动量观点与其他相关知识综合问题分析

李红伟
（江西省全南中学　江西 赣州　341800）

（收稿日期：2016-12-13）

2017 年高考考试大纲已公布，新大纲进一步细化对“理解能力、推理能力、分析综合能力、应用数学处理物理问题的能力、实验能力”的考查要求，增加例题进行阐释，明确能力考查的具体要求；同时删去人教版《物理·选修2-2》的内容，将《物理·选修3-5》的内容列为必考，《物理·选修3-3》、《物理·选修3-4》作为选考模块的内容和范围都不变，考生从中任选1个模块作答.《物理·选修3-5》的内容列为必考，动量和能量守恒、力与运动、电磁感应综合将成为高考考查的热点、亮点. 下面对动量观点与其他相关知识综合的问题进行分析.

1　利用动量定理求变力的冲量

在日常生活和生产中，常常会碰到变力作用在物体上的问题，在高中阶段不能直接求得变力的冲量. 但如果力是线性变化时，我们可以将变力转化为平均力再求变力的冲量；或已知物体质量和初、末速度，也可以利用动量定理求解变力的冲量.

【例 1】如图 1 所示，A 和 B 两小物快用轻弹簧相连，悬于轻绳下，A 和 B 的质量分别为 m_1，m_2. 开始时，A 和 B 均静止. 剪断细线，经一段时间后，A 和 B 的速度大小分别为 v_1 和 v_2，方向均向下，求这段时间内弹簧的弹力对 A 和 B 的冲量.

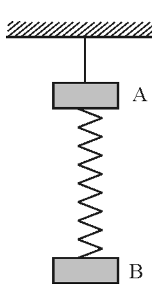

图 1　例 1 题图

解析：设弹簧对 A 的冲量 $I_A = I$，则弹簧对 B 的冲量必为 $I_B = -I$，分别以 A 和 B 为研究对象，且以竖直向下方向为正方向，则

$$m_1 gt + I = m_1 v_1$$

$$m_2 gt - I = m_2 v_2$$

消去 t，可解出

$$I = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$I_A = I = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$I_B = -I = \frac{m_1 m_2 (v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

点评：如果以 A 和 B 系统为研究对象列方程，则

$$(m_1 + m_2) gt = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

动量定理不仅适用于恒力作用，也适用于变力作用过程，利用动量定理只考虑初末状态，不涉及运动过程，这是利用动量定理解决实际问题的优越性所在.

2　动量定理在流体问题的应用

在处理有关流体（如水、空气、高压燃气等）撞击物体表面产生冲力（或压强）的问题，高中阶段只能利用动量定理来进行解决.

【例 2】某种气体分子束由质量 $m = 5.4 \times 10^{-26}$ kg，速度 $v = 460$ m/s 的分子组成，各分子都向同一方向运动，垂直地打在某平面上后又以原速率反向弹回，如分子束中每立方米的体积内有 $n_0 = 1.5 \times 10^{20}$ 个分子，求被分子束撞击的平面所受到的压强.

解析：设在 Δt 时间内射到面积为 S 的某平面上的气体的质量为 ΔM，则

$$\Delta M = v \Delta t S n_0 m$$

取 ΔM 为研究对象，平面作用到气体上的反作用力为 F，以分子碰撞平面弹回速度方向规定为正方向，由动量定理得

$$F \Delta t = \Delta M v - (-\Delta M v)$$

解得　$$F = 2 v^2 S n_0 m$$

根据牛顿第三定律，平面受到的压强 p 为

$$p=\frac{F}{S}=2v^2n_0m=3.43\ \mathrm{Pa}$$

点评:处理流体问题问题的关键是选在极短时间 Δt 内射到物体表面上的流体为研究对象.这类问题往往与受力平衡、牛顿第三定律、压强等知识点联系在一起进行考查.

3　动量定理与电磁感应问题的综合

导体棒切割磁感线产生感应电流,从而使导体棒又受到安培力作用.导体棒运动的形式有匀速、匀变速和非匀变速 3 种.对匀速、匀变速两种情况可以用牛顿定律进行求解,对非匀变速这种情况,由于安培力发生变化,且又涉及到位移、速度、电荷量等问题时,如果用能量守恒和动量守恒定律求解,往往会无法求解,但利用动量定理求解往往能收到意想不到的效果.

【例 3】如图 2 所示,水平光滑导轨与电阻 R 连结,处在磁感应强度为 B 的竖直向上的匀强磁场中,一质量为 m,长为 L 的导体棒以初速度 v_0 向右运动,导体棒电阻和导轨电阻不计,设磁场范围足够大,导轨足够长,在导体棒运动的整个过程中,求:

(1) 通过电阻 R 的电荷量是多少?

(2) 导体棒运动的距离有多远?

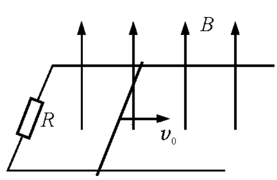

图 2　例 3 题图

解析:(1) 设导体棒运动时间为 t,平均电流为 I,通过电阻 R 的电荷量为 q,则

$$q=It$$

根据动量定理得

$$BILt=mv_0$$

由以上两式解得

$$q=\frac{mv_0}{BL}$$

(2) 由电路知识和法拉第电磁感应定律得

$$q=It=\frac{E}{R}t$$

$$E=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{BLx}{t}$$

由以上两式解得

$$q=\frac{BLx}{R}$$

结合第(1) 问结论得

$$x=\frac{Rmv_0}{B^2L^2}$$

点评:通过例题的分析,当导体切割磁感线而产生感应电流,如果感应电流不恒定,导体所受到的安培力也不恒定而做变速运动时,若涉及位移、速度、电荷量等问题时,可以利用动量定理来处理,使得看似疑难的问题迎刃而解.

4　动量守恒在电磁感应问题中的运用

在相互平行的水平轨道间的双棒做切割磁感线运动时,由于这两根导体棒所受的安培力等大反向,合外力为零,若不受其他外力,则两导体棒的总动量守恒,故解决此类问题往往应用动量守恒定律来处理.

【例 4】两根足够长的固定的平行金属导轨位于同一水平面内,两导轨间的距离为 L.导轨上面横放着两根导体棒 ab 和 cd,构成矩形回路,如图 3 所示.两根导体棒的质量皆为 m,电阻皆为 R,回路中其余部分的电阻可不计.在整个导轨平面内都有竖直向上的匀强磁场,磁感应强度为 B.设两导体棒均可沿导轨无摩擦地滑行.开始时,棒 cd 静止,棒 ab 有指向棒 cd 的初速度 v_0.若两导体棒在运动中始终不接触,求:

(1) 在运动中产生的焦耳热最多是多少?

(2) 当 ab 棒的速度变为初速度的 $\frac{3}{4}$ 时,cd 棒的加速度是多少?

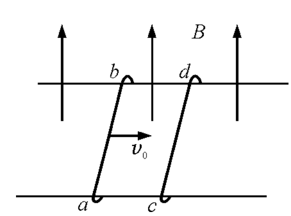

图 3　例 4 题图

解析:(1) 从初始至两棒达到速度相同的过程中,两棒总动量守恒,则

$$mv_0=2mv$$

根据能量守恒,整个过程中产生的总热量

$$Q=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(2m)v^2=\frac{1}{4}mv_0^2$$

(2) 设 ab 棒的速度变为初速度的 $\frac{3}{4}$ 时,cd 棒的速度为 v',则由动量守恒可知

$$mv_0 = m\frac{3}{4}v_0 + mv'$$

此时回路中的感应电动势和感应电流分别为

$$E = \left(\frac{3}{4}v_0 - v'\right)Bl \qquad I = \frac{E}{2R}$$

此时 cd 棒所受的安培力

$$F = IBl$$

cd 棒的加速度

$$a = \frac{F}{m}$$

由以上各式,可得

$$a = \frac{B^2 l^2 v_0}{4mR}$$

点评:在这类问题中,当两棒速度达到相同后,回路面积保持不变,磁通量不变化,不产生感应电流,两棒以相同的速度 v 做匀速运动,两金属棒作用就可看成完全非弹性碰撞模型.

5　动量守恒在原子核衰变问题中的运用

原子核衰变时内力远大于外力,衰变过程遵循动量守恒定律;衰变后的粒子在电场、磁场中或正交电场磁场中所做的运动情况由初速度和所受合力共同决定.

【例 5】在匀强磁场中的 A 点有一个静止的原子核发生衰变,衰变后形成如图 4 所示的两内切圆轨迹,则

(1) 该核发生的是什么衰变?

(2) 如果已知大圆和小圆轨迹半径之比为 44∶1,则该放射性元素的原子序数是多少?

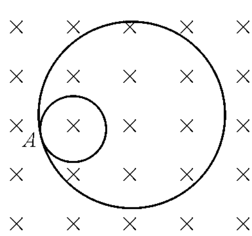

图 4　例 5 题图

解析:因射出粒子与新核在磁场中的运动轨迹是内切圆,故射出粒子带负电,即为 β 粒子. 因 $r = \frac{mv}{Bq}$,所以 $\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{44}{1}$,可知放射性元素的原子序数为 43.

点评:本试题主要考查对向心力、牛顿第二定律、带电粒子在匀强磁场中的运动等考点的理解. 在匀强磁场中静止的原子核发生衰变,β 衰变后形成两内切圆轨迹,α 衰变后形成两外切圆轨迹.

6　多体碰撞问题

对于动量守恒定律的应用问题,2014 年考试大纲将“只限于一维两个物体的碰撞问题”调整为“只限于一维”,从而多体碰撞问题成为考查热点. 近 3 年高考试题中都有所体现.

【例 6】如图 5 所示,3 个直径相同的小球静止在足够长的光滑水平面上,A 和 C 2 球的质量均为 m,B 球的质量为 $km(k>1)$. 给 A 球一个水平向右的初速度 v_0,B 球先与 A 球发生弹性正碰,再与 C 球发生弹性正碰. 求系数 k 的值为多大时,B 与 C 碰后瞬间 B 球的速度最大?

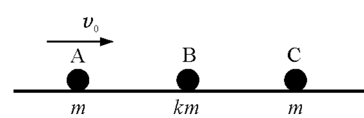

图 5　例 6 题图

解析:设 A 和 B 发生弹性碰撞后的速度分别为 v_A 和 v_{B1},由动量守恒定律及机械能守恒定律,则

$$mv_0 = mv_A + kmv_{B1}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_{B1}^2$$

解得

$$v_A = \frac{1-k}{1+k}v_0 \qquad v_{B1} = \frac{2}{1+k}v_0$$

设 B 和 C 发生弹性碰撞后的速度分别为 v_{B2} 和 v_C,同理有

$$v_{B2} = \frac{1-k}{1+k}v_{B1}$$

代入并整理得

$$v_{B2} = \left[\frac{2}{1+k} - \frac{4}{(1+k)^2}\right]v_0 = \left[\frac{2}{1+k}\left(1 - \frac{2}{1+k}\right)\right]v_0$$

显然,当 $\frac{2}{1+k} = 1 - \frac{2}{1+k}$ 时,v_{B2} 取最大值,解得 $k=3$.

点评:此类问题中,损失的机械能往往用碰撞前后系统损失的动能来描述,损失的动能转化为其他形式的能量,如系统增加的内能最大,对弹簧系统弹簧的弹性势能最大等.