

Matlab 在电磁学最值问题中的应用*

魏丽霞 劳家盛 黎雪 罗志荣

(玉林师范学院物理科学与工程技术学院 广西 玉林 537000)

(收稿日期:2016-02-19)

摘要:电磁学中的最值问题是教学过程中的难点,本文利用 Matlab 软件对电磁学中典型的最值问题进行实例分析,通过直观的图形将抽象的最值问题形象直观化,有利于学生更好地理解 and 掌握物理规律.

关键词:电磁学 最值 Matlab

电磁学是大学物理中的一个重要知识点,利用高等数学知识解决电磁学中的问题,不仅是对大学物理中电磁学内容的深化,也是解决电磁学中最值问题不可缺少的工具^[1].电磁学中的最值问题涉及的知识面广、内容难度大、对高等数学的应用要求高,是学生难以理解的知识点,若仅从理论上定性分析,学生难以构建空间图形,从而影响教学效果. Matlab 是一款多功能的数学软件,具有界面友好、简单易学和绘图功能强大等优点,被广泛应用于科学计算、数值分析等领域^[2].借助 Matlab 软件对电磁学中的典型问题进行分析,能够增强学生对电磁学的直观感性认识^[3,4].

本文应用 Matlab 对电磁学中典型的最值例题进行模拟仿真,通过直观的图形形象地表达物理规律.

1 应用实例

案例一:如图 1 所示,均匀带电圆环的半径为 $R(=1\text{ m})$,总电荷为 $q(=1\text{ C})$,试求距离圆心 O 处 x 为何值时,电场强度 E 取得最大值.

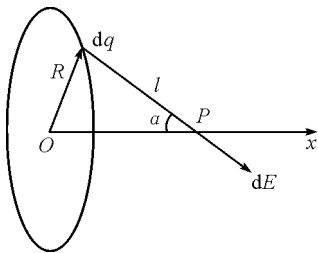


图 1 均匀带电圆环电场分布示意图

题意分析:在圆环上取一元电荷 dq ,则点 P 处的电场强度为

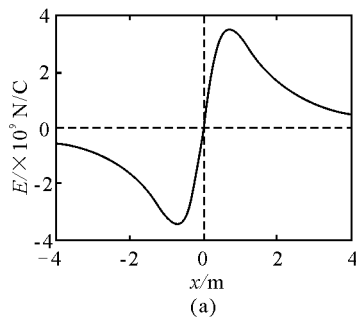
$$dE = k \frac{dq}{l^2} \quad (1)$$

式中, k 为静电力常量,其值为 $9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. 由对称性可得

$$E = E_x = k \frac{qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

由式(2),可求得 E 取最值的解析解:当 $x = \pm \frac{\sqrt{2}R}{2}$ 时,电场强度 E 取得最值 $\pm \frac{2\sqrt{3}kq}{9R^2}$.

根据式(2),利用 Matlab 编程可得电场强度 E 随 x 变化的图像,如图 2 所示.由图 2(a)可见,图像关于坐标原点对称.当 $x \geq 0$ 时,随着 x 的增大,电场 E 先增大后减小.如图 2(b)可见,当 $x = \pm 0.707\text{ m}$ 时,电场强度 E 分别沿 x 轴正向和负向取最大值 $3.464 \times 10^9 \text{ N/C}$,该结果与式(2)中电场强度最值的解析解吻合.



* 国家级大学生创新计划项目,编号:201410606011;广西高校大学生创新计划项目,编号:201410606206

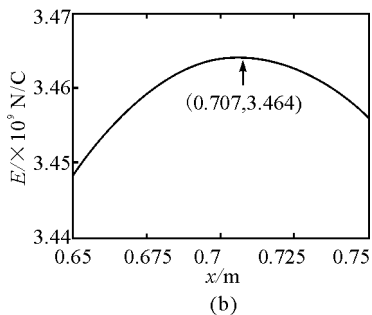


图2 电场强度 E 与 x 的关系曲线
[图2(b)为图2(a)的局部放大图]

案例二:如图3所示,摆长为 $L(=1\text{ m})$ 的摆球在匀强磁场中运动,运动过程中摆线始终绷紧,若摆球电荷量为 $q(=1\text{ C})$,质量为 $m(=1\text{ kg})$,磁感应强度为 $B(=1\text{ T})$. 试求摆球从最高处释放运动至最低处,摆线拉力的最小值. (g 取 9.8 N/kg)

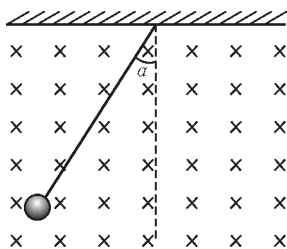


图3 摆球在匀强磁场中运动的示意图

题意分析:设带电小球摆到与竖直方向成 α 角时,速度为 v ,细线的拉力为 T .

由题意可得摆线从最高处摆到最低处始终绷紧的条件为

$$B < \frac{mg(3 - 2\cos\alpha)}{q\sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}} \quad (3)$$

题意中 $B=1\text{ T}$,符合摆线绷紧条件.

因为摆球在运动过程中洛伦兹力不做功,只有重力做功,由机械能守恒可得

$$mgL(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

由向心力公式,可得

$$Bqv + T - mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{L} \quad (5)$$

联立式(4)和式(5),可得小球在运动过程中,摆线拉力大小为

$$T = mg(3 - 2\cos\alpha) - qB\sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)} \quad (6)$$

可求得,当 $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{q^2 B^2 L}{8m^2 g}\right)$, T 取最小值为

$$T_{\min} = mg - \frac{q^2 B^2 L}{4m} \quad (7)$$

将已知量代入得,当 $\alpha = \arccos\left(\frac{387}{392}\right)$ 时, $T_{\min} = 9.550\text{ N}$.

根据式(6),利用 Matlab 编程可得摆线拉力 T 与摆角 α 的关系曲线,如图4所示.由图4(a)可见, $T-\alpha$ 图像关于 y 轴对称,当 $\alpha \geq 0$ 时,随着摆角 α 的增大,摆线拉力 T 先减小后增大.如图4(b)所示,当 $\alpha = \pm 9.161^\circ$ 时,摆线拉力 T 取得最小值为 9.550 N ,该结果与式(7)中的解析解吻合.

由以上两个案例可见,利用 Matlab 辅助电磁学教学,不仅能够求得最值大小,而且能够直观地展现物理量之间变化规律,有利于学生建立空间物理图形.

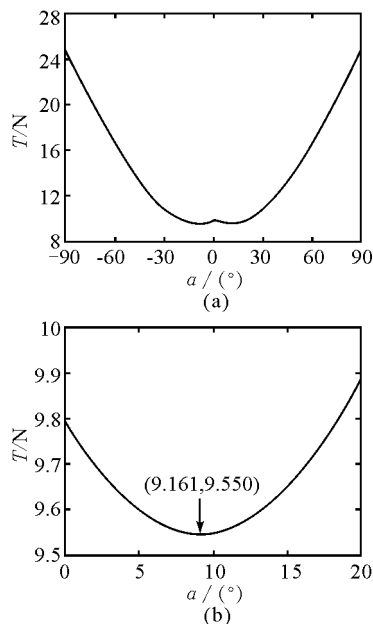


图4 摆线拉力 T 与摆角 α 的关系曲线
[图4(b)为图4(a)的局部放大图]

案例三:如图5所示,载流等边三角形线圈 ACD ,边长为 $2a$,其中通有电流 $I(=1\text{ A})$. 试求当 a 取何值时,轴线上距中心 O 为 $r(=1\text{ m})$ 处的磁感应强度取得最大值.

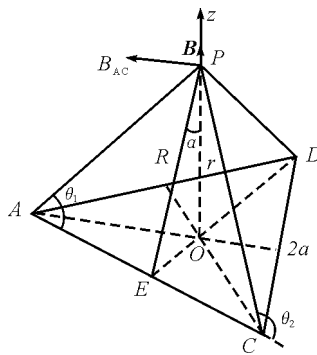


图5 载流等边三角形线圈 ACD 示意图^[5]

题意分析:由图5可知,要求出场点P的合场强 B ,需先分别求出等边三角形载流线圈3条边在P点产生的磁感应强度 B_i ,然后将三者进行矢量叠加.

由有限长载流直导线的磁场公式可知,AC边在P点产生的磁感应强度 B_{AC} 的大小为

$$B_{AC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (8)$$

由于三角形ACP为等腰三角形,且PE垂直于AC,所以得

$$\cos \theta_1 - \cos \theta_2 = \frac{2a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)有

$$B_{AC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{2a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \quad (10)$$

同理,可以分别求出AD与CD边在P点产生的磁感应强度 B_{AD} 与 B_{CD} ,再由几何关系及矢量叠加可得AC,CD,DA3段载流导线在P点产生的磁感应强度 B_P 的大小为

$$B_P = \frac{9\mu_0 I a^2}{2\pi(3r^2 + a^2)\sqrt{3r^2 + 4a^2}} \quad (11)$$

B_P 的方向沿 z 轴方向.

根据式(11),利用Matlab编程可得P点的磁感应强度 B 与三角形边长的关系曲线,如图6所示.由图6(a)可见,随着边长 a 的增大,P点的磁感应强度 B 先增大后减小.由图6(b)可见,当 $a=2.024$ m时,P点的磁感应强度 B 取最大值 2.360×10^{-7} T.

可见,利用Matlab辅助电磁学教学,可以将难以求解的电磁学问题,以直观化的图形展现物理量之间的关系,有助于增强学生对电磁学的直观感性认识.

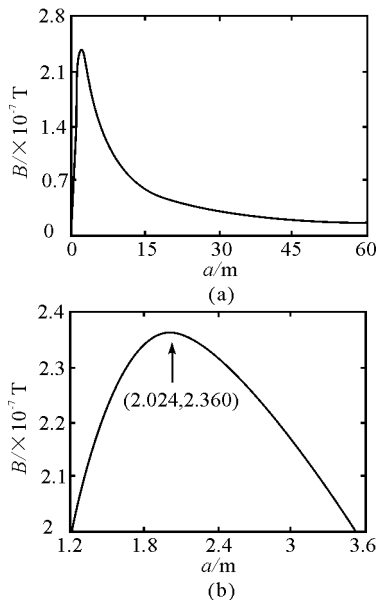


图6 三角形边长 a 与磁感应强度 B 的关系曲线
[图6(b)为图6(a)的局部放大图]

2 总结

由上述案例分析可见,利用Matlab强大的绘图功能辅助电磁学中最值问题的教学,可以将抽象的电磁学问题具体化、图形化,有助于学生更好地理解 and 掌握电磁学的物理规律,激发学生学习物理的兴趣,提高教学效果.

参考文献

- 1 赵凯华,陈熙谋.电磁学.高等教育出版社,2011
- 2 张志涌,杨祖樱.MATLAB教程.北京:北京航空航天大学出版社,2010
- 3 矫洪楠,侯恕.电偶极子激发的电场及其MATLAB软件的模拟仿真.物理通报,2014(10):27~29
- 4 高翠云,汪莉丽.利用MATLAB进行电磁学计算及可视化教学.电气电子教学学报,2006(2):90~92
- 5 王小力,张孝林,徐忠锋.大学物理典型题解题思路与技巧.西安:西安交通大学出版社,2000

Application of Matlab in Maximum and Minimum Problem of Electromagnetism

Wei Lixia Lao Jiasheng Li Xue Luo Zhirong

(College of Physics Science and Engineering, Yulin Normal University, Yulin, Guangxi 537000)

Abstract: The maximum and minimum problem is the most difficult part in electromagnetism teaching. To ensure students a better understanding of physical principle, Matlab is employed to analyze those typical problems by presenting the abstract problems with visualized patternings.

Key words: electromagnetism; maximum and minimum; Matlab