

平行玻璃砖“入射角越大侧移越大” 的另一种证明

渠雷雷

(安徽省蚌埠第二中学 安徽 蚌埠 233000)

(收稿日期:2015-04-063)

人民教育出版社2011年6月第1版2013年7月第7次印刷的《物理·选修3-4》第48页“问题与练习”第6题,题目为:如果光射入和射出玻璃的两个平面是平行的,射出玻璃砖的光线相对入射光线来说发生了侧移,证明入射角越大侧移越大,如图1.

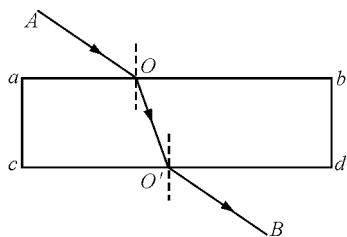


图1

人民教育出版社2010年5月第4版2013年4月第14次印刷的《物理·选修3-4》教师教学用书第78页对该题主要利用了两角差的正弦公式予以证明,现利用高中学生较为熟悉的平行线间的距离公式证明如下.

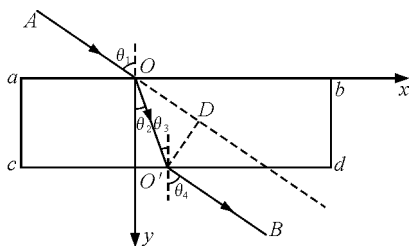


图2

如图2,对于入射点O,根据折射定律得

$$n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

对于出射点O',同理可以得到

$$n = \frac{\sin \theta_4}{\sin \theta_3}$$

因为 $\theta_2 = \theta_3, \theta_1 = \theta_4$, 所以 $AO \parallel O'B$.

图2中O'D即为侧移量.

以O为坐标原点,以ab为x轴,以入射法线为y轴建立平面直角坐标系.

由平面解析几何知识可得,入射光线AO的方程为

$$y = x \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) = x \cot \theta_1$$

即

$$x \cot \theta_1 - y = 0$$

设玻璃砖的厚度为h,且 $\theta_1 = \theta_4$, 则出射光线O'B的方程为

$$y - h = (x - h \tan \theta_2) \cot \theta_1$$

即

$$x \cot \theta_1 - y + h - h \cot \theta_1 \tan \theta_2 = 0$$

由两平行线间的距离公式可得,侧移量

$$O'D = \frac{|h - h \cot \theta_1 \tan \theta_2|}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta_1}} =$$

$$h \sin \theta_1 \left| 1 - \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1} \cdot \frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right|$$

为使式中只出现一个变量 $\sin \theta_1$, 现用 $\sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}$

表示 $\cos \theta_2$, 再用 $\frac{\sin \theta_1}{n}$ 表示 $\sin \theta_2$, 整理后得,侧移量

$$O'D = h \sin \theta_1 \left| 1 - \sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \right|$$

由于 θ_1 增大时 $\sin \theta_1$ 增大, 因此上式的值变大, 证毕.

通过证明得出: 对平行玻璃砖, 入射角越大, 侧移越大.

当然从上式中还易得出: 平行玻璃砖的厚度h越大, 侧移越大.

另把上式变形为

$$O'D = h \sin \theta_1 \left| 1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \theta_1}{n^2 - \sin^2 \theta_1}} \right|$$

从式中可以看出: 平行玻璃砖的折射率越大, 侧移越大.