

应用中学物理知识分析高速滑翔飞行器的关键气动参数

张维桐

(中国人民大学附属中学 北京 100080)

赵俊波

(中国航天空气动力技术研究院 北京 100074)

(收稿日期:2016-03-10)

摘要:利用初等物理学与数学的知识,针对一种无动力、长距离、长航时的高速飞行器,重点分析了滑翔飞行器的初始速度、初始高度、升阻比、重阻比等参数对滑翔飞行航程和飞行末速度的影响,指出最关键的参数是初始速度和升阻比,这两个参数数值大,滑翔飞行的距离就远,飞行末速度就大.这与较复杂的3D弹道方程的数值计算结论一致.本文采用的物理数学分析方法,建立了简便的解析式,对设计高超声速滑翔飞行器有一定的工程应用价值.

关键词:滑翔飞行器 高升阻比飞行器 气动设计

互联网,特别是移动互联网在全球的广泛使用,使人们可以在任何时间、任何地点在全球的范围内进行各种商业和贸易的活动,其中服务传递和到达是非常重要的一个环节.本文利用初等物理、数学知识,设想在不久的将来可以在全球范围内建立一种低能耗长时间高航速的飞行送达设备,可以有效地将一点对一点,一点对多点快速有效地联系在一起.实现现代社会人们对物体的快速传递的需要.目前美国亚马逊公司正在研发的无人机送快递物流系统“Amazon Prime Air”,由无人飞行器来取代人力负责送快递,就是一种大范围、快速送达服务的新模式.

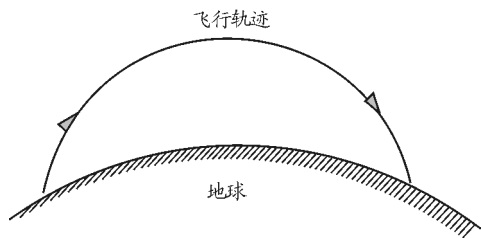


图1 高超滑翔飞行器飞行轨迹示意图

现在的航空专家们提出了高超声速滑翔飞行器的概念^[1],如图1所示,高超声速发射滑翔(HBG: Hypersonic Boost Glide)飞行器,由推力设备(例如火箭、高速的飞机等载体)将滑翔飞行器运送到某

高度 h_0 ,然后,推力设备和滑翔飞行器分离,使其具有初始速度 v_0 和再入角 γ_0 的滑翔器在升力、阻力和重力的作用下进行滑翔.

这样的飞行器的速度可以达到声速的10倍以上,即从美国东部的纽约绕地球一圈到日本的东京,只需要不到2小时,可节约能耗8%至45%^[2].

研究高速滑翔飞行器需要高等数学知识,建立复杂的数学模型.本文从中学物理、数学知识入手,对该飞行器的技术参数进行数学分析,主要研究那些关键技术参数对滑翔飞行器滑翔距离的重要影响.得到的分析结果与较复杂的数学模型的数值计算结论一致.这对于研制和设计滑翔飞行器有重要指导作用.

1 研究思路分析

儿童时期曾玩耍过投放纸飞机的游戏,经验表明:投放纸飞机时,用力大、站得高、翼的面积大、头尖、有一定正迎角投放滑翔得远.

设计高超声速滑翔飞行器的关键技术参数是什么?下面利用初等物理和数学知识分析这个高科技问题.

本文研究的基本思路是:首先,抽象出几个特征参数,建立物理模型,推导解析式,通过计算分析与

作者简介:张维桐(1998-),在读高中生.

指导教师:赵俊波(1979-),博士,高级工程师,主要从事空气动力学与飞行力学领域研究工作.

3D弹道方程得到的结论进行比较.

特征参数:滑翔距离 s , 落地速度 v_e , 初始速度 v_0 , 初始高度 h_0 , 升力 L , 阻力 D , 重力 mg , 升阻比 $k = \frac{L}{D}$ 及重阻比 $\beta = \frac{mg}{D}$.

物理模型:通过物理学命题 1 和 2(见下文), 将物理学中的力、运动学、动力学、功和能量等力学知识, 有效地融合于具体的物理模型中, 逐步引入各种特征参数.

解析公式:通过推导演变, 使之解析式表达为

$$s = f_1(v_0, h_0, k, \beta) \quad v_e = f_2(v_0, h_0, k, \beta)$$

结果比较:分析各参变量对滑翔距离 s , 落地速度 v_e 的影响.

2 基本问题研究

本节研究的目的是:通过物理学命题 1 和 2, 将物理学中的力、运动学、动力学、功和能量等力学知识, 有效地融合于具体的物理模型中, 逐步引入各种特征参数, 通过物理分析确认合理的关系式, 通过计算与验证, 最终确认满足滑翔飞行距离远及飞行末速度大的关键技术参数.

物理学命题 1:一个球以初始速度 v_0 沿地面直线运动, 受到定值摩擦力, 其加速度大小为 a , 运动时间 t 后的路程为 s , 末速度为 v_e , 求证 $s(ma) = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v_e^2)$, 并阐明该公式的物理意义 [$s(ma)$ 为小球克服摩擦力所做的功].

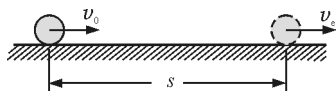


图2 小球沿地面直线运动

根据匀变速直线运动的基本关系式

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_e = v_0 - a t$$

上述方程消去参变量 t 得

$$s = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 - v_e^2}{a} \quad (1)$$

$$s(ma) = \frac{1}{2} m(v_0^2 - v_e^2)$$

上述方程的物理意义: 一个球以初始动能 $\frac{1}{2} m v_0^2$ 克服摩擦阻力运动后的动能变为 $\frac{1}{2} m v_e^2$, 其

动能的消耗变成小球克服摩擦力 ma 所做的功 $s(ma)$, s 为小球沿地面直线运动的距离. 小球的末速度 $v_e = v_0 - a t$. 本命题表明:

(1) 建立了小球的运动距离、末速度与初始速度、加速度和时间的关系.

(2) 消去参变量 t , 就可以看出, 小球初末动能的差, 变成小球克服摩擦力所做的功.

物理学命题 2:在高度为 h_0 的平台上, 水平投放一个球, 初速度为 v_0 (图 3), 求解考虑空气阻力 (由于水平方向速度远大于垂直方向速度, 故仅考虑水平方向的阻力), 小球水平方向的飞行距离 s 和落点速度 v_e .

设 a 为水平方向空气阻力产生的加速度大小, 水平方向的运动方程

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad v_1 = v_0 - a t$$

垂直方向略去阻力影响的运动方程

$$mgh_0 = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2$$

$$v_{\perp} = g t_{\perp} \quad t_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{g}$$

如果小球已落地, 仍有水平速度 (如图 3).

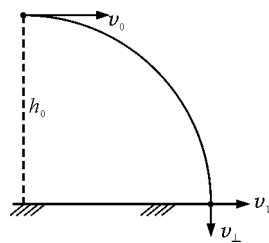


图3 落地时小球水平方向的速度不为零

求小球运动的水平距离, 取 $t = t_{\perp}$, 则

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = v_0 t_{\perp} - \frac{1}{2} a t_{\perp}^2 = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \frac{1}{2} a \frac{2h_0}{g}$$

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} - \frac{h_0}{\beta} \quad (2)$$

式中 $\beta = \frac{mg}{ma}$ 为重阻比.

末速度是水平速度与垂直速度合成的结果

$$v_e = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_1^2}$$

$$v_e = \sqrt{2gh_0 + \left(v_0 - \frac{\sqrt{2gh_0}}{\beta}\right)^2} \quad (3)$$

式(2)和式(3)中又引入了一个重要参数 β , 表示小

球水平方向的运动距离 s 和末速度 v_e 都与初始速度、初始高度、重阻比有关。很明显,小球的初始能量大,阻力小(重阻比大),初始高度大,则运动距离 s 就远,飞行末速度 v_e 就大。

本命题研究表明:建立了小球的运动距离、末速度与初始速度、初始高度、重力加速度和重阻比的关系。

上述物理学命题 1,2,通过推导和分析确认了除升力参数外的所有参数关系式,在此研究基础上,下面引入升阻比($k = \frac{L}{D}$),以便建立适用于设计高超滑翔飞行器的关系式。

3 高超滑翔飞行器关键气动技术参数研究

基本假设: 不考虑地球扁平率,不考虑地球自转,正如图 4 所示,飞行器可简化为一个质点,受到与速度方向垂直的升力 L ,与速度方向相反的阻力 D ,及地心引力 mg 。该质点具有初始再入速度 v_0 ,离地球表面高度 h_0 。(通过运载工具使飞行器获得相应的高度和速度后,飞行器脱离运载工具时的初始速度定义为初始再入速度,同时,该飞行器的姿态角,即初始再入速度方向与水平方向的夹角,定义为再入角)

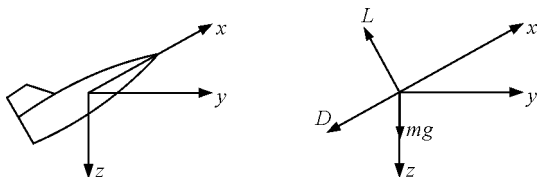


图 4 飞行器受力简化模型

主要研究、确定飞行距离 s 和末速度 v_e 与哪些关键参数有关。

3.1 初始速度 v_0 和升阻比 k

下面讨论再入角 $\gamma_0 = 0$,飞行距离 s 和末速度 v_e 与初始速度、升阻比的关系,如图 5。

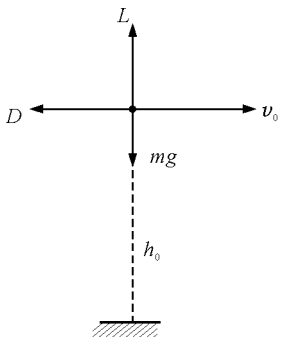


图 5 飞行器再入角 $\gamma_0 = 0$ 时的受力简化模型

滑翔飞行器在升力、阻力、重力和初始速度的作

用下,假若升力和重力相等,则飞行器保持一定高度飞行。

$$L = mg \quad (4)$$

$$D = ma \quad (5)$$

式(4)除以式(5)得

$$\frac{L}{D} = \frac{g}{a} \quad a = \frac{g}{k}$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = v_0 t - \frac{1}{2} \left(\frac{g}{k} \right) t^2 \quad (6)$$

由于升力等于重力,是等高平飞,则垂直方向速度为零。故飞行末速度

$$v_e = v_1 = v_0 - \left(\frac{g}{k} \right) t \quad (7)$$

式(6)、(7)可以作为评估升阻比 k 和初始再入速度对飞行器等高滑翔飞行距离和末速度的影响。

式(6)、(7)将参变量 t 消掉,可导出物理学命题 1 的能量形式。

由式(7)得时间

$$t = \frac{v_0 - v_1}{\left(\frac{g}{k} \right)}$$

代入式(6)得

$$s = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 - v_1^2}{a} = \frac{1}{2} \frac{(v_0^2 - v_1^2)k}{g} \quad (8)$$

当 v_0, v_1 给定,即可确定 s 与升阻比 k 的关系。

下面证明式(8)与物理学命题 1 得到的式(1)完全一致。

将式(8)改写为

$$s = \frac{1}{2} \frac{(v_0^2 - v_1^2)k}{g} = \frac{1}{2} \frac{m(v_0^2 - v_1^2) \frac{L}{D}}{mg} = \frac{1}{2} m \frac{(v_0^2 - v_1^2) \frac{L}{mg}}{D}$$

$$s(ma) = \frac{1}{2} m(v_0^2 - v_1^2) \frac{L}{mg}$$

上式中的 $\frac{L}{mg} = 1$,得

$$s(ma) = \frac{1}{2} m(v_0^2 - v_1^2)$$

这就等价于小球沿地面直线运动,实际上,物理学命题 1 中,已隐含了小球受到的重力(mg)和地面支撑力(L)相等,因此,两者的物理模型完全一样(图 6)。

式(8)中没有高度参数 h_0 ,可以认为 $h_0 = 0$ 。

式(8)说明:引入升阻比 k 与飞行距离的关系是

很有意义的,也就是说在升力与重力相等的条件下,降低阻力,提高升阻比可以增远射程.

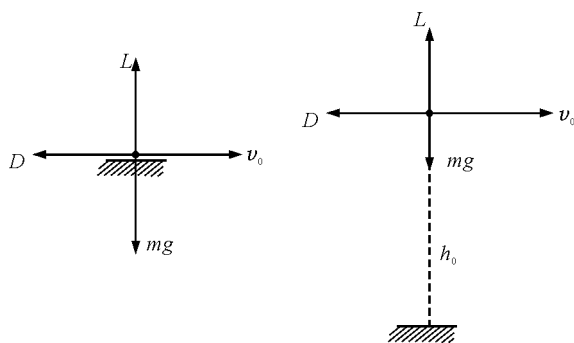


图6 小球沿地面直线运动和升力等于重力时飞行器的受力简化模型

根据式(8)计算得:飞行距离 s 随 v_0 ($v_{01} > v_{02}$) 和升阻比增加,而增大,见图7.

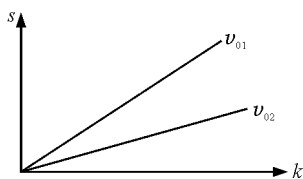


图7 飞行距离 s 与升阻比 k 的关系

3.2 再入高度 h_0 和重阻比 β

根据物理学命题2的研究,滑翔飞行器在有升力作用下($L = ma_2$),构建合理的物理数学模型,即类似于在高度为 h_0 的平台上,投放一个球,在升力作用下,初速度为 v_0 ,小球落地时,仍有水平速度,如图8所示,这种情况飞行时间为 $t_{\perp}$.

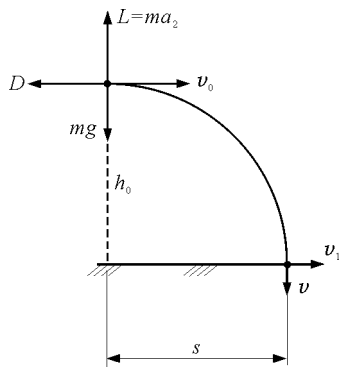


图8 落地时小球水平方向的速度 v_1 不为零
水平方向飞行距离

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

根据垂直方向动能和势能关系式确定飞行时间 $t_{\perp}$

$$m(g - a_2)h_0 = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2$$

$$v_{\perp} = (g - a_2)t_{\perp}$$

$$t = t_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{g - a_2} = \frac{\sqrt{2(g - a_2)h_0}}{g - a_2} = \sqrt{\frac{2h_0}{g - a_2}}$$

从上式可知,当升力等于重力 $ma_2 = mg$ 时,则 $t_{\perp}$ 无限大,永远不能落地.

当升力小于重力,即 $L < mg$ 时

$$a_2 = \frac{L}{m}$$

飞行末速度

$$v_e = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_1^2}$$

$$v_e = \sqrt{2g\left(1 - \frac{L}{mg}\right)h_0 + \left[v_0 - \sqrt{\frac{2g\left(1 - \frac{L}{mg}\right)h_0}{\beta - k}}\right]^2}$$

$$s = v_0 t_{\perp} - \frac{1}{2} a t_{\perp}^2 = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g - a_2}} - \frac{1}{2} a \frac{2h_0}{g - a_2} \quad (9)$$

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g\left(1 - \frac{L}{mg}\right)}} - \frac{h_0}{\beta - k} \quad (10)$$

式中 $\beta = \frac{mg}{ma}$ 为重阻比, $k = \frac{L}{D}$ 为升阻比.

上式飞行末速度式(9)和距离式(10)中引入了重要参数 $v_0, h_0, \beta, k, \frac{L}{mg}$, 从而建立了 $s = f_1(v_0, h_0, k, \beta)$ 和 $v_e = f_2(v_0, h_0, k, \beta)$ 的解析公式.

4 分析结论

根据文献[1,2]两部高科技专著中数值分析方法可得出如下结论:

(1) 高速滑翔飞行器,飞行距离 s 和末速度 v_e , 随初始速度 v_0 和升阻比 k 增加而增大.

(2) 高速滑翔飞行器,飞行距离 s 和末速度 v_e , 随初始高度 h_0 和重阻比 β 增加而增大.

上述结论需要气动设计专业技术人员,通过复杂的数值计算得到.而本文利用初等物理学和数学知识同样可得到上述重要结论,并给出了解析表达式.

本文中的物理学命题1建立的式(7)、(8)可得结论(1).

本文中的物理学命题2建立的式(9)、(10)可得结论(2).

致谢:感谢中国人民大学附属中学吴多常物理老师的积极鼓励以及具有建设性的建议.

参考文献

- 1 张鲁民,潘梅林,唐伟.载人飞船返回舱空气动力学.北京:国防工业出版社,2002
- 2 张鲁民,叶友达,纪楚群,等.航天飞机空气动力学分析.北京:国防工业出版社,2009