

重力势能确实与质量和高度有关^{*}

——纠正“对重力势能影响因素的不同思考”一文中的错误

蔡志东

(镇江高等专科学校丹阳师范学院 江苏 丹阳 212300)

(收稿日期:2016-10-08)

摘要:中学教科书认为:重力势能和物体的质量以及相对高度有关,其表达式为: $E = mgh$. 有些教师认为,教科书中的说法是错误的,重力势能的表达式应当写为: $E = Gh$,也即重力势能不是和质量成正比而是和重力成正比,这一观点显然是错误的. 本文详细分析了其错误产生的原因,并给出了重力势能和重力与高度有关的严格证明.

关键词:能量 基本形式 重力势能 引力势能 表达式

物理通报 2016 年第 5 期(第 103 页)发表了“对重力势能影响因素的不同思考”一文,文中两人对现今中学教科书和百度百科中关于重力势能的表述提出了异议,认为传统的观点:“重力势能和重力与高度有关”的说法是错误的,重力势能不是取决于质量和高度而是取决于重力和高度,重力势能的表达式不应写成 $E = mgh$ 而应写成 $E = Gh$,并说这样叫它“重力势能”才是名副其实,顺理成章的事^[1].

显然,这一观点是错误的. 由于这个问题涉及到对势能和势等一些基本概念的理解,如果不加以澄清,将会误导许多读者,并对后续进一步学习电势能和电势带了不利影响.

错误的原因大致有两个:首先是两位作者对势能的概念理解不深,不知道势能是从能的角度来描述一个系统的物理量,它具有共有性和相对性;其次是不知重力势能本质上是由引力(和惯性离心力)引起的,重力势能的表达式 $E = mgh$ 只是一个近似公式,只有在地面附近几百米范围内才近似成立.

本文将详细剖析产生这种错误的原因,并从理论上和逻辑上严格证明,重力势能不是和重力成正比而是和质量成正比,因此,我们不能把重力势能的公式随便写成 $E = Gh$,并想当然地认为重力势能的

大小取决于重力和高度.

1 势能的共有性和相对性

1.1 能量的基本形式

能量的基本形式大致有 5 种:机械能、内能、化学能、核能、电磁能(光能). 这个次序不是随便排列的而是逐步分层的. 机械能是一种宏观物体的有序能量,包括宏观运动的动能和宏观相互作用的势能(重力势能和弹性势能). 而内能是物体内部所有分子的(无序)能量,包括分子无规则运动的动能和分子势能. 化学能本质上是一种原子之间的结合能,而这种结合能主要涉及到电子的“轨道”动能和电势能(注:在量子力学中没有轨道,这种结合能可以理解为电子在核外空间的运动动能和电势能);核能则主要包括核子之间的结合能(涉及到核子的运动动能和相互作用的核力势能),而电磁能或光能可以认为是组成粒子的最基本的能量(按照爱因斯坦的看法,电子不过是电磁场的凝聚体,按照大统一理论,弱—电—强三者是统一的,因此夸克也可以认为是一种特殊的电磁凝聚体). 通常,我们认为电磁能是电磁振动的能量(广义动能). 这样,撇开形式上的不同,就其本质而言,我们可以认为,自然界的能量

^{*} 系“镇江高等专科学校品牌专业建设工程资助项目”的研究成果.

作者简介:蔡志东(1962—),男,教授,主要从事相对论和物理教学及研究工作.

归根结底只有两种:广义动能和广义势能.前者表示物质的运动,后者表示物质之间的相互作用.于是我们可以给能量下一个精确的定义.

1.2 能量的最精确定义

能量是物质运动的量度(即广义动能),同时也是物质之间相互作用的方式、作用的强度以及物质在空间分布状况的量度(广义势能).迄今为止,包括诺贝尔奖金获得者费因曼在内,全世界尚没有任何一个人能对能量下如此普遍而又精确的定义(复旦大学的力学教科书中仅仅说“能是物质运动的量度”,显然这是片面的).通常,在高中,一般认为能是做功的本领,这个定义显然过于粗糙而不全面(做功涉及到力和位移,一杯水散热的时候,何来的力,又何来的位移?能的概念远比功的概念来得基本,用做功来计算势能勉强可以,定义一般的能量是不科学的,但是在中学可以这样笼统地说).

1.3 势能的最一般定义

因相互作用(力)而引起的,与相对位置有关的能(更确切的说法是与物质在空间上的分布有关的能).传统意义上,势能主要包括引力(或重力)势能,电磁势能(弹性势能和分子势能本质上让是电磁势能),实际上,还有强作用势能和弱作用势能.简单地说,自然界有4种基本的相互作用力,就有4种基本的势能.

1.4 势能的共有性和相对性

任何势能都是因为相互作用而引起,而相互作用至少必须包含两个物体,因此势能是一个系统所共有而非一个物体所具有.势能不仅能表示作用的方式(通常我们规定引力系统势能为负,斥力系统势能为正),也能表示作用的强弱(在同一参考点下,作用越强,势能绝对值越大);还能表示系统之间物质的分布状况(对于一个斥力系统而言,物质分布越密集,相互作用越强,因而系统的势能越大;对于一个引力系统而言,分布越密集,引力越强,势能越小,但是绝对值越大).

由于势能是表示一个特定系统的物质分布以及各部分之间作用状况的一个物理量,因此其数值本身没有绝对的意义而只有相对的意义.打个比方,一棵树各个树枝和树叶之间的相对位置或空间结构是

确定的,你用眼睛直接观察和你用望远镜观察,其空间结构和相互关系不会变化,变化的仅仅是每一个部分的大小,用望远镜观察时,每个部分都变大了.同样,你取不同的势能零点,只会影响各点势能的数值,而不会影响各部分之间物质的分布和作用情况.因此,比较势能时,只有对于同一个参考点才有意义.

1.5 势能计算中采用同一参考点和特殊参考点的优缺点

物理上规定,某点(或某状态) A 的势能等于把检验物体从该点(状态)移到(变化)到零势能处(用 O 表示)时力所做的功,即 $E_A = \int_A^O \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.在理论上,我们总是选取无穷远处为势能零点,这有3个好处(一箭三雕):首先是简化势能的表达式(无穷远处的场强为零,积分比较简单);其次,可以反映系统内部作用的方式(斥力系统势能为正,引力系统势能为负);第三,可以准确反映系统内部各部分作用的强弱和物质在空间的分布状况(作用越强,分布越密集,则势能的绝对值越大).通常,在计算弹性势能时,我们选择同一个自然状态为势能零点,这样可以比较不同弹簧的形变和性质(弹簧硬度较大时,劲度系数 κ 较大,形变量 x 较大时,弹性势能 $\frac{\kappa x^2}{2}$ 较大).但这样做的缺点是不知道弹簧的具体形变(是伸长还是压缩).有些情况下,我们选取系统内部的一个特殊点作为势能零点.

比如单摆的势能零点通常选为最低点,在计算地面上方物体的重力势能时选地面为势能零点,计算平行板电容器内部某点的电势能时选负极板为势能零点.这样做的好处是计算方便,但是其缺点是不能进行不同系统之间的势能大小的比较(不同系统参考点不同,比较势能的大小是无意义的).

2 “重力势能取决于重力和高度”这一错误观点的由来

文献[1]的两位作者所犯的最致命的错误在于,他们忽视了势能的相对性.他们认为相同的物体质量 m 相同,高度 h 相同时,由于地球和月球表面的重力加速度 g 不同,所以重力不同,导致重力势能不

同,这样似乎有重力势能与重力成正比而非质量成正比,重力势能与重力和高度有关而非质量和高度有关,所以应当写成 $E=Gh$ 而非 $E=mgh$.

这里最关键的问题是:地球-物体系统和月球-物体系统是两个不同的系统.参考点不同(前者为地面,后者为月面),比较他们的势能是无意义的,因而这一推论是荒谬的.这就好比你用一只眼睛看一棵大树,另外一只眼睛通过望远镜看一棵小树,然后得出结论说:那棵小树比大树还要高大(显然这是荒谬的).

3 独立变量和非独立变量

文献[1]的作者除了忽视势能的相对性,不知道“选择不同的势能零点时,不能对不同系统的势能大小进行比较”之外,还犯了另外一个原则性的错误,那就是不知道重力势能的公式 $E=mgh$ 只是一个近似公式,公式中的重力加速度 g 并非常量而是一个变量,它的值随着高度的增大而减小($g=G\frac{M}{(R+h)^2}$),因为地球质量 M 和半径 R 一定,所以 $g=g(h)$,因此,如果非要把重力势能写成两部分的乘积的话,则应是 $E=mg[(h)h]$ 而非 $E=Gh$,因为重力和高度不是两个独立的变量,高度变化时重力也在变.所以影响物体势能的独立因素只有两个,即质量和高度而非重力和高度.因此,教科书和百度百科上说的:“重力势能与物体的质量和高度有关”是对的,而作者的表述“重力势能取决于重力和高度”是错的.

4 重力势能与引力势能的关系及其公式 $E=mgh$ 的由来

在不考虑地球自传引发的惯性离心力的情况下,通常我们认为重力近似等于引力(相差不是很大).选取无穷远处为引力势能的零点,我们可以导出引力势能的公式

$$E_r = \int_r^\infty \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_r^\infty -G \frac{Mm}{r^2} dr = -G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{R+h} \quad (1)$$

当物体离开地面的高度远小于地球的半径时,

有 $\frac{h}{R} \ll 1$,于是可以进行级数展开,即

$$\begin{aligned} -G \frac{Mm}{R+h} &= -G \frac{Mm}{R} \frac{1}{1+\frac{h}{R}} \approx \\ &-G \frac{Mm}{R} \left(1 - \frac{h}{R}\right) = \\ &-G \frac{Mm}{R} + G \frac{Mmh}{R^2} = mU_0 + mg_0 h \quad (2) \end{aligned}$$

上式中利用了级数展开公式 $(1+x)^m = 1+mx+\dots$ 并且保留到一次项, $U_0 = -G \frac{M}{R}$ 为地球表面的引力势(常量),而 $g_0 = G \frac{M}{R^2}$ 为地球表面的重力场强度或重力加速度.高度 h 远小于地球半径 R 时,该处的重力加速度为

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} \approx g_0$$

所以地面附近的物体的引力势能为

$$E \approx mU_0 + mgh$$

因为只有重力势能的变化量才有意义,所以 mU_0 这一项在计算过程中会消去,因此一般不予考虑,于是我们有: $E \approx mgh$,这就是重力势能公式的由来.显然,其精确表达式是

$$E = -G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{R+h} = f(m, h)$$

也就是说,在地球质量和半径一定的情况下,物体的重力势能仅与其质量和高度有关,教科书中的表述完全正确!

5 重力势能与质量成正比是逻辑的必然

如前所述,重力势能的精确表达式(即引力势能)为

$$E_g = -G \frac{Mm}{r}$$

它和物体的质量成正比,和物体到地心的距离成反比.类似地,我们可以导出电势能的公式为

$$E_e = K \frac{Qq}{r}$$

它与检验电荷的电荷量 q 成正比,与检验电荷到场源电荷 Q 的距离 r 成反比.事实上,任意大、小两个物体(或电荷,磁体等)所组成的两体系统(x, X),如果检验物体 x 所产生的场不影响场源物体 X

关于库仑定律的适用条件,这样说对吗?

杨海青 张士伟 李 勇

(阜阳市第三中学 安徽 阜阳 236000)

(收稿日期:2016-10-03)

摘 要:观摩 2016 年中国教育学会物理教学专业委员会年会课堂教学展示课,争鸣库仑定律的适用条件,然后从物理学史的角度逐本溯源,再参考大学物理及电动力学求真还原库仑定律的物理本质,最后研讨了这个规律的外延条件在中学物理教学层面个上的处理建议.

关键词:库仑定律条件 问题争鸣 比例系数 k 物理本质 中学物理教学

1 问题提出的背景

在 2016 年中国教育学会物理教学专业委员会年会课堂教学展示课库仑力这一节上,做课老师强调,库仑定律的适用条件:必须是真空.这一句话,引起了笔者和一起观摩的同事李勇老师的争论:这样说对吗?

2 有关问题的争鸣

李老师:没必要这样说,甚至可以说这样说是错的.库仑定律的力学公式 $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ 中系数 k 与介质有关,所以公式的适用条件与真空无关,不真空有介质公式照样是对的.介质不同系数不同,仅此而已!即使存在第 3 个带电物体,公式依然是对的,两两套公式求解,然后再求矢量和就搞定了.因此系数 k 就

所产生的场的分布,那么两者之间相互作用的势能必然与检验物体的场量 x (可能是质量 m 或电荷量 q 或其他量) 成正比,与场源物体的“场源量” X 以及两者之间的距离 r 有关,即任意势能形式上均可以表为: $E=xU(X,r)$, 其中 $U(X,r)=\frac{E}{x}$ 即为广义的“势”(引力势,电势等).它是从能的角度来描述场源物体所产生的场的分布的一个物理量.这一点,即任何势能总是与表征场的作用对象的一些场量 x 成正比,与作用对象到场源物体的距离有关,不仅是理论分析的结果,也是逻辑的必然!

当我们用天平来测量物体的质量时,我们必须假定:同一点的重力与质量成正比,如果没有这个约定,我们将无法量度一般物体的质量.设想天平的左右力臂相同,左边放 1kg 的砝码时产生的重力为 9.8 N,平衡时我们就认定右边物体的质量也为 1 kg,左边放 2 kg 的砝码时我们认为产生的力是 19.6 N,平衡时右边为 2 kg,没有重力与质量成正比的约

定,根本无法量度质量.如果第一个 1 kg 的砝码产生的力为 9.8 N,两个同样的 1 kg 的砝码产生的重力不是 19.6 N 而是 10 N,则我们通过天平测出的物体的质量的大小就不能准确反映物质的多少,可能会出现质量越大的物体测得越不准确的现象.

而势能不过是物体从某点到参考点的过程中,场力所做的功,既然各点的重力都与质量成正比,必然有重力势能与物体的质量成正比!因此,重力势能与质量成正比不仅是理论分析的结果,也是准确测量任意物体质量的前提条件,是逻辑的必然!

本文的目的不完全是为了纠正文献[1] 的错误,更主要是为了让广大物理教师对能量、势能、势等一些基本概念有更深刻的理解,若真能达此目的,笔者将深感欣慰!

参 考 文 献

- 徐海,华继干.对重力势能影响因素的不同思考.物理通报,2016(5):103
- 复旦大学 上海师范大学物理系 沈德滋等.物理学(力学).上海:上海科学技术出版社,1978.192 ~ 202