

## 夫琅禾费缝衍射的计算机模拟\*

解霞 董正超 杨建华

(南通大学理学院 江苏南通 226019)

(收稿日期:2016-12-06)

**摘要:**在大学物理的教学中,夫琅禾费衍射是波动光学的教学重点之一.以夫琅禾费衍射的光学模型为基础,根据傅里叶光学理论给出夫琅禾费衍射光强分布的一般公式,利用MATLAB软件对单缝、双缝、多缝以及十字缝和井字缝等缝衍射屏的夫琅禾费衍射进行模拟,并对计算机模拟结果作出分析.缝衍射实验的计算机模拟结果显示快速且清晰,衍射条纹分布符合衍射规律,实现了对实际光波衍射的模拟.

**关键词:**夫琅禾费衍射 傅里叶变换 MATLAB

衍射现象是波动的重要特性之一<sup>[1]</sup>.波在传播过程中遇到障碍物,其波面受到一定的限制,就会发生衍射,即波的传播方向会改变.需要指出的是,只有当障碍物的几何线度与波长大小可比时,衍射现象才会显著地表现出来.由于可见光波长较短,光波的衍射现象在日常生活中表现得并不特别明显<sup>[2]</sup>.另一方面,光学实验对光学系统、实验环境和实验者都提出了较高的要求,因而光学实验在实际操作和观察测量时存在诸多不利因素.计算机仿真模拟是利用计算机技术对实际系统建立模型,在一定的条件下对模型进行实验的一门技术.在教学中,常以一定的理论模型为依据,利用计算机模拟的方法对实际物理过程和实验结果作出模拟.因具有良好的可操作性、可重复性,以及易观察及低成本等优点,计算机仿真模拟在光学理论和实验教学中被迅速推广<sup>[3,4]</sup>.MATLAB作为一套高性能的分析计算软件,广泛应用于高校基础课程和专业课程的教学<sup>[4]</sup>.本文利用MATLAB软件的编程和绘图功能,对几种夫琅禾费缝衍射进行模拟,并结合计算机模拟的结果作出分析.

## 1 夫琅禾费衍射光场分布

当光源和光屏距离衍射屏无穷远(或者相当于

无穷远)时,在衍射屏上的入射波及在各个方向的衍射波都可以看成平面波,光屏上所观察到的衍射称为夫琅禾费衍射.夫琅禾费衍射实验的光路如图1所示. $S$ 为单色点光源,置于透镜 $L_1$ 的焦点处,从 $L_1$ 出射的平面光波垂直入射到衍射屏 $AB$ 上.在衍射屏后放置另一透镜 $L_2$ ,在透镜 $L_2$ 像方焦平面处的光屏上可观察到夫琅禾费衍射图样.

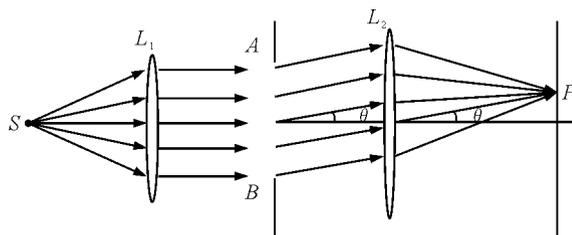


图1 夫琅禾费衍射光路图

根据惠更斯-菲涅尔原理,光屏上 $P$ 点处的光振动是衍射屏处波振面上所有子波波源发出的子波传到 $P$ 点的光振动的相干叠加, $P$ 点的光强度取决于衍射角 $\theta$ 的衍射光在该点相干叠加的结果<sup>[1]</sup>.

设波长为 $\lambda$ 的单位振幅单色相干平面光波垂直照射衍射屏,衍射屏位于 $x_0y_0$ 平面,在距离衍射屏 $z$ 处的 $xy$ 平面上观察衍射场.在傅里叶光学中,夫琅禾费衍射的光场复振幅分布为

\* 江苏省高等教育教改研究立项课题,项目编号:2015JSJG236

作者简介:解霞(1981-),女,硕士,讲师,主要从事大学物理等课程的教学和非线性光学的研究.

通讯作者:董正超(1963-),男,教授,主要研究方向为凝聚态物理.

$$E(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \cdot \iint E_0(x_0, y_0) \exp\left(-ik \frac{xx_0 + yy_0}{z}\right) dx_0 dy_0 = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) FT[E_0(x_0, y_0)] \quad (1)$$

其中,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  为波数,  $E_0(x_0, y_0)$  为  $x_0 y_0$  平面的透射光场分布,  $E(x, y)$  为  $xy$  平面的衍射光场分布,  $FT$  为傅里叶变换符号. 上式表明, 观察平面上光场分布正比于衍射屏上透射光场分布的傅里叶变换<sup>[5]</sup>. 对于缝衍射屏, 透过缝的光场分布就等于缝的透过函数. 因此, 只需要对任意缝衍射屏的透过函数作傅里叶变换即可得到其夫琅禾费衍射的光场分布<sup>[9]</sup>. 利用衍射光场复振幅公式, 得到夫琅禾费衍射的光强分布公式

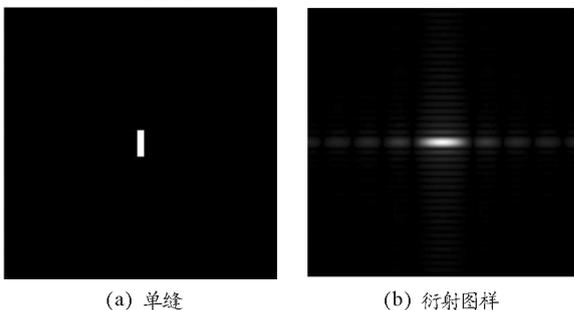
$$I(x, y) = |E(x, y)|^2 = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 |FT[E_0(x_0, y_0)]|^2 \quad (2)$$

## 2 夫琅禾费缝衍射

观察夫琅禾费缝衍射时, 若缝宽过宽, 远超过光波长, 无法产生明显的衍射现象; 若缝宽过窄, 则透过衍射屏的光强太弱. 因此, 缝宽过宽或者过窄都不利于观察光波的衍射. 另一方面, 如果缝的长度过长 (或者相当于无限长), 则衍射图样在缝的长度方向不发生衍射, 衍射图样在该方向被压缩于一条线上, 也不利于观察衍射图样的条纹分布. 因此, 在光学实验或计算机模拟过程中需要对缝的缝宽和缝的长度加以约束限制.

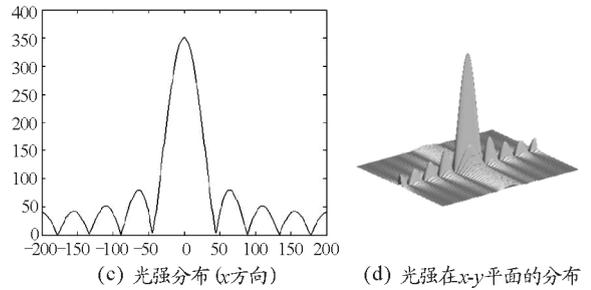
### 2.1 单缝衍射

当衍射屏上只有一条狭缝时, 夫琅禾费单缝衍射的模拟如图 2 所示.



(a) 单缝

(b) 衍射图样



(c) 光强分布(x方向)

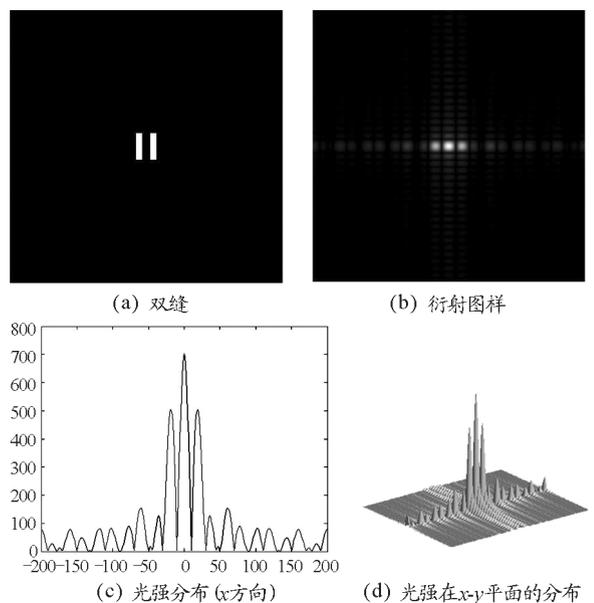
(d) 光强在x-y平面的分布

图2 单缝衍射

图 2(a) 是单缝衍射屏, 其缝宽沿  $x$  轴方向, 缝长沿  $y$  轴方向; 图 2(b) 给出该单缝的夫琅禾费衍射图样, 光波在  $x$  方向有明显的衍射. 光屏中央有一条较宽的明条纹, 两侧对称地分布着一些强度较小的明条纹, 中央明条纹的宽度约是其他明条纹宽度的两倍, 相邻明纹之间有一条暗纹; 图 2(c) 是  $x$  方向的光强分布曲线, 光强最大峰对应中央明条纹, 两侧的突起峰对应强度较小的亮条纹, 与衍射图样一致; 因单缝的长度是有限的, 该光波透过单缝在  $y$  方向也有一定的衍射, 图 2(d) 给出光屏  $x-y$  平面上的光强分布.

### 2.2 双缝衍射

当衍射屏上有两条平行狭缝时, 设双缝的缝长沿  $y$  方向, 缝宽沿  $x$  方向, 夫琅禾费双缝衍射的模拟如图 3 所示.



(a) 双缝

(b) 衍射图样

(c) 光强分布(x方向)

(d) 光强在x-y平面的分布

图3 双缝衍射

双缝衍射图样中央处是一条特别亮的明纹, 两

侧各有一条光强度稍弱的明纹以及强度更弱的明纹;相邻的明纹之间有一条暗纹.在单缝衍射主极大宽度内有5条明纹,由于单缝衍射的调制,高级次明纹的光强较弱.

### 2.3 3缝衍射

当衍射屏上有3条平行狭缝时,设3缝的缝长沿 $y$ 方向,缝宽沿 $x$ 方向,夫琅禾费3缝衍射的模拟如图4所示.

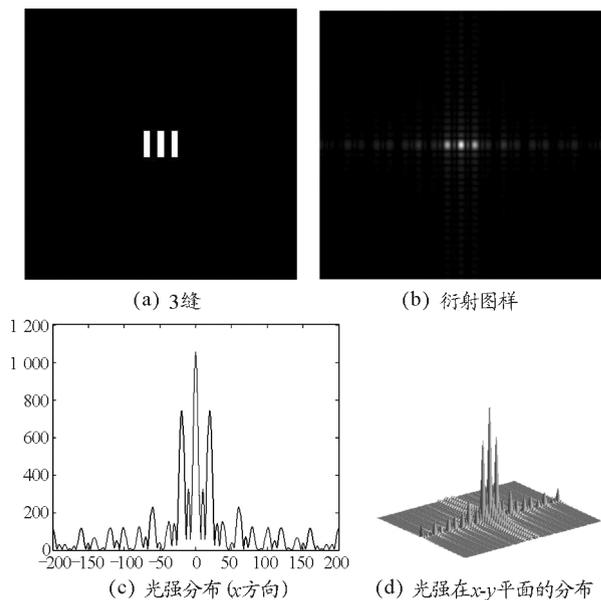


图4 3缝衍射

3缝衍射图样的明条纹宽度比双缝衍射的明纹宽度窄,相对光强度大;相邻主极大明纹之间有一个次极大明纹和两条暗纹.在单缝衍射主极大宽度内有5条比较细亮的明纹,受单缝衍射因素的影响,高级次明纹的光强较弱.

### 2.4 4缝衍射

当衍射屏上有4条平行狭缝时,设4缝的缝长沿 $y$ 方向,缝宽沿 $x$ 方向,夫琅禾费4缝衍射的模拟如图5所示.

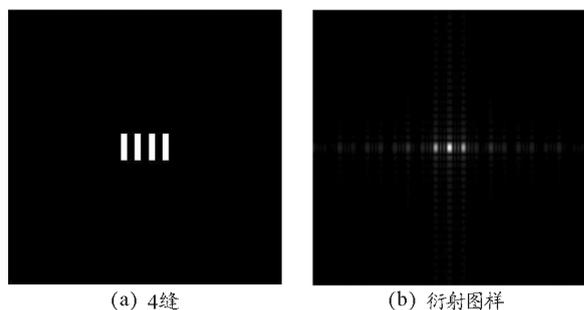


图5 4缝衍射

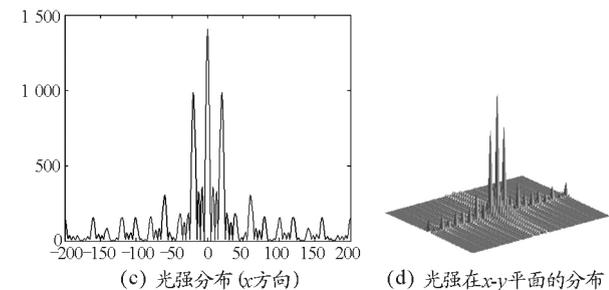


图6 十字缝衍射

4缝衍射图样的明条纹宽度比3缝衍射的明纹宽度更窄,相对光强度更大;相邻主极大明纹之间有两个次极大明纹和3条暗纹.与双缝和3缝衍射图样对比,因缝数增多,4缝衍射图样的明纹宽度更窄,光强度更大,因此主极大明纹更加细亮,在光屏上可观察到细亮的光谱线.

## 3 夫琅禾费复杂缝衍射

### 3.1 十字缝

设衍射屏上两个相互垂直的狭缝交点处为坐标原点,一条狭缝的缝长沿 $x$ 轴方向,另一条狭缝的缝长沿 $y$ 轴方向,如图6(a)所示.夫琅禾费十字缝衍射的模拟如图6所示.

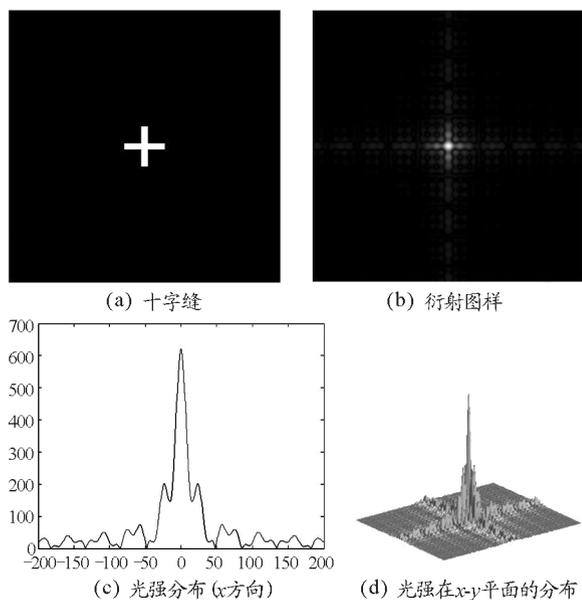


图6(b)所示的衍射图样中心处可见一个光强度较大的亮斑,中央亮斑的周围有很多具有十字对称性的衍射亮斑,离中心越远,衍射亮纹的光强度越

弱. 由于在  $x$  和  $y$  两个方向上同时存在衍射, 十字缝衍射可以看成是两套单缝衍射图样相干叠加的结果. 图 6(c) 所示是  $x$  方向的衍射光强分布, 光强分布关于  $y$  轴对称, 与衍射图样图 6(b) 一致.

### 3.2 井字缝

当衍射屏上有两条横向平行的缝关于  $x$  轴对称, 另有一条纵向平行的缝关于  $y$  轴对称. 夫琅禾费井字缝衍射的模拟如图 7 所示.

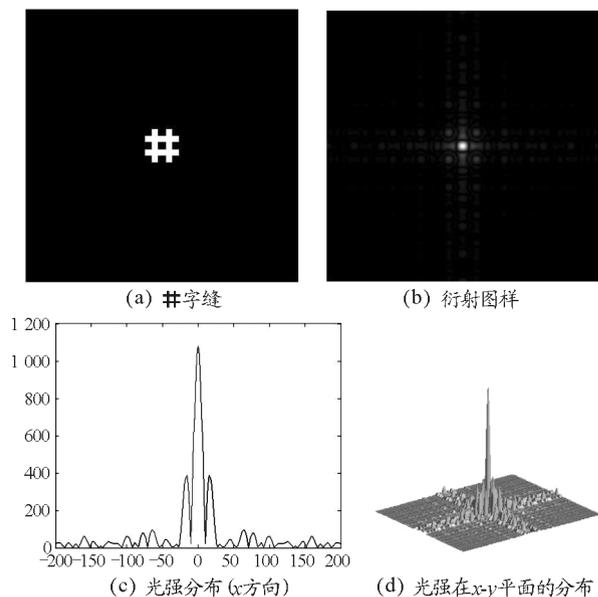


图 7 井字缝衍射

井字缝的中央是一块不透光的小方屏, 而衍射图样中央却是一个明亮的亮斑, 这是光的直线传播理论所无法解释的. 与十字缝衍射图样类似, 井字缝衍射图样中央亮斑的周围分布着具有十字对称性的衍射亮斑. 井字缝衍射可以看成是  $x$  方向双缝衍射与  $y$  方向双缝衍射的相干叠加, 在光屏中央相干叠加的结果形成了明亮的亮斑, 由于单缝衍射的调制, 在其他方向相干叠加的结果形成光强度很弱的亮斑.

## 4 结论

本文的模拟中, 光波在缝宽的方向出现较显著的衍射现象. 由于缝长是有限的, 光波在缝长方向被约束, 因此在缝长所在的方向也有较弱的衍射. 这样的双向衍射现象非但不会影响对衍射图样条纹分布的观察与分析, 还深刻地揭示了光波衍射的条件.

对于平行狭缝的夫琅禾费衍射, 可以发现其共同点: 不管是单缝、双缝还是多缝的夫琅禾费衍射, 衍射图样中央都是一条特别亮的明纹, 两侧分布着强度稍弱的明纹和强度更小的明纹, 相邻的明纹之间会有一条暗纹. 单缝衍射因子决定了单缝衍射主极大宽度内的明条纹相对光强度较大, 更容易观察.

对于双缝和多缝衍射, 它们之间也存在着不同点: 双缝衍射的各级条纹都是主极大明纹; 而在 3 缝衍射中, 相邻主极大明纹之间有一条强度较小的次级大明纹; 4 缝衍射相邻主极大之间则有两强度较小的明纹. 这种现象是由单缝衍射和多缝干涉共同形成.

对于十字缝和井字缝衍射, 它们的衍射图样对称性更高, 十字缝衍射可以看成是两个相互垂直的单缝衍射的相干叠加, 井字缝的衍射可以看成是两个相互垂直的双缝衍射的相干叠加.

## 参考文献

- 1 姚启钧. 光学教程(第五版). 北京: 高等教育出版社, 2011. 82 ~ 89
- 2 吴许强, 汪光骐, 俞本立. 日常生活中的夫琅禾费衍射现象与教学实践. 合肥师范学院学报, 2011, 29(6): 41 ~ 42
- 3 甄艳坤, 霍汉平. 计算机仿真在光学课程教学中的应用. 电气电子教学学报, 2011, 33(2): 88 ~ 90
- 4 张卫山, 尚剑锋, 刘雪林, 等. 基于 MATLAB GUI 的波动光学仿真平台. 大学物理实验, 2013(3): 85 ~ 87
- 5 吕乃光. 傅里叶光学(第二版). 北京: 机械工业出版社, 2006. 93 ~ 94

