

利用动量守恒定律计算炮车反冲速度时的一个常见错误

胡小龙

(铜陵市实验高级中学 安徽 铜陵 244000)

(收稿日期:2015-10-31)

摘要:反冲运动模型是动量守恒问题的一个经典模型^[1],在讲解反冲模型时经常是以炮车斜向上发射炮弹为案例讲解,此时利用动量守恒定律计算炮车反冲速度时往往会混淆炮车炮筒的仰角和炮弹的发射角,以至于得不到准确的炮车反冲速度.

关键词:动量守恒 反冲运动 仰角 发射角

【例题】如图1所示,质量为 M 的炮车静止放置在水平铁轨上,铁轨和炮车间摩擦不计,炮车炮筒与水平面夹角为 θ ,发射的炮弹质量为 m ,若发射的炮弹对地速度大小为 v_0 ,求炮车反冲速度 v 的大小?

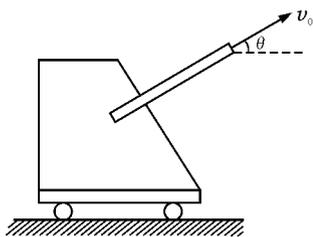


图1

该问题一般给出的解答如下^[2]:

如图2所示,由于铁轨和炮车间摩擦不计,因此炮车在发射炮弹时系统水平方向动量守恒,根据动量守恒定律有

$$mv_0 \cos \theta = Mv$$

解得

$$v = \frac{mv_0 \cos \theta}{M}$$

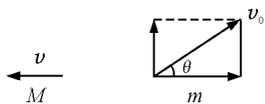


图2

以上解法究竟对不对呢?我们来分析一下:图2中的 v_0 和 v 分别为炮弹和炮车相对于地面的速度,可以称之为发射速度和反冲速度.题中的角度 θ 是炮筒与水平面的夹角,称之为仰角,因为该角度并不等于炮弹射出炮筒时发射速度 v_0 与水平面间的

夹角,所以发射速度 v_0 在水平方向的分速度并不等于 $v_0 \cos \theta$,因此以上解法值得商榷.

图3给出了炮弹射出炮筒时的速度矢量关系图.其中 v_1 为炮弹相对于炮车的速度,该速度与水平面间的夹角为 θ ; v 为炮车对地的反冲速度;炮弹相对于地面的发射速度 $v_0 = v_1 + v$.通过图3可知 v_0 与水平面间的夹角并不是仰角 θ ,而是比 θ 大的角 α ,可称 α 为炮弹的发射角.

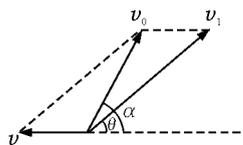


图3

在速度所构成的矢量三角形中利用余弦定理得到

$$v_0^2 = v_1^2 + v^2 - 2vv_1 \cos \theta \quad (1)$$

利用水平方向动量守恒得到

$$m(v_1 \cos \theta - v) = Mv \quad (2)$$

联立式(1)、(2)解得

$$v = \frac{mv_0 \cos \theta}{\sqrt{M^2 + 2Mm \sin^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta}} \quad (3)$$

由式(3)可知实际上炮车反冲的速度 v 要小于 $\frac{mv_0 \cos \theta}{M}$,这是由于 v_0 与水平面间的实际夹角 α 大于 θ 所导致的.具体 α 的计算方法,可以再次利用水平方向动量守恒

$$mv_0 \cos \alpha = Mv \quad (4)$$

式(3)代入式(4)得到

现行教材中一个重要关系式表述的不妥和修改建议

李海浪

(九江市同文中学 江西 九江 332000)

(收稿日期:2015-11-13)

摘要:电势差和电场强度关系是高中物理教材中的一个重要关系式,现行的几种新课标教材公式表述都有不妥之处,本文对此作了比较分析,并对教材中的表述提出了改进建议.

关键词:电势差 电场强度 关系 多版本教材 改进意见

现行高中新课程多版本教材里,对“电势差与电场强度的关系”的公式表述,大致有两种方法:一种是表述为 $U_{AB} = Ed$,或 $E = \frac{U_{AB}}{d}$,为便于讨论,下文称为“第一种表述”,参见“人教版”、“司南版”和“教科版”教材;另一种是表述为 $U = Ed$,或 $E = \frac{U}{d}$,下文称为“第二种表述”,参见“沪科版”和“粤教版”教材.其实,这两种公式表述都有不完美之处.

根据教材定义(以人教版为例),电场中 A, B 两点电势差 $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$.电势差是有正负的,当 A 点电势低于 B 点电势,电势差 U_{AB} 就是负值.但“第一种表述”中,当电势差 U_{AB} 出现负值,等号右边电场强度 E 和沿电场方向距离 d 乘积的符号却是正号,不相等了.有学生认为只要电场强度补一个负号(他们的理由是场强有时候也是负的),或者距离加一个负号就“相等了”,这些说法显然是错误的.因为电场

$$\cos \alpha = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2Mm \sin^2 \theta + m^2 \sin^2 \theta}} \cos \theta \quad (5)$$

通过式(3)和式(5)可知当仰角 θ 一定时反冲速度 v 与 $\frac{mv_0 \cos \theta}{M}$ 之间的偏差以及 α 与 θ 的偏差与 $\frac{m}{M}$ 有关,假设炮筒的仰角 $\theta = 60^\circ$ 时具体计算结果如表1所示.

表1 质量比值不同时炮车反冲速度 v 及发射角 α 大小

$\frac{m}{M}$	$\frac{mv_0 \cos \theta}{M}$	v	$\alpha / (^\circ)$
0.100	$0.0500v_0$	$0.046470v_0$	62.30
0.010	$0.0050v_0$	$0.004962v_0$	60.24
0.001	$0.0005v_0$	$0.000499v_0$	60.02

通过分析可知随着 $\frac{m}{M}$ 的减小, v 与 $\frac{mv_0 \cos \theta}{M}$ 之间的偏差及 α 与 θ 的偏差逐渐减小,并且当 $\frac{m}{M}$ 值非

常小时,这种偏差几乎可以忽略不计.实际上炮车发射炮弹时可认为炮车质量 M 远大于炮弹质量 m ,那么此时可近似认为

$$\alpha = \theta \quad v = \frac{mv_0 \cos \theta}{M}$$

关于炮车反冲问题在教学过程中首先要强调炮弹的发射角 α 并不是炮筒的仰角 θ ,因此理论上不能利用 $mv_0 \cos \theta = Mv$ 来计算炮车的反冲速度 v .其次要说明当炮车质量 M 远大于炮弹质量 m 时,可近似认为 $\theta = \alpha$,可以利用 $mv_0 \cos \theta = Mv$ 计算炮车反冲速度.因此前面所给出的炮车反冲速度 $v = \frac{mv_0 \cos \theta}{M}$ 只是在 M 远大于 m 情况下的近似解,而不是精确解.

参考文献

- 1 杨宇红. 如何理解和研究反冲运动. 物理通报, 2015(1):41
- 2 罗小青. 浅谈在中专物理课程教学中动量守恒定律的应用. 景德镇高专学报, 2003(2):78