



关于恒速物体间接做功的结论及应用

郑 金

(凌源市职教中心 辽宁 朝阳 122500)

(收稿日期:2015-10-12)

摘 要:利用多种方法推导了恒速物体在发射质点过程中对质点间接做功的公式及有关结论,探究了不同参考系中某个力做的功、某个物体做的功,以及媒介物体对加速物体做的功或提供的能量的计算方法,并对相关物理问题从多角度进行解答.

关键词:恒速物体 参考系 做功 能量

在恒速运动的物体上通过间接物体向前或向后发射质点,由于质点与恒速物体通过间接物体相互作用,因此在地面参考系中对变速质点应用动能定理列方程时,要考虑恒速物体对变速质点间接做的功,称为“借物传功”,对于这种功的大小有确定的关系式,用来解答有关的物理问题可化繁为简,拓展思路.

1 结论推导

现以质量相差悬殊的两个平动物体相互作用后分离的情况为例,来推导出恒速物体发射质点做功多少的一个结论.

【问题】在光滑水平面上,质量为 M 的平板车,以速度 v_0 做匀速直线运动,车上的发射装置沿水平方向向前发射一个质量为 m 的小球,使之获得速度 v ,若 $M \gg m$,求发射小球时平板车对小球做的功.

即
$$\frac{gt}{v_0} = \sqrt{2}$$

得
$$t = \frac{\sqrt{2}v_0}{g} \quad (10)$$

如果是类平抛运动,将 g 换为等效重力加速度,结论同样成立.

与文献[1]的解法殊途同归,可见文献[1]发现的平抛运动的这一“规律”是正确的.提醒我们命制有关平抛(类平抛)运动的习题时,所设置的条件须符合这一“规律”,否则会违背科学的自洽性,混乱学生的知识结构,误导他们的创造性思维.启发我们,

解析:对于在平板车上向前发射小球的过程,由于 $M \gg m$,则可认为平板车以恒速 v_0 运动.在发射小球时为了维持平板车恒速,需由系统之外的力对平板车提供能量 ΔE .设平板车发生的位移为 s_0 ,则外力对平板车做的功为 $Fs_0 = \Delta E$,由于平板车受力平衡,则外力 F 与弹簧对平板车的作用力 f 大小相等,方向相反;由于弹簧质量为零,那么弹簧对小球的作用力 f' 与 f 大小相等,方向相反.因此外力 F 与弹簧对小球的作用力 f' 大小相等,方向相同,即 $F = f'$.对小球由动量定理有 $f't = m(v - v_0)$,则 $Ft = m(v - v_0)$,而 $s_0 = v_0 t$,所以维持平板车匀速运动所需的能量为

$$W_0 = Fs_0 = m(v - v_0)v_0 = muv_0$$

当以平板车为参考系时,车对小球不做功;当以地面为参考系时,维持车匀速运动的外力对车做的功为 W_0 ,弹簧释放的弹性势能为 Q ,因此车和小球

一些非常熟悉的物理现象背后,还有隐藏的规律有待我们去发现.只要我们不断地学习研究,多思考多总结,普通教师也可以成为规律的发现者、知识的创造者.若将这一“规律”的证明改编成习题,供学生练习,既可以使学生加深对平抛运动规律的理解,培养学生思维的深刻性,一题多解,培养学生思维的发散性;又可以让学生掌握数形结合处理问题的思路和方法,提高应用数学解决物理问题的能力.

参考文献

- 1 马俊坡.平抛运动的又一规律.物理通报,2015(12):27 ~ 29

组成的系统增加的能量为 $W_0 + Q$, 由于车的动能保持不变, 所以系统增加的能量全部转化为小球的动能, 即对系统由动能定理有

$$W_0 + Q = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

该式是关于恒速物体与变速物体通过中间物体相互作用时系统满足的功能关系式。

但如果认为此式是对小球应用功能关系, 那么方程中的 W_0 就相当于恒速物体对变速物体通过中间物体做的功, 实际是系统之外的力对系统做的功, 称为“借物传功”。平板车与小球不接触, 则没有直接作用, 只能通过弹簧间接作用。

所以, 在地面参考系中, 媒介物体对加速质点做的功等于恒速物体对加速质点间接做的功与媒介物体对加速质点提供的能量之和, 即 $W = W_0 + Q$; 而恒速物体对加速质点间接做的功等于质点的质量与相对速度和恒定速度之积, 即 $W_0 = muv_0$ 。若向后发射质点, 则间接做负功, 即为 $W'_0 = -muv_0$ 。

结论: 若在水平方向以恒速 v_0 运动的物体上向前发射一个质点 m , 使其速度由 v_0 增大到 v , 则恒速物体对加速质点间接做的功等于质点的质量与相对速度和恒定速度之积, 即 $W_0 = m(v - v_0)v_0 = muv_0$ 。

2 结论应用

对于某些恒速物体通过媒介物体发射质点的物理问题, 或某些质量较大物体通过媒介物体发射质量较小物体的物理问题, 在以地面为参考系时, 都可利用恒速物体间接做功的结论来解答。

【例1】 质量为 M 的轮船以速率 v_0 行驶, 向其前进方向水平发射一质量为 m 的炮弹, 炮弹出口速度为 u (相对于船), 若 $M \gg m$, 试问: 火药推力对炮弹做的功为多少? 火药对炮弹提供的能量为多少?

解法1: 用常规方法

以地面为参考系, 根据动量守恒定律有

$$(M + m)v_0 = Mv + m(u + v)$$

可得轮船的速度为

$$v = \frac{(M + m)v_0 - mu}{M + m}$$

炮弹的动能增量为

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m(u + v)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 =$$

$$\frac{Mmv_0u}{M + m} + \frac{M^2mu^2}{2(M + m)^2}$$

轮船的动能增量为

$$\Delta E'_k = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = -\frac{Mmv_0u}{M + m} + \frac{Mm^2u^2}{2(M + m)^2}$$

设火药推力大小为 F , 轮船发生的位移大小为 s_0 , 炮弹相对于轮船的位移大小为 s' , 则对炮弹和轮船分别由动能定理有

$$W = F(s_0 + s') = \Delta E_k$$

$$W'_0 = F(-s_0) = \Delta E'_k$$

因此火药推力对炮弹做的功为

$$W = \Delta E_k = \frac{Mmv_0u}{M + m} + \frac{M^2mu^2}{2(M + m)^2}$$

火药对炮弹提供的能量为

$$Q = Fs' = \Delta E_k + \Delta E'_k$$

即

$$Q = \frac{Mmu^2}{2(M + m)}$$

取轮船的质量 $M \rightarrow \infty$, 则

$$W = muv_0 + \frac{mu^2}{2}$$

$$Q = \frac{mu^2}{2}$$

解法2: 利用结论法

由于 $M \gg m$, 则可认为轮船速度保持不变, 其动能保持不变, 那么火药释放的能量转化为炮弹的动能, 当以轮船为参考系时, 火药对炮弹提供的能量等于炮弹动能的增量, 所以 $Q = \frac{mu^2}{2}$ 。

再以地面为参考系, 则轮船对炮弹间接做的功为 $W_0 = muv_0$, 根据火药推力对炮弹做的功等于“借物传功”与炮弹获得能量之和得

$$W = muv_0 + \frac{mu^2}{2}$$

由此可见, 对于有关在恒速物体或质量很大的物体上发射质点的问题, 可直接应用结论来解答。

【例2】 一人手里拿着一个质量为 1 kg 的铁球随车一起以 1 m/s 的速度匀速运动, 现在人要以 2 m/s 的速度把这个铁球向前抛出, 问: 人做的功为多少? 铁球获得的能量为多少? (设车速不变)

解法1: 由于车速不变, 则可选取车为惯性参考系。在该参考系中, 人对车不做功, 只对铁球做功。开始铁球相对车的速度为零, 后来铁球相对车的速度为 $u = v_2 - v_1$, 对铁球由动能定理有

$$W = \frac{1}{2} mu^2 - 0 = \frac{1}{2} m (v_2 - v_1)^2 = 0.5 \text{ J}$$

所以铁球获得人提供的能量为 0.5 J.

解法 2:若以地面为参考系,则铁球动能的增量为

$$W_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 1.5 \text{ J}$$

由于匀速运动的车对铁球间接做的功为

$$W_0 = m(v_2 - v_1)v_1 = 1 \text{ J}$$

所以人提供给铁球的能量为 0.5 J.

人手的推力对车做的功为 $W'_0 = -1 \text{ J}$, 对铁球做的功为 $W_1 = 1.5 \text{ J}$, 可知人手的推力做的总功为

$$W = W_1 + W'_0 = 0.5 \text{ J}$$

如果将人视为弹簧,则人手推力做的功相当于弹簧做的功,等于弹簧弹力对小球做的功与弹簧弹力对车做的功之和,即为一对弹力做的功,恰好等于弹簧的弹性势能,所以人做的功等于人消耗的能量. 由于车的动能保持不变,所以铁球获得人的能量为 0.5 J. 由于匀速运动的车对铁球间接做的功为 $W_0 = 1 \text{ J}$, 所以铁球获得的总能量为 1.5 J.

【例 3】某人在以速率 v 行使的大船上先以速率 u (相对船) 向船头方向投球,再以相同速率 u (相对船) 向船尾方向投球,试问:在两次投球中,对球做的功是否相同? 人做的功是否相同?

解法 1:以大船为参考系,两次投出的球获得的动能相同,都是 $\frac{1}{2} mu^2$, 则由动能定理可知人对球做的功即提供的能量,与参考系无关,均为 $W = E_k = \frac{1}{2} mu^2$, 所以在两次投球中,人对球做的功相同.

在大船参考系中,人对船不做功,所以人做的功就是人对球做的功,是相同的.

解法 2:以地面为参考系,则人向前投球时对球做的功即球的动能增量为

$$\Delta E_{k1} = \frac{1}{2} m (u + v)^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

向后投球时对球做的功即动能增量为

$$\Delta E_{k2} = \frac{1}{2} m (u - v)^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

可见在两种情况下人对球做的功不相同.

人做的功等于人对球做的功与人对船做的功之和,人对球做的功即为球的动能变化,而向前抛球时船对球间接做的功为 $W_0 = muv_0$, 则人对船做的功为负值,可知人做的功为

$$W_1 = \Delta E_{k1} - muv = \frac{1}{2} mu^2$$

向后抛球时,船对球间接做的功为 $W'_0 = -muv_0$, 则人对船做正功,可知人做的功为

$$W_2 = \Delta E_{k2} + muv = \frac{1}{2} mu^2$$

可见在两种情况下人做的功相同.

【例 4】有一辆正在向东以 5 m/s 的速度匀速行驶的大平板车,车上固定一张桌子,桌面上固定一个弹射器,使其方向正对向西,将弹簧压缩后锁定,弹性势能为 $E_p = 5 \text{ J}$, 把一个质量为 0.1 kg 的弹丸装入其中,解锁后,弹丸被弹出弹射器,求其弹出瞬间对地的速度为多少?

解法 1:以车为参考系,由机械能守恒定律有

$$E_p = \frac{1}{2} mv_1^2$$

可得 $v_1 = 10 \text{ m/s}$. 这是弹丸相对车的速度,可知弹丸相对地的速度大小为 $v_2 = v_1 - v_0 = 5 \text{ m/s}$, 方向向西.

解法 2:若以地面为参考系,则弹丸增加的动能与弹性势能不相等,因为平板车上的弹射器向后发射质点,则对质点间接做的负功为 $W'_0 = -muv_0$, 设弹丸对地速度大小为 v_2 , 以向东为正方向,则相对速度即对车速度大小为 $u = v_2 + v_0$. 由动能定理有

$$E_p + W'_0 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

可得 $E_p = \frac{1}{2} m (v_2 + v_0)^2$, 所以 $v_2 = 5 \text{ m/s}$.

对于第 2 种解法,若应用动能定理时不考虑负功 $W'_0 = -muv_0$, 则无法求得速度.

参考文献

- 1 李高斌. 对功、能问题几个易混淆概念的讨论. 物理教学, 2007(4): 10
- 2 李敬华. 功和能的相对性. 数理天地, 2008(11): 27
- 3 袁芳, 朱炯明. 功、动能和机械能. 物理教学, 2012(7): 6
- 4 尚俊明. 关于“两次投球做功是否相同”的讨论. 物理教学, 2006(3): 36
- 5 乔美玉, 刘海. 也谈发射卫星至少需要多少燃料问题. 物理教学, 2009(6): 58
- 6 王宗昌. 再谈“两次投球做功是否相同”的问题. 物理教学, 2006(8): 43
- 7 张伟. 再谈卫星发射需要多少燃料. 物理教学, 2007(11): 52