基于 PASCO 系统的单摆相图研究*

刘家惠　刘晓敏　韩美茵　招文育　李　蓓

（湖南理工学院光电技术及应用物理创新训练中心　湖南 岳阳　414000）

（收稿日期：2015－11－05）

摘　要：利用PASCO系统测量单摆角位置-角速度运动状态相图，通过相图法研究该系统所包含的力学线性和非线性运动行为.

关键词：PASCO 系统　单摆　相图

单摆是一种大家都很熟悉的物理模型，然而单摆并不简单，它能产生“混沌”现象[1]. 对单摆“混沌”现象的研究最直观、最普遍的方法就是相图法. 然而利用传统的单摆实验系统测量相图，过程非常的繁琐，需要多次调节光电门的位置才能测出不同摆角下的速度 v，通过公式 $\omega=\frac{v}{l}$ 求出角速度，再根据测量结果作 $\theta-\omega$ 图. 而利用 PASCO 系统的转动传感器可直接测出角位置-角速度运动状态相图，操作简单快捷，数据准确.

1　实验原理

1.1　小角度无阻尼单摆的运动行为研究

无阻尼情况下，单摆的动力学方程一般应为下面的非线性方程

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2\sin\theta=0 \tag{1}$$

在小角度下近似有 $\sin\theta=\theta$

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2\theta=0 \tag{2}$$

对式(2) 进行一次积分，得

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2+\frac{1}{2}\omega_0^2\theta^2=E \tag{3}$$

E 为积分常数，设 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ 为角速度，则有

$$\omega^2+\omega_0^2\theta^2=2E \tag{4}$$

如果设式(4) 中的 $x=\theta$ 为横坐标，$y=\omega$ 为纵坐标，式(4) 表示的图像如图1所示. 把以 ω 和 θ 定义的平面称为相平面，在相平面中表示运动关系的图称为相图，由式(4) 所决定的单摆运动行为的相图是一椭圆形，这种在相图平面表示运动状态的方法称为相平面法[2].

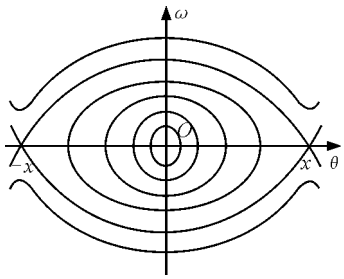

图 1　无阻尼单摆运动相图

1.2　小角度有阻尼单摆的运动行为研究

有阻尼无策动力阻尼单摆的动力学方程一般为

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+2\beta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2\theta=0 \tag{5}$$

式(5) 比式(2) 多了耗散项 $\left(2\beta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)$，单摆无论从什么状态出发，都要经阻尼振荡，最后静止下来，结果如图 2 所示. 可以看出，小振幅下的阻尼振荡轨线将不再是闭合回线，而是螺旋线[3]，终结于不动点 O.

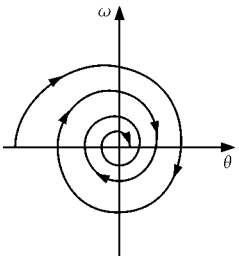

图 2　有阻尼单摆运动相图

* 湖南省湖南理工学院光电技术及应用物理创新训练中心建设项目，项目编号：2014－2016

指导教师：李蓓（1982－　），女，讲师，主要从事大学物理实验教学.

2　实验步骤

2.1　连接实验仪器及设备

图 3 是连接实验仪器及设备的框图. 启动 PASCO 系统,启动软件采集信息. 设置采样率 10 Hz,采样率调低,采样的间隔时间长些,便于看清单摆运动详细情况. 在 DataStudio 界面(图 4) 点击转动传感器,设置分辨率,选定凹槽.

图 3　PASCO 系统的测量过程描述图

图 4　DataStudio 界面

2.2　设置测量项目

角位移 θ 和角速度 ω,构建相位图 $\theta-\omega$,用相位图显示观察,设置 y 轴显示角速度,x 轴显示角位移,通过 PASCO 系统记录相位图.

3　实验结果

3.1　无阻尼无驱动小角度单摆运动

初速度为零,摆长 l 一定,分别研究了刚性摆和柔性摆的运动状态. 改变摆角初始值为 $\theta=10°,45°,80°$,实验结果分别如图 5,图 6 所示.

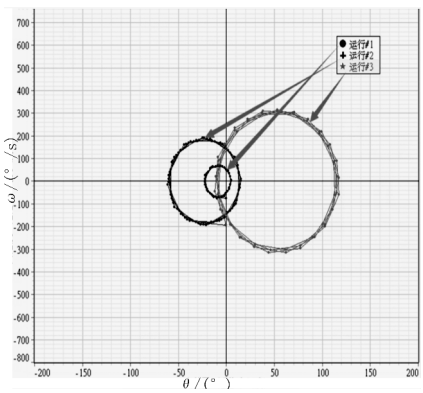

图 5　刚性摆运动相图

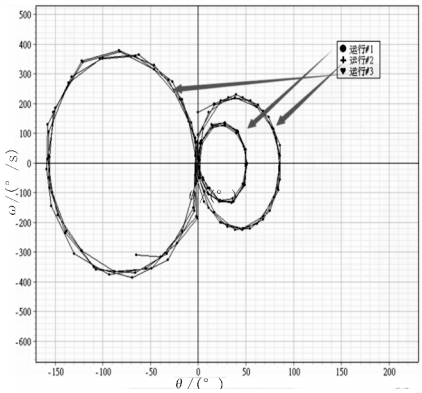

图 6　柔性摆运动相图

实验结果表明,当 E 较小时,轨线为圆形闭合回线,表明单摆做简谐振动;当 E 增大时,轨线将偏离圆形,系统运动表现出非线性特征,能量越高,回线越扁. 在柔性摆运动过程中的相点仍然做椭圆运动,此时阻力对单摆的影响较为明显,不能忽略,所形成的图形受到张力的影响,有略微的变化.

3.2　有阻尼无驱动大角度单摆运动

初速度为零,摆长 l 一定,改变摆角初始值为 $\theta=60°,80°$,实验结果如图 7,图 8 所示.

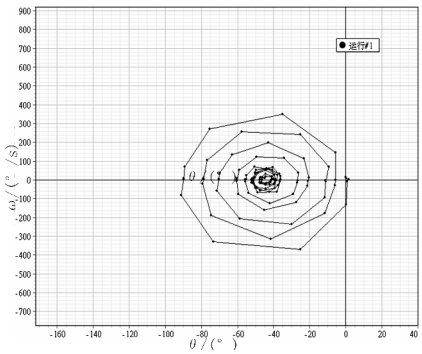

图 7　阻尼摆 $\theta=60°$ 运动相图

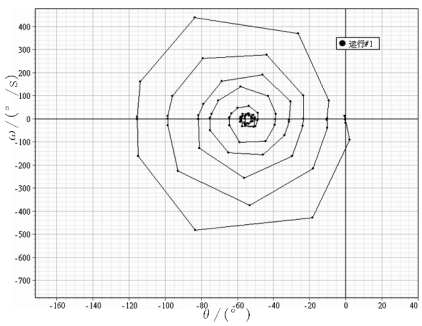

图 8　阻尼摆 $\theta=80°$ 运动相图

在弱阻尼状态下,由相图可以看出,摆角随着时间的增加逐渐衰减,经历了多个往复过程停下来,相

轨迹是对数螺线，最后终结于平衡位置.

4　实验创新

(1) 在实验室数据获取上进行改进，利用高功能的数据处理软件 Datestudio 实现了对实验图像的实时记录与处理，节约了手工作图的时间.

(2) 在教学实验过程中使用传感器和计算机以及配套软件，实现数据的实时采集. 不仅可以通过实验器材的连接和软件调试，培养学生实验动手能力，还可以通过借助计算机实时数据采集图像，使学生更能直观和深入地了解实验原理和实验的物理意义，激发学生进行物理实验的兴趣.

参 考 文 献

1　赵凯华，等. 电磁学(下册). 北京：人民教育出版社，1978. 305 ～ 306

2　梅孝安，苏卡林，张国云，等. 大学物理实验教程. 长沙：中南大学出版社，2011. 133 ～ 134

3　周凌云，王瑞丽，等. 非线性物理理论及应用. 北京：科学出版社，2000. 99 ～ 100

Research on Simple Pendulum′s Phase Diagram Basing on PASCO System

Liu Jiahui　Liu Xiaomin　Han Meiyin　Zhao Wenyu　Li Bei

(Hunan Institute of Science and Technology, Innovation center of photoelectric technology and application, Yueyang, hunan　414000)

Abstract: The article measures simple pendulum′s phase diagram which contains Angular position angular velocity basing on PASCO system ,analysing the system′s mechanics linear and nonlinear movemengt statuses.

Key word: PASCO system; simple pendulum; phase diagram

(上接第 75 页)

上式积分回路 l 的正方向与曲面面元 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 的方向成右手螺旋关系.

由于上述两题中磁感应强度都不随时间变化，所以

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=0$$

$$E=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\oint_l(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_a^b(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

从而，两种解法得到的结果是一致的，其物理本质也是一样的.

5　结束语

从上面的分析、讨论可见，我们在解题时，既要知其然，又要知其所以然. 因此，建议教师在讲解这类习题时，能介绍一下式(4)，不然，学生虽会做题了，但还是不懂其中的道理.

参 考 文 献

1　徐游. 电磁学. 南京：江苏科学技术出版社，1987. 326 ～ 327

Discussion on Two Electromagnetics Exercises

Tian Guorui

(School of Electronic Engineering, Yangzhou Polytechnic College, Yangzhou, Jiangsu　225009)

Abstract: Using two different solution methods are given two electromagnetism subject, through the general form of expression, the relationship between them is analyzed, point out the consistency between them, to the physical teaching has certain reference value.

Key words: motional electromotive force; Faraday′s law of electromagnetic induction; induction electromotive force