

论相对运动的图示

——从一道高考真题的去留之争谈起

程靖龙

(陕西省瀚普思教育咨询有限公司 陕西 西安 710072)

(收稿日期:2016-09-07)

摘要:与相对运动相关的一道高考真题被热议多年,至今物理学界尚没有统一认识,暴露了当下相对运动分析方法存在的不足.文章给出了一种新的相对运动图示法,该方法以伽利略变换为依据,创新点在于发现了有向线段的两个端点可以分别用来表示研究对象和参考系.

关键词:相对运动 相对运动图示法 相对速度关系图 相对位移关系图 相对加速度关系图

2013年上海高考物理卷第20题被持续热议数年.至今,中学物理教师群体主张的两种不同的参考答案各说各话.一些教师在专业期刊发文,支持上海考试院给出的参考答案^[1~5].可是,就在这道题被“品读”^[1]、“赏析”^[2]和“释疑”^[3]将近3年之后,对上海考试院公布的参考答案持不同见解的一方提出了“再思考”^[6].该作者给出的结论是,该题会使得“师生在教学过程中产生认知冲突”,也会像作者那样“陷入不可知论”,建议该题“被各类教学资料舍弃,使之离开中学物理教学”.

笔者认为,2013年上海卷第20题是一道多年来罕见的好题.这道题的存在,强有力地提醒着我们不能滥用平行四边形矢量合成法则,同时也逼迫着我们认识到高效简洁的相对运动关系的图示方法的缺位.(如果这道题从中学教学中淡出,非常可惜.)

1 对“再思考”一文的几点质疑

“再思考”一文“也有其他理由说明选项D正确”的3个理由,均有待商榷.具体如下:

(1)“其一,驳船是无动力船,必须在拖船的牵引下运动.拖船A,B对驳船C的牵引力的合力控制和约束着驳船C的运动.这样的话,船C的速度必然在CA绳与CB绳的夹角范围内.”显然,作者存在认知错误.速度跟合外力并不存在必然联系.跟合外力存在必然联系的那是加速度!

(2)“其二,正常情况下,如果船C的速度在CA

绳与CB绳夹角范围之外,就会发生C船速度偏向一侧的拉绳发生松弛的情况……”这样的分析,是作者脱离了题意后的主观想象.

(3)“其三,由于C船速度在垂直于CB方向的分速度存在,导致CB绳的方向瞬时变化……”作者没能把握好题目讨论的只是某个瞬间的状态关系,并不关注这一状态是否可以持续.

2 高效简洁的图示方法支持上海考试院的答案

笔者曾于2015年9月在《中学物理教学参考》发表了《画相对速度矢量图解相对运动问题》一文^[7],文中,2013年上海卷第20题是作为“相对速度关联关系的动态分析”的例题呈现的.相对速度关系图,最初发表时称作相对速度矢量图,是笔者在教学实践中发现的图示相对速度关联关系的新方法.利用相对速度关系图,笔者形象直观、全局、简洁地给出了2013年上海卷这道考题的解析过程.

【题目】图1为在平静海面上,两艘拖船A和B拖着驳船C运动的示意图.A,B的速度分别沿着缆绳CA,CB方向,A,B,C不在一条直线上.由于缆绳不可伸长,因此C的速度在CA,CB方向的投影分别与A,B的速度相等,由此可知C的()

- A. 速度大小可以介于A,B的速度大小之间
- B. 速度大小一定不小于A,B的速度大小
- C. 速度方向可能在CA和CB的夹角范围外
- D. 速度方向一定在CA和CB的夹角范围内

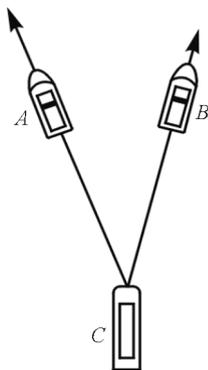


图1 题目示意图

解析:首先画有向线段表示A船和B船的对地(海面)速度 v_A, v_B 并标注节点“地”、“A”、“B”。

由于缆绳不可伸长,C船相对于A船的速度必垂直于A和C之间的缆绳、C船相对于B船的速度必垂直于B,C之间的缆绳.完成相对速度关系图如图2所示.

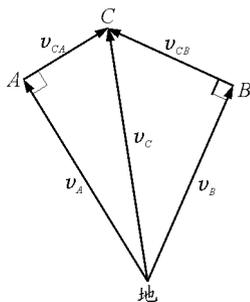


图2 相对速度关系图

题中对 v_A, v_B 的大小关系和夹角均没有限定,按 v_A, v_B 的夹角为锐角另作一图,保持 v_B 长度不变,令 v_A 长度由很小逐渐增大,节点C即依次出现在5种不同位置如图3所示.显然, v_C 的方向不一定在 v_A, v_B 的夹角范围内,且 v_C 既可能大于 v_A 和 v_B ,也可能等于 v_A 和 v_B 的其中一个.

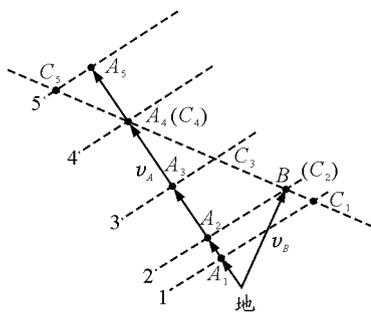


图3 节点C出现不同位置

另,据图3通过想象可知, v_A, v_B 的夹角为直角或钝角时,节点C的位置只有 C_3 一种可能,此时, v_C 的方向一定在 v_A, v_B 的夹角范围内且一定大于 v_A 和 v_B .

综上,选项B和C正确.

解析中画的相对速度关系图,大家也许不会马上就能领会其所以然,这需要从速度的图示说起.

3 相对速度的图示

笔者查阅了数十本大学物理教材,质点运动学的最后一节的标题多为《相对运动》,但是,没有一本教材明确指出如何就相对速度关联关系进行图示.再看中学物理教材,虽然存在着一些图示速度关系的图,却也从来没有把速度的图示当作课题研究过.似乎认为,懂得了力的图示就自然懂得了速度的图示,理由是速度跟力一样都是矢量.这正是问题的根源.

讲授力的图示之前,教材先介绍了力的三要素,这样,也就明确了力的图示的内容,即力的图示必须表达3个内容:作用点、大小和方向.假如我们把速度的图示也能当作课题研究,就会很自然地发现,速度的图示有4个要素需要表达:研究对象、参照物(参考系)、大小和方向.

对于速度方向限定在一条直线上的运动情形,我们可以建立一维速度坐标轴;对于速度方向限定在一个平面内的运动情形,我们可以建立二维速度坐标平面;对于速度方向不在同一平面上的运动情形,我们可以建立三维速度坐标空间.下面以速度方向被限定在同一平面内的运动情形为例探求图示速度的4个要素的方法.

以大家都熟悉的小船渡河的情境为例(图略),选大地为参考系,在 $v_x Ov_y$ 直角坐标系中画出表示水的流速和船的对地航速的有向线段.为了区别这两个速度,我们通常采用标注有向线段的办法,分别标记为 $v_{水}$ 和 $v_{船}$,由于默认参考系都是大地,我们没有在标记中指出参考系,如图4所示.

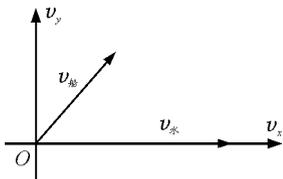


图4 选取大地作参考系

假如要求标注参考系,我们通常会标记为 $v_{水地}$ 和 $v_{船地}$,如图5所示.

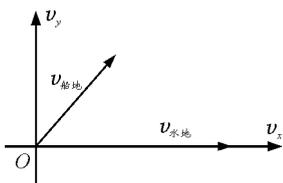


图5 标注参考系

笔者发现,在 $v_x O v_y$ 直角坐标系中,表示速度的两条有向线段的箭头位置,分别跟两个运动对象“船”和“水”有对应关系,两条有向线段的共同起点“O”跟共同的参考系“地”有着对应关系,如图6所示.为方便叙述,我们把坐标系中跟研究对象有对应关系的点称作节点,图4中即有3个节点,“船”、“水”、“地”即为对应的节点名.连接图6中“船”和“水”两个节点,如图7所示.

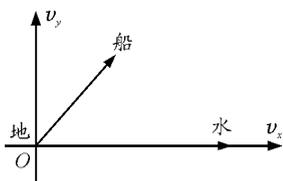


图6 研究对象有对应关系的点作节点

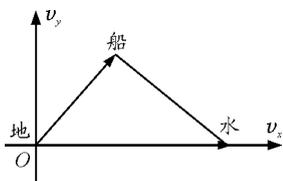


图7 连接“船”和“水”两个节点

根据基于伽利略变换的速度合成定理,即绝对速度等于牵连速度与相对速度的矢量和,可以判定:由节点“水”指向节点“船”的有向线段表示了船对水的相对速度,由节点“船”指向节点“水”的有向线段表示了水对船的相对速度.

进一步可以得出结论:速度坐标空间中,跟研究

对象有对应关系的各个节点之间的每一条线段同时表示一对相对速度.具体表示某一相对速度时,箭头位置标注研究对象,箭尾位置标注相应参考系.

图7中,各运动对象之间相对速度的关联关系由各节点在速度坐标空间中的相对位置表示出来,跟各个运动对象对应的节点的坐标值的绝对值无关,故画相对速度关系图时速度坐标系隐去不画,如图8所示.

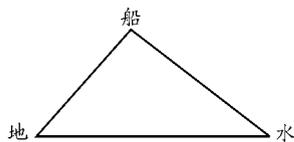


图8 隐去坐标系的相对速度关系图

相对速度关系图中每一条线段同时表示了两个运动对象之间的一对相对速度,只有明确指出某条线段的具体含义时才画出相应的箭头.

4 相对位移关系图和相对加速度关系图

速度坐标空间中,跟研究对象有对应关系的各个节点之间的每一条线段同时表示一对相对速度.具体表示某一相对速度时,箭头位置标注研究对象,箭尾位置标注相应参考系.这样画出的图,称作相对速度关系图.这个结论可以拓展应用.

在研究相对位移时可以拓展为:位移坐标空间中,跟研究对象有对应关系的各个节点之间的每一条线段同时表示一对相对位移.具体表示某一相对位移时,箭头位置标注研究对象,箭尾位置标注相应参考系.据此画出的是相对位移关系图.

在研究相对加速度时可以拓展为:加速度坐标空间中,跟研究对象有对应关系的各个节点之间的每一条线段同时表示一对相对加速度.具体表示某一相对加速度时,箭头位置标注研究对象,箭尾位置标注相应参考系.画出的是相对加速度关系图.

5 例题

【例1】(2016年高考江苏卷第14题)如图9所示,倾角为 α 的斜面A被固定在水平面上,细线的一端固定于墙面,另一端跨过斜面顶端的小滑轮与物块B相连,B静止在斜面上.滑轮左侧的细线水平,

右侧的细线与斜面平行。A和B的质量均为 m 。撤去固定A的装置后,A和B均做直线运动。不计一切摩擦,重力加速度为 g 。求:

- (1)A固定不动时,A对B支持力的大小 N ;
- (2)A滑动的位移为 x 时,B的位移大小 s ;
- (3)A滑动的位移为 x 时的速度大小 v_x 。

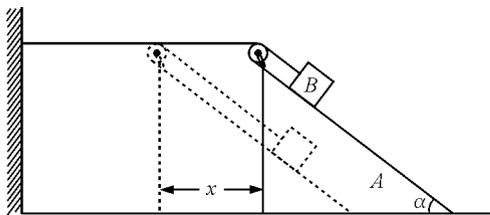


图9 例1题图

解析:(原解析略)下面仅就(2)、(3)问分别画出相对位移关系图和相对速度关系图求解。

根据细线不可伸缩,知物块B对斜面A的位移大小等于斜面A对地的位移大小,均为 x ,结合角度关系画出相对位移关系图,如图10所示。

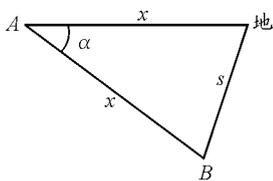


图10 相对位移关系图

由余弦定理得

$$s = \sqrt{x^2 + x^2 - 2xx \cos \alpha} = \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} \cdot x$$

同样根据细线不可伸缩,知物块B对斜面A的速度大小等于斜面A对地的速度大小,均为 v_A ,结合角度关系画出相对速度关系图,如图11所示。

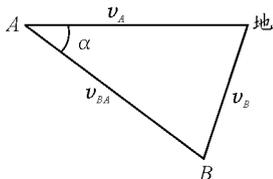


图11 相对速度关系图

其中

$$v_{BA} = v_A = v_x$$

由余弦定理得

$$v_B = \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} \cdot v_x$$

物块B和斜面A构成的系统机械能守恒,物块

B的重力势能减少量等于A和B动能增加量。

物块B下降高度为 $x \sin \alpha$,有如下方程

$$mgx \sin \alpha = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

联立以上各式,得

$$v_x = \sqrt{\frac{2gx \sin \alpha}{3 - 2\cos \alpha}}$$

【例2】如图12所示,质量为 m_2 的小球静止在质量为 m_1 ,倾角为 θ 的斜面上,斜面与水平面的动摩擦因数为 μ 。若使小球做自由落体运动,加在斜面上向左的拉力 F 应满足什么条件?

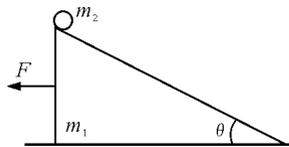


图12 例2题图

解析:小球加速度竖直向下,大小为 g ,即 $a_{球} = g$,依题意,斜面加速度水平向左。小球恰好自由下落时,斜面对小球的加速度方向与水平方向夹角为 θ ,斜向左上方,相对加速度关系图如图13所示。

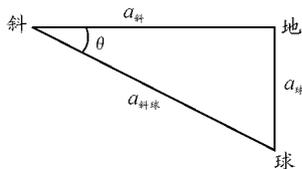


图13 相对加速度关系图

要小球做自由落体运动,即斜面不能影响小球的下落,斜面体相对于小球的加速度,即图13中 $a_{斜球}$ 的方向与水平方向的夹角不能大于 θ ,据图中几何关系有

$$\frac{a_{球}}{a_{斜}} \leq \tan \theta$$

又

$$a_{球} = g$$

结合受力分析由牛顿第二定律有

$$m_1 a_{斜} = F - \mu m_1 g$$

联立以上各式,得

$$F \geq m_1 g (\mu + \cot \theta)$$

受以上两道例题启发,我们可以发现:相对运动均为匀速直线运动时,相对位移关系图和相对速度关系图二者同型;相对运动均为初速度为零的匀加

速直线运动时,相对位移关系图、相对速度关系图和相对加速度关系图三者同型,可以给相对运动分析带来一定的方便.

6 结束语

2013年高考上海物理卷第20题被热议多年,物理学界对此尚未达成共识,甚至出现了让这道题淡出中学物理教学的呼声.这一现象充分表明,当下的物理教学针对相对运动的分析方法尚存在着不足.

以节点为特色的系列相对运动关系图解决了这一问题.基于伽利略变换的速度合成定理,仅在论证这个图的科学性时被用到,利用图解决问题时则无须考虑,这给分析相对运动关系带来了极大方便.

“简单性原理正是理论物理的一个重要方法论原则.”^[8]在系列相对运动关系图中,把大地这样的“绝对”参考系跟其他研究对象平权处置,跟物理学独有的统一、和谐、简单的美学追求相吻合.在绝对参考系被无视的情况下,图中各节点之间的线段均表示一对相对运动,图中几何关系呈现出来的正是各相对运动的关联关系.故,把该图称作相对运动关联关系矢量图,简称为相对运动关系图.需要特别提示的是,用矢量合成图的眼光审视该图是不合适的.

在系列相对运动关系图中,用节点表示的研究对象可以是物理情境中的物体、物体上的点或者其

他任何确有所指的运动对象.很显然,相对运动关系图并不局限于平面图形,也可以是立体图形或者一维的图线.

求解2013年高考上海物理卷第20题时,矢量合成法则不能用.一部分中学物理教师也在纠结为什么.笔者认为,造成这种局面是因为高中物理教材把相对运动问题按运动的合成和分解处理,存在不当.

参考文献

- 1 邱菊燕. 品读2013年上海高考第20题. 物理教师, 2013(12):76~77
- 2 王磊,冯守灿. 赏析2013年上海高考物理第20题. 物理通报,2014(11):96~97
- 3 丁士亮. 2013年上海高考物理第20题释疑. 中学教学参考,2014(29):76
- 4 李爱华. “母”“子”反目——图说一道竞赛题与高考题的孰是孰非. 物理教学,2014(9):74
- 5 杨培军,王鹏. 再议“母”“子”反目——利用相对运动解决双绳拉船问题. 物理教学,2015(3):66~68
- 6 钟传波. 2013年上海高考物理卷第20题的再思考. 物理教师,2016(4):76~80
- 7 程靖龙. 画相对速度矢量图解相对运动问题. 中学物理教学参考,2015(9):43~45
- 8 沈菴. 美哉物理. 上海:上海科学技术出版社,2010

Discussion on the Graphic of Relative Motion

— from the Battle over the Future of a College Entrance Examination Problem

Cheng Jinglong

(Shaanxi Hapass Education Consulting Co Ltd, Xian, Shaanxi 710072)

Abstract: There is no identical view on a college entrance examination problem related relative motion, although that has been hotly debated for years. As a result, we could conclude that the relative motion analysis method of present is not perfect. This paper is going to give a new kind of relative motion graphic method which is based on Galileo transformation. And an innovative point is found that two endpoints of a directed line segment can be used to represent the research object and reference frame individually.

Keywords: relative motion; relative motion graphic method; relative velocity diagram; relative displacement diagram; relative acceleration diagram