



分运动独立的条件和理论基础

王远征

(山东省烟台第二中学 山东 烟台 264000)

(收稿日期:2016-11-15)

摘要:以微分方程的可加性为基础,论述了分运动独立与否的条件是——合运动的动力学方程可以写成两个分运动的动力学方程之和,为用运动的分解与合成解决复杂的运动指明了理论基础.

关键词:分运动的独立性 运动的分解与合成 微分方程的可加性

在研究复杂运动的时候,时常会出现两个分运动相互独立的现象,即:一个分运动的改变并不影响另一个分运动的快慢,于是,有人就得出“运动的独立性原理”的说法.而实际上,分运动的独立性是有条件的,分运动不独立的现象比比皆是.

【例1】一个小球以水平的初速度 v_0 抛出,其受到的空气阻力和速度的平方成正比,试求该小球在水平和竖直两个方向的运动情况.

分析:物体的动力学方程为

$$mg - kv^2 \mathbf{e}_t = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

在 x 方向上,满足的方程为

$$-k\sqrt{v_x^2 + v_y^2}v_x = m \frac{dv_x}{dt} \quad (1)$$

同时在 y 方向上,满足的方程为

$$mg - k\sqrt{v_x^2 + v_y^2}v_y = m \frac{dv_y}{dt} \quad (2)$$

无论我们将两个方程施加何种运算,既不能在方程(1)中消掉 v_y ,也不能在方程(2)中消掉 v_x ,这说明,两个分运动就不是独立的.故而,运动的独立性原理不是一个真正的有普遍意义上的规律.

但是,如果两个分运动要是独立的话,就可以先分别研究出两个分运动的情况,进而求出合运动的情况,不光是我们处理复杂运动的重要手段,而且确实可以使解题过程大为简化,特别是在中学阶段,这几乎是处理复杂运动问题的唯一手段.

【例2】如图1所示,在匀强磁场中由静止释放一个带正电的微粒,证明它的运动轨迹是摆线.

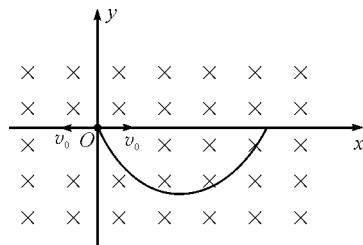


图1 磁场中静止释放正电荷的运动轨迹

分析:微粒的初速度是零,我们将运动是零的状态看作是向左速度 v_0 和向右速度也是 v_0 的两个运动的叠加,并设定 v_0 的大小满足

$$qv_0 \times \mathbf{B} = m\mathbf{g}$$

所以,向右的运动是以 v_0 为初速度的匀速直线运动,向左的运动因为只受洛伦兹力的作用,因而做匀速圆周运动.而这两个分运动的合运动正好组成摆线运动.

我们刚才的计算,就建立在两个分运动的独立性之上.现在,关键的问题是,我们怎么知道这两个分运动是独立的呢?我们的处理方法一定是正确的呢?答案非常简单:我们分别列出两个分运动的动力学方程为

$$qv_0 \times \mathbf{B} + m\mathbf{g} = 0 \quad (3)$$

$$qv_1 \times \mathbf{B} = m \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} \quad (4)$$

式中 v_1 代表初速度向左的分运动的速度. 而合运动的动力学方程一定可以写成如下的形式

$$mg + q(\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_1) \times \boldsymbol{B} = m \frac{d(\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_1)}{dt} \quad (5)$$

由于 $\frac{d\boldsymbol{v}_0}{dt} = 0$, 很明显的可以看出, 方程(5) 正好为方程(3) 和方程(4) 的和, 分运动的方程不光是独立的, 而且也满足可加性. 因为若 $\boldsymbol{v}_0(t)$ 是方程(3) 的解, $\boldsymbol{v}_1(t)$ 是方程(4) 的解. 则 $\boldsymbol{v}_0(t) + \boldsymbol{v}_1(t)$ 就一定是方程(5) 的解, 即这两个分运动的叠加正好描述

了合运动的情况.

一般的, 如果一个运动的动力学方程可以写成两个独立的运动方程之和. 则两个分方程解的和就是总方程的解 —— 即两个分方程描述了两个分运动, 总方程就描述了物体的合运动.

有了这样的认识, 我们在用运动的合成与分解处理复杂的运动时, 就不再是仅凭着感觉和臆测, 而是有了严密的根据.

(上接第 104 页)

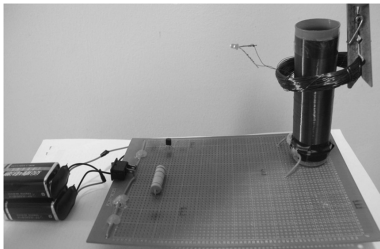


图 8 LED 灯发光

该演示仪, 在次级不会产生电弧, 是一种安全、小功率的无线输电装置, 不会对人体产生伤害, 且制作起来比较简单. 演示的实验现象直接明了, 学生的

感官容易受刺激, 使学生对电磁波及无线输电有更深入的了解, 激发学习兴趣. 课后可鼓励学生动手尝试该演示仪的制作及改进, 培养学生的动手能力及物理科学素养.

参 考 文 献

1 人民教育出版社, 课程教材研究所, 普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-4. 北京: 人民教育出版社, 2011

2 牟春阳, 李世中, 梁国强. 基于特斯拉线圈的无线电力传输系统. 科学技术与工程, 2015, 15 (13): 77

3 李广凯, 梁海峰, 赵成勇, 等. 几种特殊输电方式的分析和展望. 中国电力, 2004(4): 48

Wireless Electric Power Transmisson Demonstrator

Ni Feng

(Deqing Senior high school, Huzhou, Zhejiang 313200)

Abstract: The self - made wireless electric power transmisson demonstrator can demonstrate two types of power transmission and get good teaching results. This demonstrator will let students experience the charms of electromagnetic field and stimulate students' curiosity. At the same time, it will ignite students' scientific interest and improve the students' science literacy.

Key words: self - made; wireless electric power transmisson; high - frequency electromagnetic field