

水柱法模拟平抛运动中粘滞力对水流初速度的影响及修正

王绍菊 张学艳 朱镜红 张芳芳 姚 斌

(云南师范大学物理与电子信息学院 云南 昆明 650500)

(收稿日期:2016-10-10)

摘 要:利用水平喷出的细水柱可直观地显示平抛运动轨迹,实验简单,可操作性强.现有的模拟实验通常忽略了空气阻力和粘滞力对水柱模拟平抛运动中的影响.在分析空气阻力和粘滞力理论的基础上,通过对水柱平抛实验的测量和计算,获得了粘滞力对水流初速度的影响,并求出了粘滞力影响的修正函数.

关键词:平抛运动 水柱法 粘滞力 修正函数

利用水柱模拟平抛运动的方法,能一次性描绘出平抛物体的运动轨迹,并能求得平抛物体运动的初速度,完全满足教材中“研究平抛运动”实验的要求^[1].在该类实验中,水从容器的出水口流出之前,由于流体之间以及水与容器之间的相对运动,将受到粘滞力^[2]的作用,造成实验中的初速度与理论上的初速度有所偏差.为了说明粘滞力对平抛运动中初速度的影响,本文将从理论分析和实验分析的角度,比较水柱模拟平抛运动中实验获得的出水初速度与无粘滞力情况下的理论初速度,获得相应的修正值和修正公式,为利用水柱模拟平抛运动的实验分析提供理论参考.

1 实验装置

实验原理如图1所示.在容器下部开一小孔B,小孔B的线度与容器内水表面A至小孔所处深度 h

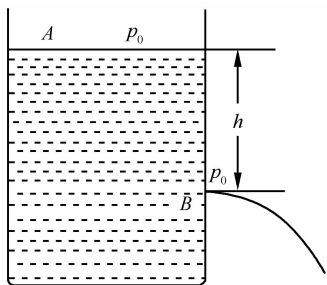


图1 实验原理图

相比很小,且容器横截面积较大,水在从小孔流出的过程中 h 几乎保持不变,因此可认为,在实验过程中从小孔B流出的初速度不变.

2 理论分析

2.1 空气阻力的影响分析

实验中水自孔口B流出,将受到重力和空气阻力的作用.由于水流出口口B之后以水柱的形状在空中形成平抛轨迹,因此可把水柱看作很多个水滴所组成.于是,利用斯托克斯定律^[3]可求出水滴所受的空气阻力为

$$f = 6\pi\eta vr = 1.024 \times 10^{-6} \text{ N} \quad (1)$$

其中 $\eta = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ (实验时环境温度 20°C 下的空气粘滞系数), v 为实验中水滴的运动速度(最大为 3 m/s), $r = 0.001 \text{ m}$ (水滴的半径).而水滴所受重力 G 为

$$G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 41.888 \times 10^{-6} \text{ N} \quad (2)$$

其中 ρ 为水的密度 $1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.由此可得,水滴在空气中受到的最大空气阻力仅为水滴重力的 2.4% .因此,在本实验中,空气阻力对于水柱的影响可以忽略不计,则水流出孔口B之后的运动可看作平抛运动.

2.2 粘滞力的影响分析

当将水看成理想流体时,则水流动过程中将不

作者简介:王绍菊(1992-),女,硕士研究生,主要从事物理教学研究.

通讯作者:姚斌(1980-),男,博士,副教授,主要从事大学物理教学研究和电磁理论研究.

受粘滞力的影响,运用伯努利方程^[4]

$$\rho gh + p_0 = \frac{1}{2}\rho v_{\text{理}}^2 + p_0 \quad (3)$$

(p_0 为大气压, $v_{\text{理}}$ 为小孔 B 处的出口速度) 求出在深度为 h 的开孔处水流初速度理论值为

$$v_{\text{理}} = \sqrt{2gh} \quad (4)$$

而实际中,水从孔口 B 流出之前,由于流体之间的相对运动以及流体相对于容器的运动,水将受到粘滞力的作用,造成从孔口 B 流出的流速 $v_{\text{测}}$ 小于看作理想流体时的流速 $v_{\text{理}}$,将这个差值记为 $\Delta v = v_{\text{理}} - v_{\text{测}}$. 这个差值 Δv 即反映了水从孔口 B 流出之前受粘滞力的影响情况.

3 实验方法及数据处理

本文基于流体连续性的特点用水代替金属小球,用水柱模拟平抛物体运动,通过自制设备进行多次实验,如图 1 所示,水从 B 孔流出做平抛运动,使用平面镜将水柱模拟的抛物轨迹投影到描图板上.待抛出的轨迹稳定后迅速用铅笔在坐标纸上沿着投影轨迹描图.该实验采用控制变量法,保证开孔大小及水密度不变的情况下,进行深度分别为 5,7,9,10,12,14,16,17,18,20 cm 的抛物轨迹描绘及初速度计算.

由于不能确定水滴在出口时在曲线中的位置,也就是说不能确定竖直方向初速度为零的点,因此在数据处理时,不能运用自由落体方程求解,则本文采用了残缺轨迹^[5]求平抛运动的初速度的方法,原理如图 2 所示.

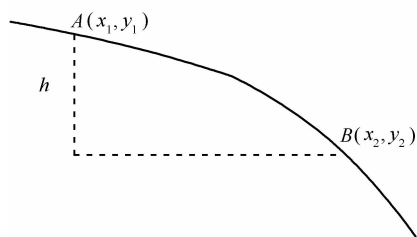


图 2 出口速度计算原理图

在曲线上任取两点 A 和 B ,则可列出相应的轨迹方程

$$\begin{cases} x_1 = v_{\text{测}} t_1 \\ x_2 = v_{\text{测}} t_2 \\ \Delta y = \frac{1}{2}gt_2^2 - \frac{1}{2}gt_1^2 \end{cases} \quad (5)$$

则平抛运动的初速度可得

$$v_{\text{测}} = \sqrt{\frac{(x_2^2 - x_1^2)g}{2\Delta y}} \quad (6)$$

为减小误差,实验过程中每一深度处均描绘出相应的 4 条曲线,每条曲线上取 A, B, C, D, E 5 个点,分别取 AB, AC, AD, AE 段进行计算,可得该条曲线上 4 个对应的初速度,然后 4 个值求平均得该条曲线的初速度 $v'_{\text{测}}$,以此方法分别求出该开孔深度处其他几条曲线的初速度 $v'_{\text{测}}$,最后 4 条曲线分别求得的数值再取平均即为该开孔深度处的初速度 $v_{\text{测}}$. 实验数据处理结果如表 1 所示.

表 1 出口初速度的测量值

h/cm	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0
$v_{\text{测}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0	0.237	0.446	0.543	0.680
h/cm	14.0	16.0	17.0	18.0	20.0
$v_{\text{测}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.840	0.945	0.985	1.079	1.192

注:上表数据计算中 $g = 10 \text{ m/s}^2$.

不同深度对应的出口初速度理论值可通过式(4)计算得出,如表 2 所示.

表 2 出口初速度的理论值

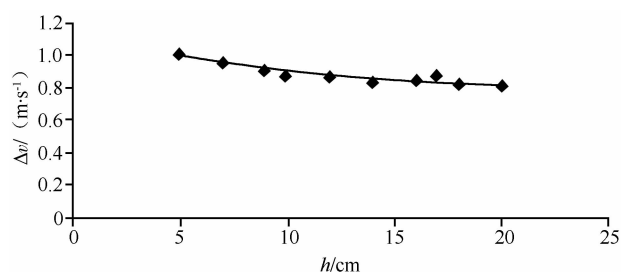
h/cm	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0
$v_{\text{理}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.000	1.183	1.340	1.410	1.550
h/cm	14.0	16.0	17.0	18.0	20.0
$v_{\text{理}}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.670	1.780	1.844	1.897	2.000

实验结果表明,初速度的理论值和实验值之间确实有较明显的差值,在空气阻力忽略的情况下,水受到的粘滞力即为影响该差值的原因,差值 $\Delta v = v_{\text{理}} - v_{\text{测}}$,为了更直观地表明粘滞力对实验的影响,本文作了 $\Delta v - h$ 的关系研究,相关数据如表 3 所示.

表 3 $\Delta v - h$ 修正数据

h/cm	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0
$\Delta v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.00	0.95	0.90	0.87	0.87
h/cm	14.0	16.0	17.0	18.0	20.0
$\Delta v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.83	0.84	0.86	0.82	0.81

将 $\Delta v - h$ 在 5 ~ 20 cm 范围内进行了曲线拟合,如图 3 所示.

图3 $\Delta v-h$ 拟合曲线

4 结论

本文结合理论分析和实验分析,得出在忽略空气阻力的情况下,粘滞力对孔口B处水流速度的影响.实验结果显示,在开孔深度 h 为5 cm~20 cm范围内, h 越小,实验中孔口B处的水流速度受粘滞力的影响越大.究其原因是由于当 h 越小时,水流元在出口处停留的时间就越长,因此所受粘滞力的影响就越大.分析图3中的拟合曲线,可利用反比例函数描述粘滞力的影响,因此可得

$$v_{\text{理}} = v_{\text{测}} + \left(\frac{a}{h-b} + c \right)$$

对于本实验装置,通过拟合曲线可求出各常数分别为 $a = 1.506, b = -0.8729, c = 0.7467$.

参考文献

- 1 张大昌. 普通高中课程标准实验教科书必修2. 北京:人民教育出版社,2004
- 2 章梓雄,董曾南. 粘性流体力学. 北京:清华大学出版社,2011
- 3 刘鹤年. 流体力学(第2版). 北京:中国建筑工业出版社,2004
- 4 靳铁良. 伯努利方程及其简单推导. 内江科技,2004,25(6):74~78
- 5 蒋守培. 由残缺轨迹求平抛运动的初速度. 物理教师,2012(1):33~34
- 6 罗憧乾. 流体力学. 北京:机械工业出版社,2000
- 7 潘路. 对“水的平抛”的几点释疑. 物理教师,2010,31(11):38~40
- 8 罗春焱,罗德刚,李伟. 有关平抛运动实验中测初速度方法的探究式教学与反思. 物理教师,2014(5):26~27

(上接第99页)

The Influences of Steel Wire on the Experimental Results in Young's Modulus Experiment

Wang Xueyan Wang Bo

(College of Science, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang 832003)

Abstract: This paper analyzes some factors of steel wire that influence the measurement accuracy of the Young's Modulus Experiment by a ZKY-YM experimental instrument. And eventually given under 3 kg quality to provide strong, no more than 88.2 N, every time increase or decrease in quality from 1 kg to 0.5 kg, the young's modulus of more accurate results are obtained.

Key words: Young's Modulus; steel wire beeding; ZKY-YM experimental instrument