 C 以速度 v_0 水平向右运动并与木块 A 相撞.不计一切摩擦,弹簧始终处于弹性限度内,则碰后弹簧的最大弹性势能不可能为()

- A. $\frac{1}{3}mv_0^2$ B. $\frac{1}{5}mv_0^2$
C. $\frac{1}{12}mv_0^2$ D. $\frac{4}{15}mv_0^2$

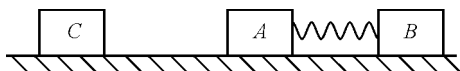


图 1 原题题图

解析:当 C 与 A 发生弹性正碰时,根据动量守恒定律和能量守恒定律有

此时 Q 点到地面的距离应该为山的高度 h .

由勾股定理有

$$(R+h)^2 = x^2 + (R+h-y)^2$$

代入 x 、 y 的表达式,有

$$(R+h)^2 = v_0^2 t^2 + \left(R+h - \frac{1}{2}gt^2\right)^2$$

解得

$$v_0 = \sqrt{g(R+h) - \frac{1}{4}g^2 t^2}$$

由于 t 趋近于零,有

$$v_0 = \sqrt{g(R+h)}$$

又因为 $h \ll R$,所以 $v_0 \approx \sqrt{gR}$.

$$mv_0 = mv_1 + 2mv_2$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}(2m)v_2^2$$

联立解得

$$v_2 = \frac{2}{3}v_0$$

当 A、B 速度相等时弹簧的弹性势能最大,设共同速度为 v_3 ,以 A 的初速度方向为正方向,则由动量守恒定律得

$$2mv_2 = (2m + 3m)v_3$$

由机械能守恒定律可知

$$E_p + \frac{1}{2}(5m)v_3^2 = \frac{1}{2}(2m)v_2^2$$

解得

$$E_p = \frac{4}{15}mv_0^2$$

当 C 与 A 发生完全非弹性正碰时,根据动量守恒定

取 $g=9.8 \text{ m/s}^2$, $R=6.4 \times 10^6 \text{ m}$,计算得 $v_0 \approx 7.9 \text{ km/s}$.可见,用平抛的思路推导出来的第一宇宙速度大小与教材上是一样的.

通过以上思考分析过程,有很多收获:第一,学习要多看教材,往往教材上的一段话就是一个引子,可以帮我们打开一个新的思路.第二,物理真是很奇妙,运用平抛运动规律加上一点简单的数学知识就可以推导出第一宇宙速度.

参考文献

- [1] 人民教育出版社,课程教材研究所,物理课程教材研究开发中心.普通高中教科书物理必修第二册[M].北京:人民教育出版社,2019:33.

律有

$$mv_0 = 3mv_4$$

当A、B、C速度相等时弹簧的弹性势能最大,设共同速度为 v_5 ,则由动量守恒定律得

$$3mv_4 = 6mv_5$$

由机械能守恒定律可知

$$E_p = \frac{1}{2}(3m)v_4^2 - \frac{1}{2}(6m)v_5^2$$

解得

$$E_p = \frac{1}{12}mv_0^2$$

由此可见,碰后弹簧的最大弹性势能范围是

$$\frac{1}{12}mv_0^2 \leq E_p \leq \frac{4}{15}mv_0^2$$

2 对原题解析的修正

上述解析中认为C与A碰撞过程中发生弹性碰撞没有机械能损失,弹簧的弹性势能最大;C与A发生完全非弹性碰撞损失机械能最大,弹簧的弹性势能最小.但是C与A发生完全非弹性碰撞后弹簧的弹性势能就一定是最小的吗?假设两个质点碰撞过程中总动能没有损失,则满足动量和能量守恒定律

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$$

联立解得

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

为了区别碰撞的性质引入恢复系数 e ,定义为分离速度和接近速度的比值

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

则解可以化为

$$v'_1 = v_1 - (1 + e) \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = v_2 - (1 + e) \frac{m_1(v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

完全弹性碰撞中 $e=1$,完全非弹性碰撞中 $e=0$,当 $0 < e < 1$ 时,称为非完全弹性碰撞.

本题中 $m_1=m$ 、 $m_2=2m$ 、 $v_2=0$ 、 $v_1=v_0$,代入上式得A的速度满足

$$\frac{1}{3}v_0 \leq v'_1 \leq \frac{2}{3}v_0$$

所以正确的结果是当C与A发生弹性碰撞时,A的速度最大 $\frac{2}{3}v_0$,则A和B速度相等时弹簧的弹性势能最大为 $\frac{4}{15}mv_0^2$;当C与A发生非弹性碰撞时,A的速度趋近于 $\frac{1}{3}v_0$,则A与B速度相等时有

$$2m\left(\frac{1}{3}v_0\right) = (2m + 3m)v$$

弹簧的弹性势能趋近于

$$E_p = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{1}{3}v_0\right)^2 - \frac{1}{2}(5m)v^2 = \frac{1}{15}mv_0^2$$

当C与A发生完全非弹性正碰时,A的速度最小 $\frac{1}{3}v_0$,虽然此时A的速度最小,但是C与A粘在一起,从而改变了质量,反而解得

$$E_p = \frac{1}{12}mv_0^2$$

综上所述碰后弹簧的最大弹性势能范围是

$$\frac{1}{15}mv_0^2 < E_p \leq \frac{4}{15}mv_0^2$$

让人类观察微观世界达到极致

——2023年诺贝尔物理学奖简介

2023年诺贝尔物理学奖授予美国俄亥俄州立大学教授皮埃尔·阿戈斯蒂尼(Pierre Agostini,1968—)、德国慕尼黑路德维希-马克西米利安大学教授费伦茨·克劳斯(Ferenc Krausz,1962—)和瑞典隆德大学教授安妮·卢利尔(Anne L'Huillier,1958—)。安妮·卢利尔教授是有史以来第5位荣获诺贝尔物理学奖的女性科学家。

安妮·卢利尔从激光与气体原子的相互作用中发现了一种新的效应.皮埃尔·阿戈斯蒂尼和费伦茨·克劳斯证明了这种效应可以用来产生比以前更短的光脉冲。

这3位诺贝尔物理学奖获得者因其实验而获得认可,通过他们的实验方法可以获得极短光脉冲——阿秒光脉冲,从而可以捕捉到电子极其快速的运动,为人类探索原子和分子内部的电子世界提供了新的工具。