



一类平面上追及问题的对称简化求解

陈 钢

(苏州大学物理与光电·能源学部 江苏 苏州 215006)

(收稿日期:2016-06-21)

摘 要:从运动对称性的意义分析了“平面上的追及问题”,并依据对称性给出简化等效运动的求解方法.

关键词:平面追及问题 对称 横向运动

同一平面上两个运动物体沿不同路径运动如何相遇?笔者称其为“平面上的追及问题”.第32届物理竞赛(预赛)第12题就是典型的平面上的追及问题.

【原题】从左至右在同一水平地面上依次有3个质点 a, b, c ,且三者共线, a 与 b 相距 l_1 , b 与 c 相距 l_2 .现将它们从其初始位置抛出.已知质点 b 以初速度 v_0 竖直上抛,质点 c 以某一初速度竖直上抛.设这3个质点的运动过程中, a 能碰到质点 b 和 c ,并假设质点 a 的质量远大于质点 b 的质量,且 a 与 b 碰撞时间极短.求质点 c 的初速度 v_c 和质点 a 的初速度所满足的条件,所求的结果均用题中的已知量表示出来.

对本题的分析与求解,文献[1]给出了一种“巧设坐标化曲为直”的解法,这种解法比原题解简化了许多,笔者认为对这个题目还有更深层的理解.

文献[2]探讨了利用对称性解决追及运动问题的意义,指出如果两个物体具有无差异的条件或背景,必然产生无差别的运动结果,这种对称背景条件可以被等效地消除,“对称背景条件可以被等效地消除”正是解决本题的核心.

3个质点沿竖直方向的运动都涉及重力的背景,重力对于3个质点产生相同的加速度但不产生任何运动差别,它们的相对运动关系如同无重力背景一样,所以不考虑重力产生的加速度,本题完全还原到匀速运动.题中限定3个质点上抛初时刻共线,3个质点沿竖直方向(纵向)的匀速运动的速度如果是相同的,共有运动使它们的相对位置保持不变,相当于 b 和 c 质点不动,所以这个运动竞赛题实际上可以被简化到静止关系.质点 a 以某一横向速度向 b 和

c 两个质点运动,如果没有其他条件限制,质点 a 以不为零的任一横向速度运动都能保证与 b 和 c 相遇.然而本题有一个精巧的设计,有意将3个质点的运动放到重力场中,由于实际上有重力作用,必须要求质点 a 在质点 c 回落落地之前与质点 c 相遇,即给出了一个最长的可相遇时间限定.

先计算限定时间,如图1所示, a, b, c 3个质点向上抛出的速度都是 v_0 ,质点 c 开始回落的时间

$$t = \frac{v_0}{g}$$

而落地之前的总时间

$$t_{\text{总}} = 2 \frac{v_0}{g}$$

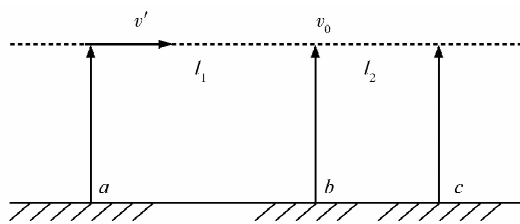


图1 平面追及问题:保持纵向相对静止

设质点 a 横向运动速度为 v' ,与质点 c 相遇的时间为 t' ,显然有

$$t' = \frac{l_1 + l_2}{v'} < t_{\text{总}} = 2 \frac{v_0}{g}$$

即

$$v' > \frac{l_1 + l_2}{2v_0} g$$

本题答案:质点 c 的初速度 $v_c = v_0$,质点 a 的横向速度 $v' > \frac{l_1 + l_2}{2v_0} g$,与原题解相同.

从解题的结果和对解题的分析可以看出,中间质点 b 的位置对质点 a 的横向速度并没有实际限定性,横向速度只与质点 a 和质点 c 之间的总距离 $l_1 + l_2$ 有关,编题者为了回避对质点 c 抛出速度的暗示,借用了个无关质点 b 来表示抛出速度,这也体现了编题者的智慧.

平面追及问题还有另外的形式,为了训练本科生运用极坐标的能力,文献[3]中编制了一道平面追及题,题目如下.

【例题】一艘海关缉私船静候于某海港,忽然收到一侦查员报告,在海港正西方海岸 12.5 km 处,一走私船以 12.5 km/h 的速度逃跑,由于雾大,逃离方向不明,根据敌情,艇长制定了如下方案:他先在原地静候 1 h,然后以 48.5 km/h 的速度绕逃跑地点 P 盘旋,并使艇速在背离 P 的方向上的分量为 12.5 km/h,试求缉私船在收到情报后,最多多长时间就能逮住走私船?

此题与竞赛题如出一辙,如图 2 所示,保持纵向速度相同是解决此题的关键,但稍有难度的是因缉

私船与走私船相对距离是时间的函数,此题须积分求解.

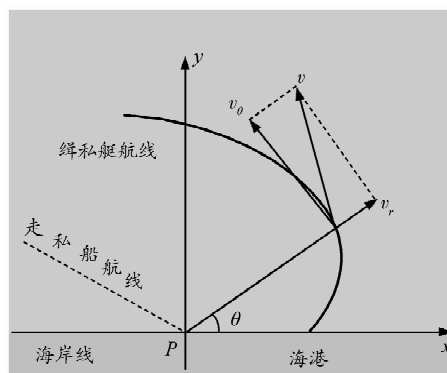


图 2 平面追及问题:保持相同的纵向运动速度

参考文献

- 1 俞丹. 巧设坐标化曲为直,引入类比化繁为简. 物理教学, 2016(2): 68 ~ 69
- 2 陈钢. 对称背景下运动的等效意义与等效方法. 物理通报, 2015(4): 53 ~ 56
- 3 杨兵初. 大学物理学(上册). 北京: 高等教育出版社, 2014. 29 ~ 30

(上接第 70 页)

综上所述,解决“轻物体”模型的关键在于理解其质量为零的特点,由牛顿第二定律分析得出“轻物体”所受合外力为零的规律,而与物体的运动状态无关.要区分“轻物体”与一般物体的不同,避免形成思维定势,注意具体问题具体分析,并在解题中磨练,做到熟能生巧.

参考文献

- 1 姜胜,任才生,潘华君.“轻质问题”初探. 中学物理, 2013, 31(11): 94 ~ 95
- 2 王玉霞. 轻质物体——一个永远“平衡”的物体. 物理教学探讨, 2014, 32(12): 43 ~ 44
- 3 李建斌. 高考中的轻质物体. 中学物理教学参考, 2014(20): 60 ~ 61

The Light Model in High School Physics

Zhang Zhengbing

(Lujiang Middle School Anhui Province, Hefei, Anhui 231500)

Fang Ying

(Lujiang No. 2 Middle School Anhui, Hefei, Anhui 231500)

Abstract: In this paper, we study the dynamics of different types of "light objects", discuss the dynamic characteristics of different types of "light objects", and hope to have a certain reference to the majority of students and teaching colleagues.

Key words: light objects; light model; Newton's second law; zero external force