

电场强度在带电表面突变问题的深入探讨

刘倩 翟晓霞 艾丽娜

(石家庄理工职业学院 河北 石家庄 050200)

(收稿日期:2016-03-27)

摘要:讨论了应用高斯定理求解带电球面和带电球体电场强度分布的问题,并对其结果关于电场强度在球面上突变的问题进行了分析讨论,利用“面模型”解释了产生突变的原因.

关键词:高斯定理 电场强度 突变 面模型

1 引言

高斯定理是静电场中的普遍规律,在静电场场强计算中有着重要的应用.在真空中高斯定理的表达式^[1]为

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

它表明电场中通过任一闭合曲面的电通量等于该曲面内所有电荷量的代数和除以 ϵ_0 ,与闭合曲面外的电荷无关.对于电荷分布均匀并且对称的带电体,可以应用高斯定理求出带电体电场强度的分布^[2].本文利用高斯定理求出了带电球面和带电球体周围的电场强度分布,并通过对场强分布的分析发现带电球面内外的场强存在突变,在文中利用“面模型”解释了电场强度在带电面上的突变问题.最后总结了将带电面看做“面模型”的条件.

2 高斯定理求解均匀带电球面和带电球体的电场强度分布

【例1】电荷 q 均匀分布于半径为 R 的球面上,求球内外的静电场强分布.

从电荷分布的球对称性出发,不难证明球形高斯面 S 上各点场强大小相等,方向沿径向^[3],那么如图1, S 面的 E 通量

$$\Phi = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_S E_n dS = E_n \oiint_S dS = E_n 4\pi r^2$$

球形高斯面内的电荷为 q ,由高斯定理

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

可以得到

$$E_n = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

方向沿径向.

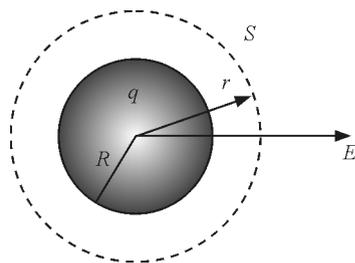


图1 用高斯定理求均匀带电球面的场强

对于球面内的电场,在球面内做一个球形高斯面,由于高斯面内的电荷为零^[4],故

$$E_n 4\pi r^2 = 0$$

因而 $E = 0$.

由以上结果可以画出场强大小 E 随 r 变化的函数曲线如图2所示.

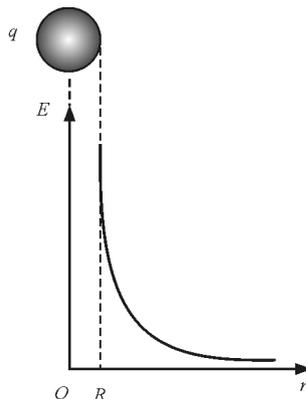


图2 均匀带电球面的场强分布曲线

【例2】电荷 q 均匀分布于半径为 R 的球体上,求球体内外的场强分布.

仿照例 1 的情况,根据对称性可以运用高斯定理求出球外场强仍为

$$E_n = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

球内场强为

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

球内外场强大小随 r 的变化曲线如 3 所示.

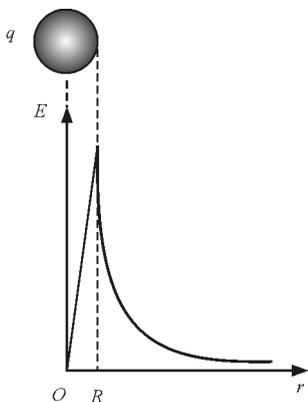


图 3 均匀带电球体的场强分布曲线

由以上两例可知,应用高斯定理可以很方便地求解出具有对称性的带电体周围的电场强度分布.由图 3 可看出均匀带电球体的场强在球内、球外以及球面都是连续的矢量场,但是图 2 却表明均匀带电球面的场强在面上有突变.

3 对带电球面场强突变问题的分析讨论

上述两例表明,与带电球体不同,带电球面的场强在面上有突变.这种突变是场强在带电面上采用面模型的结果,面模型即带电薄层的简化,场强从薄层的一壁到另一壁是连续变化的,只是由于简化成面模型(薄层厚度为零)才出现突变^[3].现以均匀带电的同心球层为例来说明突变的问题.

如图 4 所示,球层的内外壁把空间分为 3 个区: $r < R_1$ 为 A 区, $R_1 < r < R_2$ 为 B 区, $r > R_2$ 为 C 区,由高斯定理不难求出 A, B, C 3 区的场强 E_A, E_B, E_C 为

$$E_A = 0$$

$$E_B = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{R_1^3}{r^2} \right)$$

$$E_C = \frac{\rho(R_2^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

其中 ρ 及 q 分别为球层的电荷体密度和电荷量.由三区场强的结果画出的 $E-r$ 曲线如图 4 所示,从图中可以明显看到是一条连续的曲线,在任何半径 r 处都无突变,球层内外壁($r=R_1$ 及 $r=R_2$) 处场强的差值为

$$\Delta E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$$

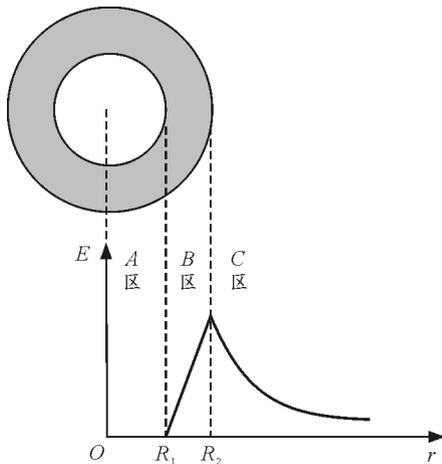


图 4 均匀带电球层的场强(厚度较大)

在用高斯定理求解带电球面的场强分布时采用的是带电面模型,带电面模型是把带电薄层的电荷集中于一个几何面上得到的,现在保持球层总的电荷量不变,令 R_1 趋近于 R_2 ,由上面 ΔE 的表达式可知, ΔE 的值并不改变,如图 5 所示.

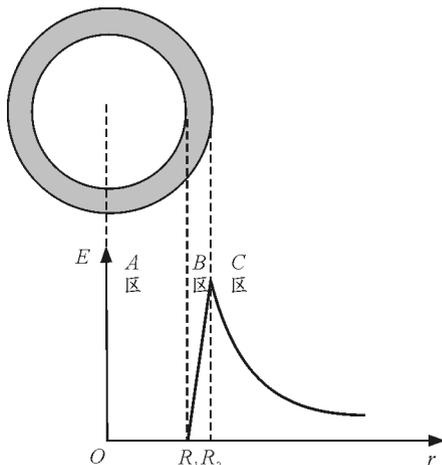


图 5 均匀带电球层的场强(厚度较小)

在极限情况下有

$$\lim_{R_1 \rightarrow R_2} \Delta E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} \neq 0$$

即球层薄至成一个几何面时(电荷不变),内外壁的场强差值仍为一有限值,如图6所示,分居球面两侧的两个极近点的场强有一个有限差值,也就意味着场强在带电球面上发生突变。

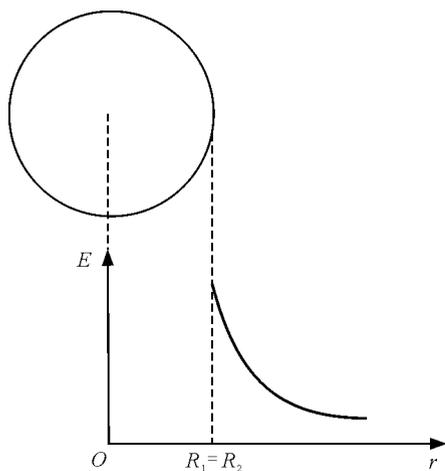


图6 均匀带电球层的场强(厚度为零,即带电球面)

由以上分析可知,带电球面上场强存在突变是由于将带电面的厚度简化为零得到的结果。然而面模型是有条件的,条件是场点与薄层的距离远大于

(上接第15页)

性评价体系应运而生,学生的课堂表现、平时作业和期末考试各占五成比例。这种评价机制改变了以往注重结果的考核制度,有利于教师在动态中掌握学生的学习进度和情况;而且,课堂实践的考核更加有利于小组内成员的团队合作精神的增强,有利于学生学习的积极主动性和自觉能动性的培养。

4 结论

综上所述,笔者通过分析《医学图像处理》课程教学过程中存在的问题,以及MOOC的优势和当前的成功应用,设计并实施了基于MOOC思想的医学图像处理课程教学设计,在动态教学中提高了学生的学习效率和课堂质量,并积极推进了“以学生为学习主体,教师为学习主导”的教育理念以及“终身学习”的教育理念。

参考文献

1 聂生东,邱建峰,郑建立. 医学图像处理. 上海:复旦大学

层的厚度,若讨论面上的一点场强就不能采用面模型,因为涉及这个点的带电层已经不能看成几何面了。

4 结论

在物理学的研究中经常会找到一些物理模型来简化研究过程,在教学中也可以让学生更加清晰地理解物理过程。采用简化模型是有条件的,本文中采用的是面模型,条件是场点与薄层的距离远大于层的厚度。但是如果不关心带电层内及其附近的场强是否表达得很准确,那么可以对整个空间采用面模型,于是就出现本文中讨论的电场在面上的突变问题。

参考文献

1 赵凯华,等. 电磁学(上册). 北京:高等教育出版社, 1998. 52 ~ 54
 2 卫丽娜. “电场高斯定理”的教学设计. 物理通报, 2015(8):22
 3 梁灿彬,秦光戎. 电磁学. 北京:高等教育出版社, 2004. 22 ~ 23

出版社,2013. 1 ~ 3

2 李曼丽,张羽,黄振中. 慕课正酝酿一场新教育革命. 中国青年报,2013-5-23(3)
 3 Boxall, M.. MOOCs: A massive opportunity for higher education, or digital hype? [OL]. The Guardian, <http://www.theguardian.com/higher-education-network/blog/2012/aug/08/mooc-coursera-higher-education-investment>
 4 大型开放式网络课程. <http://baike.baidu.com/view/10187188.htm>. 2013
 5 王蕊,余华敏. 基于MOOC的C语言程序设计课程教学思路探索. 软件工程师,2015,18(3):60 ~ 61
 6 徐明,龙军. 基于MOOC理念的网络信息安全系列课程教学改革. 高等教育研究学报,2013,36(3):16 ~ 19
 7 苟燕,赵希武. 基于MOOC平台的大学计算机基础系列课程建设研究. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2015,28(3):148 ~ 150