

# 利用运动的合成与分解求解江苏省高考物理压轴题

郑永圣

(南京市江宁区教学研究室 江苏 南京 211100)

(收稿日期:2023-06-21)

**摘要:**“运动的合成与分解”作为研究复杂运动的一个基本方法,在每年的高考试题中都有涉及和体现,有些高考试题虽然采用不同的解题方法都能够解决,但如果能够引导学生从“运动的合成与分解”角度展开分析,往往能够使学生对物体(或粒子)的运动图景更加清楚、明了.笔者介绍了仅利用“运动的合成与分解”方法是如何求解2023年高考江苏省物理压轴题的,并且从理论上给出了为何能这样求解的证明过程.

**关键词:**运动的合成与分解;高考;压轴题

## 1 引言

2023年高考江苏省物理压轴题考查的是带电粒子在匀强磁场和匀强电场中的运动,所受的洛伦兹力随时间变化而变化,其运动既不是类平抛运动,也不是圆周运动,而是非常复杂的曲线运动,这个问题既涉及物体的受力分析、力和运动的关系,还涉及电场力做功以及功能关系等基本概念和基本规律,问题的综合性很强,对学生的思维能力要求较高.

这道试题采用不同的解题方法都能够解决,比如第(2)问采用动能定理很快就能求出结果,第(3)问利用动量定理、动能定理都能解决,但笔者想从“运动的合成与分解”的角度对本题展开分析,仅仅用“运动的合成与分解”的方法把这个问题全部解决,因为这个问题中带电粒子所受的电场力是恒力,故可以采用构造速度的方法来解决这个问题,俗称“配速法”,即给带电粒子配一个速度  $v_1$ ,粒子以这个速度做匀速直线运动;给粒子再配另一个速度  $v_2$  做匀速圆周运动,这样带电粒子复杂的曲线运动就可以看成是一个匀速直线运动与一个匀速圆周运动的合运动,这样我们对带电粒子的运动图景就更加清楚、明了.

下面就具体介绍一下如何仅仅利用“运动的合成与分解”的方法就把这道压轴题全部解决的,并且给出了为什么能这样分解的理论证明过程.

## 2 原题及其求解

**【原题】**(2023年高考江苏省压轴题)霍尔推进器某局部区域可抽象成如图1所示的模型.  $xOy$  平面内存在竖直向下的匀强电场和垂直坐标平面向里的匀强磁场,磁感应强度为  $B$ . 质量为  $m$ 、电荷量为  $e$  的电子从  $O$  点沿  $x$  轴正方向水平入射. 入射速度为  $v_0$  时,电子沿  $x$  轴做直线运动;入射速度小于  $v_0$  时,电子的运动轨迹如图中的虚线所示,且在最高点与在最低点所受的合力大小相等. 不计重力及电子间相互作用.

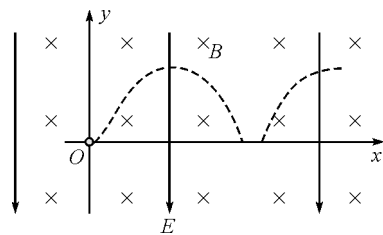


图1 2023年高考江苏省物理压轴题图

(1) 求电场强度的大小  $E$ ;

(2) 若电子入射速度为  $\frac{v_0}{4}$ , 求运动到速度为  $\frac{v_0}{2}$  时位置的纵坐标  $y_1$ ;

(3) 若电子入射速度在  $0 < v < v_0$  范围内均匀分布, 求能到达纵坐标  $y_2 = \frac{mv_0}{5eB}$  位置的电子数  $N$  占总电子数  $N_0$  的百分比.

**解:**(1) 入射速度为  $v_0$  时, 电子沿  $x$  轴做直线运动, 电子的受力情形如图2所示.

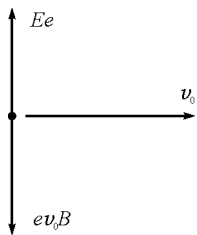


图2 电子的受力分析

由受力分析有

$$Ee = ev_0B$$

解得

$$E = v_0B$$

(2) 若电子入射速度为  $\frac{v_0}{4}$ , 可以看成是向右的

速度为  $v_0$  的匀速直线运动和向左的速度为  $\frac{3v_0}{4}$  的匀速圆周运动的合成, 如图3所示.

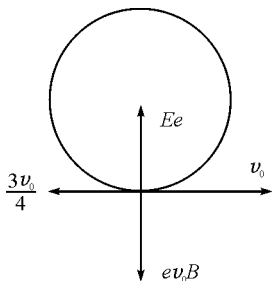


图3 入射速度分解题图

电子以速度  $v_0$  向右做匀速直线运动, 同时以速

率  $\frac{3v_0}{4}$  顺时针做匀速圆周运动. 当电子做匀速圆周运动的速度与水平方向夹角为  $\theta$  时, 与水平向右匀速运动速度  $v_0$  合成的合速度大小为  $\frac{v_0}{2}$ , 如图4所示.

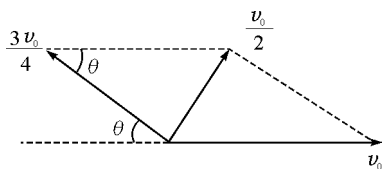


图4 速度合成题图

由余弦定理可得

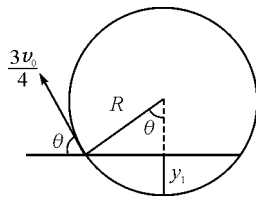
$$\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \left(\frac{3v_0}{4}\right)^2 + v_0^2 - 2 \times \frac{3v_0}{4} v_0 \cos \theta$$

解得

$$\cos \theta = \frac{7}{8}$$

电子的合速度为  $\frac{v_0}{2}$  时与  $y_1$  的位置关系如图5

所示.

图5 求解  $y_1$  题图

由图5可得

$$y_1 = R - R \cos \theta = \frac{1}{8}R$$

由牛顿第二定律可得

$$e \cdot \frac{3}{4} v_0 B = m \frac{\left(\frac{3}{4} v_0\right)^2}{R}$$

解得

$$R = \frac{3mv_0}{4eB}$$

故

$$y_1 = \frac{3mv_0}{32eB}$$

为什么能这样分解呢? 其理论证明过程如下:  
运动方程

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

又

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + q\mathbf{E} \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$$

所以

$$m \dot{\mathbf{v}} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + q\mathbf{E}$$

因为

$$\mathbf{F}_0 = q(\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) = -q\mathbf{E}$$

代入上式得

$$m \dot{\mathbf{v}} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - q(\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) = q(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \times \mathbf{B}$$

因为  $\mathbf{v}_0$  是不随时间  $t$  变化的恒定速度, 可令

$$\mathbf{v}'(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_0$$

所以

$$\dot{\mathbf{v}}' = \dot{\mathbf{v}}$$

可得

$$m \dot{\mathbf{v}}' = q \mathbf{v}' \times \mathbf{B}$$

它描述的是点电荷在磁场  $B$  中的匀速圆周运动, 在零时刻

$$\mathbf{v}'(0) = \mathbf{v}(0) - \mathbf{v}_0$$

可知

$$\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}'(0) + \mathbf{v}_0$$

(下转第101页)

通过本单元的学习,学生能够掌握研究复杂曲线运动的方法,即“运动的合成与分解”.在整个学习过程中,学生在逐步探究问题和进行问题整合的基础上,体会到处理这类问题的本质——力与运动的关系,提升对“力是改变物体运动状态的原因”这一物理观念的认识.同时,经历思维推理过程,体会物理研究方法的应用,可以促进学生科学思维的发展.

#### 4 总结

基于大概概念的单元物理教学课程有较强的整合性和结构性,符合学生的认知特点,不仅注重教师的教,也重视学生的学.以此为统领来设计物理教学,能够使学生在更高的视角学习物理,提升学生的学习兴趣,使学生真正理解物理概念、物理规律,从而形成更为系统的物理知识网络.同时,通过情境的创设和学生的探究学习,可以发展学生的物理学科整体观,让学生感悟学科知识的意义和价值.而在实

(上接第93页)

其实“配速法”的本质是对运动方程的变量代换,而最后的运动合成是将求解出的 $\boldsymbol{v}'(t)$ 加上 $\boldsymbol{v}_0$ ,从而反推出需要求解的变量 $\boldsymbol{v}(t)$ , $\boldsymbol{v}'(t)$ 是带电粒子 $q$ 以 $\boldsymbol{v}'(0)$ 入射磁场 $B$ 的匀速圆周运动; $\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}'(t) + \boldsymbol{v}_0$ 为 $\boldsymbol{v}(t)$ (匀速圆周运动)与恒定速度 $\boldsymbol{v}_0$ (匀速直线运动)的合成.

(3) 设电子入射速度为 $v = kv_0 (k < 1)$ ,可以将其看成是向右的速度为 $v_0$ 的匀速直线运动和向左的速度为 $(1-k)v_0$ 的匀速圆周运动的合成,即电子以速度 $v_0$ 向右匀速直线运动,同时以速率 $(1-k)v_0$ 顺时针做匀速圆周运动.

由牛顿第二定律可得

$$e(1-k)v_0 B = m \frac{[(1-k)v_0]^2}{R'}$$

解得

$$R' = \frac{m(1-k)v_0}{eB}$$

由题意可知

$$2R' \geq y_2$$

即

$$2 \frac{m(1-k)v_0}{eB} \geq \frac{mv_0}{5eB}$$

解得

$$k \leq \frac{9}{10}$$

际的教学实践中,围绕大概念进行物理单元教学设计,从整合单元教学内容、确定单元教学目标、设计单元教学活动3个方面进行,能够有效地提升学生的物理学科核心素养,同时也能促进教师专业能力的提升.

#### 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版2020年修订)[S]. 北京:人民教育出版社,2020:11-23.
- [2] 王志芳. 大概念统领下高中概念物理课程大单元教学设计探索[J]. 中学物理,2022,40(5):6-9.
- [3] 刘荔鑫,徐晓梅. 基于大概念的高中物理单元教学设计——以“机械运动”为例[J]. 中学物理教学参考,2022,51(8):45-48.
- [4] 任虎虎. 基于真实性问题解决的高中物理单元教学设计——以“抛体运动”单元教学为例[J]. 基础教育课程,2022(24):46-52.

所以入射速度在 $0 < v < v_0$ 范围内均匀分布,能到达纵坐标 $y_2 = \frac{mv_0}{5eB}$ 位置的电子数 $N$ 占总电子数 $N_0$ 的百分比为

$$\frac{N}{N_0} = \frac{9}{10} = 90\%$$

#### 3 总结

由上面的解答可知,若仅仅利用“运动的合成与分解”的方法来解这道压轴题,“在最高点与在最低点所受的合力大小相等”这个题设条件都不用交代,这种物理思维方法在竞赛题中比较常见,在高考题中也出现了好几次,这与新高考物理科目要求也是一致的,把考查的重点和难点要转移到应用型和能力型的试题上,适当控制考查学生的知识覆盖面,增大考查学生的思维量与思维深度,引导学生摒弃题海,减少机械刷题,切实减轻学生的课业负担,也有利于教师更好地组织高考复习工作.

#### 参考文献

- [1] 井丹丹. 江苏省2023年高考物理真题及答案(word高清版)[EB/OL]. (2023-06-14). “平中物创工作室”微信公众号.
- [2] susan. 从微分方程理解配速法的本质[EB/OL]. (2023-03-12). <https://www.bilibili.com/video/BV1oT411a7ob/>.