

# 巧记逐差法

仓 云

(红河州第一中学 云南 红河 661100)

(收稿日期:2016-10-26)

**摘要:**处理纸带问题时往往要用到逐差法求加速度,从  $\Delta x = aT^2$  开始逐步展示逐差法的推导过程,最终得到逐差法求加速度的公式,分为偶数段和奇数段,并给出对应公式的巧记方法,对学生解决纸带问题有很大的帮助.

**关键词:**逐差法 偶数段 奇数段 加速度 平均值 减小实验误差

## 1 引言

逐差法,就是把测量数据中的因变量进行逐项相减或按顺序分为两组进行对应项相减,然后将所得差值作为因变量的多次测量值进行数据处理的方法.其特点是充分利用了测量数据,具有对数据取平均的效果,可及时发现差错或数据的分布规律,及时纠正或及时总结数据规律.它是物理实验中处理数据常用的一种方法,其优点是在(位移)绝对误差相同的情况下,通过增大分母系数,使加速度的相对误差与绝对误差都减小,从而有效地减小实验误差<sup>[1]</sup>.

在高中物理的纸带问题中往往要求加速度,此时就是要用到逐差法来求解.纸带问题在各种模拟考试,乃至高考中也经常出现,对于学生来说,这个问题简单但又不容易得分,原因就是学生对纸带中求加速度的方法和公式记不住,或混淆不清.本文通过逐差法的推导过程让学生清楚地了解公式的由来,并给予通俗易懂的记忆方法让学生灵巧地记住求加速度的公式.阅读本文时,大家可轻视公式的推导过程,作一个大概了解就行,重点(亮点)在公式的记忆方法.

## 2 偶数段处理方法

如图1所示,纸带给出了偶数段——6段,还可以是4段或8段……相邻计数点之间的时间间隔为

$T\left(=\frac{1}{f}\right)$ . 相邻计数点之间的距离已测出,分别标为

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, \dots$

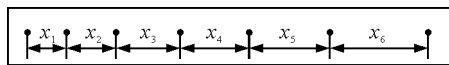


图1 偶数段位移示意图

(1)若纸带给了6段,利用  $\Delta x = aT^2$  可求出5个加速度

$$a_1 = \frac{x_2 - x_1}{T^2} \quad a_2 = \frac{x_3 - x_2}{T^2} \quad a_3 = \frac{x_4 - x_3}{T^2}$$

$$a_4 = \frac{x_5 - x_4}{T^2} \quad a_5 = \frac{x_6 - x_5}{T^2}$$

为减小误差求平均值.先取前3个求平均值

$$\bar{a}_1 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} =$$

$$\frac{x_2 - x_1 + x_3 - x_2 + x_4 - x_3}{3T^2} = \frac{x_4 - x_1}{3T^2}$$

取中间3个求平均值

$$\bar{a}_2 = \frac{a_2 + a_3 + a_4}{3} =$$

$$\frac{x_3 - x_2 + x_4 - x_3 + x_5 - x_4}{3T^2} = \frac{x_5 - x_2}{3T^2}$$

取后3个求平均值

$$\bar{a}_3 = \frac{a_3 + a_4 + a_5}{3} =$$

$$\frac{x_4 - x_3 + x_5 - x_4 + x_6 - x_5}{3T^2} = \frac{x_6 - x_3}{3T^2}$$

为进一步减小误差,再利用  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$  求其平均

值

$$\bar{a} = \frac{\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3}{3} =$$

$$\frac{x_4 - x_1 + x_5 - x_2 + x_6 - x_3}{(3T)^2} =$$

$$\frac{x_4 + x_5 + x_6 - x_1 - x_2 - x_3}{(3T)^2} =$$

$$\frac{(x_4 + x_5 + x_6) - (x_1 + x_2 + x_3)}{(3T)^2}$$

(2) 若纸带只给了4段,利用 $\Delta x = aT^2$ 可求出3个加速度

$$a_1 = \frac{x_2 - x_1}{T^2} \quad a_2 = \frac{x_3 - x_2}{T^2} \quad a_3 = \frac{x_4 - x_3}{T^2}$$

为减小误差求平均值.先取前两个求平均值

$$\bar{a}_1 = \frac{a_1 + a_2}{2} =$$

$$\frac{x_2 - x_1 + x_3 - x_2}{2T^2} = \frac{x_3 - x_1}{2T^2}$$

取后两个求平均值

$$\bar{a}_2 = \frac{a_2 + a_3}{2} =$$

$$\frac{x_3 - x_2 + x_4 - x_3}{2T^2} = \frac{x_4 - x_2}{2T^2}$$

为进一步减小误差,可再利用 $\bar{a}_1, \bar{a}_2$ 求它们的平均值

$$\bar{a} = \frac{\bar{a}_1 + \bar{a}_2}{2} = \frac{x_3 - x_1 + x_4 - x_2}{(2T)^2} =$$

$$\frac{x_3 + x_4 - x_1 - x_2}{(2T)^2} = \frac{(x_3 + x_4) - (x_1 + x_2)}{(2T)^2}$$

(3) 偶数段巧记方法

若纸带给了偶数段,把这些段数平分,分为前面一半和后面一半,则

$$\text{加速度} = \frac{(\text{后一半之和}) - (\text{前一半之和})}{(kT)^2}$$

式中 $T$ 前面的 $k$ 数值为每一半所包含的段数.

**特别说明:**分母中 $k$ 值要和 $T$ 一起平方.

逐差法就是从大处着眼,把物体做匀变速直线运动的总时间分为相等的两端,将后段时间内物体的位移减去前段时间内的位移所得之差除以每一半对应时间的平方<sup>[2]</sup>.

比如纸带给了6段时,段数平分后每一半有3

段,则 $k$ 数值就为3,如图2所示.

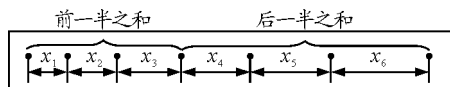


图2 6段位移的加速度计算公式说明图

即

$$\bar{a} = \frac{(x_4 + x_5 + x_6) - (x_1 + x_2 + x_3)}{(3T)^2}$$

若纸带给了4段时,段数平分后每一半有2段,则 $k$ 数值就为2,如图3所示.

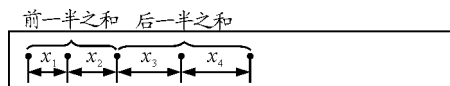


图3 4段位移的加速度计算公式说明图

即

$$\bar{a} = \frac{(x_3 + x_4) - (x_1 + x_2)}{(2T)^2}$$

所以如果纸带给了8段,段数平分后每一半有4段,则 $k$ 数值就为4,即

$$\bar{a} = \frac{(x_5 + x_6 + x_7 + x_8) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{(4T)^2}$$

### 3 奇数段处理方法

如图4所示,纸带给出了奇数段——5段,还可以是3段或7段……相邻计数点之间的时间间隔为 $T$ ( $=\frac{1}{f}$ ).相邻计数点之间的距离已测出,分别标为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \dots$

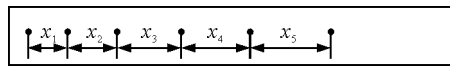


图4 奇数段位移示意图

(1) 若纸带给了5段,利用 $\Delta x = aT^2$ 可求出4个加速度

$$a_1 = \frac{x_2 - x_1}{T^2} \quad a_2 = \frac{x_3 - x_2}{T^2}$$

$$a_3 = \frac{x_4 - x_3}{T^2} \quad a_4 = \frac{x_5 - x_4}{T^2}$$

为减小误差求平均值.先取前3个求平均值

$$\bar{a}_1 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} =$$

$$\frac{x_2 - x_1 + x_3 - x_2 + x_4 - x_3}{3T^2} = \frac{x_4 - x_1}{3T^2}$$

取后3个求平均值

$$\bar{a}_2 = \frac{a_2 + a_3 + a_4}{3} =$$

$$\frac{x_3 - x_2 + x_4 - x_3 + x_5 - x_4}{3T^2} = \frac{x_5 - x_2}{3T^2}$$

为进一步减小误差,再利用 $\bar{a}_1, \bar{a}_2$ 求其平均值.

$$\bar{a} = \frac{\bar{a}_1 + \bar{a}_2}{2} = \frac{x_4 - x_1 + x_5 - x_2}{2 \times 3T^2} =$$

$$\frac{x_4 + x_5 - x_1 - x_2}{2 \times 3T^2} = \frac{(x_4 + x_5) - (x_1 + x_2)}{(2 \times 3)T^2}$$

(2)若纸带给了3段,利用 $\Delta x = aT^2$ 可求出2个加速度

$$a_1 = \frac{x_2 - x_1}{T^2} \quad a_2 = \frac{x_3 - x_2}{T^2}$$

为减小误差求平均值

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{x_2 - x_1 + x_3 - x_2}{2T^2} =$$

$$\frac{x_3 - x_1}{(1 \times 2)T^2}$$

(3)奇数段巧记方法

若纸带给了奇数段,把这些段数的中间一段舍去,剩下的段数平分为前面一半和后面一半,则

$$\text{加速度} = \frac{(\text{后一半之和}) - (\text{前一半之和})}{(A \times B)T^2}$$

式中A数值为每一半所包含的段数,B数值为去掉的中间那一段的序数.

**特别说明:**分母中A和B不平方,只有T平方.

比如纸带给了5段时,去掉第3段,剩下的段数前后每一半有2段,则A数值就为2;B数值就为3,如图5所示.

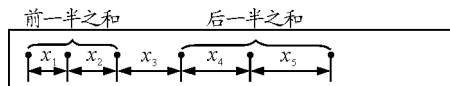


图5 5段位移的加速度计算公式说明图

即

$$\bar{a} = \frac{(x_4 + x_5) - (x_1 + x_2)}{(2 \times 3)T^2}$$

若纸带给了3段时,去掉第2段,剩下的段数前后每一半有1段,则A数值就为1;B数值就为2,如图6所示.

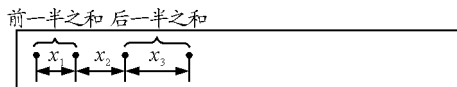


图6 3段位移的加速度计算公式说明图

即

$$\bar{a} = \frac{x_3 - x_1}{(1 \times 2)T^2}$$

所以若纸带给了7段时,去掉第4段,剩下的段数前后每一半有3段,则A数值就为3;B数值就为4,如图7所示.

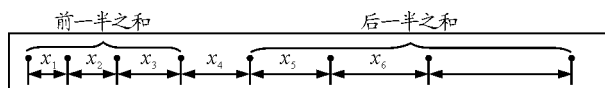


图7 7段位移的加速度计算公式说明图

即

$$\bar{a} = \frac{(x_5 + x_6 + x_7) - (x_1 + x_2 + x_3)}{(3 \times 4)T^2}$$

#### 4 结论

综上所述,纸带问题中求加速度的方法:

偶数段时

$$\text{加速度} = \frac{(\text{后一半之和}) - (\text{前一半之和})}{(kT)^2}$$

**特别说明:**式中T前面的k数值为每一半所包含的段数.分母中k值要和T一起平方.

奇数段时

$$\text{加速度} = \frac{(\text{后一半之和}) - (\text{前一半之和})}{(A \times B)T^2}$$

**特别说明:**式中A数值为每一半所包含的段数,B数值为去掉的中间那一段的序数.分母中A和B不平方,只有T平方.

这两个公式充分利用了纸带所给的数据,是把 $\Delta x = aT^2$ 求出的加速度平均之后再平均,即取二次平均值,有效地减小了误差.通过此文介绍的方法,学生可以灵巧有效地记住公式,考试时直击标准答案,解决因记不住而失分的情况,从而提高纸带问题的得分率,提高考试成绩.

#### 参考文献

- 张敬德. 逐差法为什么会减小误差. 中学物理教学参考, 2009(06):62
- 黄立中. 从2001年全国高考题谈逐差法教学的改进. 物理教师, 2002(3):21