

巧用“自由落体实验仪”验证机械能守恒定律

翟羽佳

(南京市秦淮中学 江苏 南京 211100)

(收稿日期:2016-06-03)

摘要:用自由落体实验仪取代传统的打点计时器,验证机械能守恒定律.探讨由于小球遮光宽度的不同给实验结果带来的误差,通过改进实验方案,利用两个靠得很近的光电门来测量小球的瞬时速度,可以大幅度地减小误差,从而达到理想的实验结果.

关键词:自由落体实验仪 光电门 遮光宽度 相对误差

物理学是一门实验学科,为了再现物理规律的发展过程,或者测量某个物理量,或者研究某个物理问题,需要设计对应的物理实验.机械能守恒定律是动力学的基本定律,通过实验观测,使学生从感性上增加认识,深化对机械能守恒定律的理解.在高中教材中,一般都是采用打点计时器研究自由落体运动来验证机械能守恒.实验学习要注重源于教材,但不拘于教材,本文利用实验室中现有的“自由落体实验仪”来进行探究,使操作更为方便,读数更为直观,数据处理更为简单.

1 原理介绍

自由落体实验仪(图1)最上端的磁式吸球器在通有电流时吸附小球,使小球静止,当切断电流时,小球做自由落体运动.以小球下落的起始点为基准,从立柱上的刻度尺直接读出小球下落到光电门的距离 h .当小球通过光电门时数字计数器(图2)记下遮光时间 t .用游标卡尺测出小球的直径 D ,即小球在遮光时间内走过的位移大小.由于这个位移很小,可近似认为小球直径与遮光时间的比值等于小球通过光电门的瞬时速度 $v = \frac{D}{t}$.在误差允许的范围内,通过比较小球重力势能的减少 $\Delta E_p = mgh$ 和动能的增加 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{D}{t}\right)^2$,来验证机械能守恒定律.

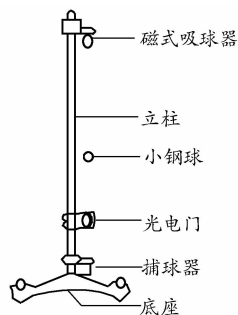


图1 自由落体实验仪



图2 数字计数器

2 问题分析

该实验在理论上不存在任何问题,但是在实际操作过程中遇到了一些困难:(1)若立柱不竖直将会影响实验数据,也有可能导致小球在下落过程中偏离光电门光束,不能遮光,数字计数器不显示数据.因此在实验时,调整立柱位置非常重要,实验中借助铅垂线调节立柱位置,但是立柱下端由3个螺丝固定,不容易调节,而且实验过程中一旦轻微振动,也会影响立柱的位置,立柱与竖直方向总会存在

细小的偏差。(2)即使立柱竖直,由于光电门与立柱还有配合问题,当小球下落时,光电门光线对铅垂线可能有偏离,竖直下落的球体在经过光电门时,不能保证遮光的宽度就是直径。

实验中,小球不能看作质点,小球自身的大小以及对下落高度测量的系统误差,会影响重力势能的计算。若小球质量为35g,则1cm的高度差给重力势能的计算带来的绝对误差 $\Delta = 0.035 \times 9.8 \times$

$0.01 \text{ J} = 0.00343 \text{ J}$,影响较小,因此本文主要探究测量瞬时速度时导致的动能误差。

将光电门固定在某一位置,让直径 $D = 1.3 \text{ cm}$ 的小球以不同截面经过光电门,表1记录了遮光时间(t 为小球中轴线经过光电门的遮光时间, t_1', t_2', t_3' 分别为小球中轴线偏离光电门1mm,2mm,3mm的遮光时间),并且计算了对应的瞬时速度,其中 v 为真实值, v_1', v_2', v_3' 分别为测量值。

表1 用直径 $D = 1.3 \text{ cm}$ 的小球做实验的相关数据

t/ms	t_1'/ms	t_2'/ms	t_3'/ms	$v = \frac{D}{t}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_1' = \frac{D}{t_1'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_2' = \frac{D}{t_2'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_3' = \frac{D}{t_3'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
2.17	2.14	2.06	1.93	5.99	6.07	6.31	6.74

在实验中,相对误差便于评价测量精度的高低,更能反映测量的可信程度。因此计算动能的相对误差

$$\delta = \frac{|\text{测量值} - \text{真实值}|}{\text{真实值}} \times 100\% = \frac{\left| \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \right|}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{|v'^2 - v^2|}{v^2}$$

分别计算得到

$$\delta_1 = 2.7\% \quad \delta_2 = 11\% \quad \delta_3 = 26.6\%$$

可以看出小球中轴线偏离光电门越大,误差越大。

考虑到小球自身大小对实验的影响,在相同的条件下,换一个直径 $D = 1 \text{ cm}$ 的小球进行实验,相对应的数据如表2所示。

表2 用直径 $D = 1 \text{ cm}$ 的小球做实验的相关数据

t/ms	t_1'/ms	t_2'/ms	t_3'/ms	$v = \frac{D}{t}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_1' = \frac{D}{t_1'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_2' = \frac{D}{t_2'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$v_3' = \frac{D}{t_3'}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
1.58	1.55	1.45	1.26	6.33	6.45	6.90	7.94

同样,计算动能的相对误差

$$\delta_1 = 3.8\% \quad \delta_2 = 18.8\% \quad \delta_3 = 57.3\%$$

可以看出,小球直径越小,误差越大。

以直径为 D 的小球进行理论分析,如果小球中轴线偏离光电门的距离为 Δx ,根据几何关系可知,通过光电门的实际遮光宽度

$$D' = 2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \Delta x^2}$$

此时数字计数器测得遮光时间 t ,则动能的测量值为

$$E_k = \frac{1}{2}m\left(\frac{D}{t}\right)^2$$

而动能的真实值为

$$E_k' = \frac{1}{2}m\left[\frac{2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \Delta x^2}}{t}\right]^2$$

代入相对误差公式,化简得到

$$\delta = \frac{4\Delta x^2}{D^2 - 4\Delta x^2} = \frac{4}{\left(\frac{D}{\Delta x}\right)^2 - 4}$$

可以看出,小球直径越小,中轴线偏离光电门越大,

误差越大。

这个实验操作难点在于如何控制小球在下落过程中中轴线对准光电门,一旦有细微偏离,带来的实验误差比较大,因此尝试对实验方案进行改进。

3 方案改进

方案1:利用光电门测定小车瞬时速度时,一般是在小车上固定挡光片,使固定有挡光片的小车通过光电门并挡光。但是由于球体的结构以及表面光滑,无法将挡光片固定在小球上。

方案2:选用各个方向纵截面高度相等的柱体,例如圆柱体,这样即使通过光电门的不是圆柱体的中轴线,也能够保证遮光宽度相同。但是在实际操作中发现,柱体运动过程中在沿竖直方向平动的同时,还有绕质心的转动,如图3所示,这样也会导致经过光电门的遮光宽度不确定。

方案3:在测量某点的瞬时速度时,必修1中介绍,“测量后计算得出 D, G 两点间的平均速度,用这



图3 圆柱体

个平均速度粗略地代表 E 点的瞬时速度(图4). 如果把包含 E 点在内的间隔取得小一些, 用这个平均速度代表经过 E 点的瞬时速度, 就会更准确.” 借鉴这个思想, 在待测位置附近安装两个靠得很近的光电门(图5), 测出光电门之间的距离 Δh , 当小球分别通过两个光电门时, 数字计数器记录下小球通过两个光电门之间的时间 Δt (此时间为小球开始遮住第一个光电门到开始遮住第二个光电门的时间). 小球在该位置的瞬时速度近似为 $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$. 分别将两个光电门调至 40 cm, 80 cm 位置附近, 测得数据如表3所示. 实验要验证的是 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, 只需要验证 $gh = \frac{1}{2}v^2$, 与小球质量无关, 因此结果中均保留质量因子.



图4 用平均速度代表瞬时速度

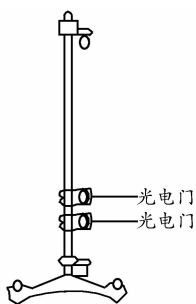


图5 安装两个光电门

表3 改装实验装置后的相关数据

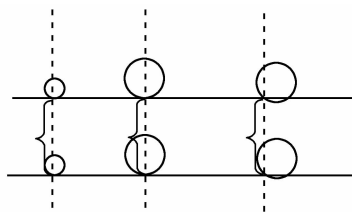
位置 / cm	$\Delta E_p / J$	$\Delta h / cm$	$\Delta t / ms$	$v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ / $(m \cdot s^{-1})$	$\Delta E_k / J$
40	3.92 m	3	10.85	2.76	3.82 m
80	7.84 m	3	7.91	3.79	7.19 m

注: $g = 9.8 m/s^2$. 表中的 m 为小球的质量数值.

比较重力势能的减少 ΔE_p 与动能的增加 ΔE_k , 在误差允许的范围内, 得到机械能守恒的结论. 实验结果较为理想.

这种方案下, 两个光电门靠得很近, 利用铅垂线可以调节两个光电门, 使他们位于同一竖直面内, 因此即使小球的中轴线不过光电门, 也不影响小球通过两个光电门之间的时间(图6为侧视图), 并且小

球自身的大小对时间的测量影响也不大.



实线表示光电门所在的平面, 虚线表示小球通过光电门的截面

图6 侧视图

在实际操作中, 由于周围环境以及人为操作, 立柱的振动不可避免, 另外捕球器安装在立柱上, 小球下落撞击捕球器也会带来立柱位置的移动, 使得重复实验时的测量数据也不完全相同. 下面测量立柱的微小倾斜(包括左右倾斜和前后倾斜)对于测量结果的影响. 以 80 cm 位置为例, 当立柱有肉眼觉察不到的倾斜时, 测得小球通过两个光电门的时间 Δt 在 7.82 ~ 8.02 ms 之间波动, 此时相对误差 $\delta \leq 2.6\%$.

如果立柱左右倾斜, 假设与竖直方向夹角为 θ , 如图7所示, 将导致光电门倾斜, 小球实际通过两个光电门之间的距离

$$\Delta h' = \frac{\Delta h}{\cos \theta}$$

速度的真实值

$$v' = \frac{\Delta h}{\Delta t \cos \theta}$$

相对误差

$$\delta = \frac{\left| \left(\frac{\Delta h}{\Delta t} \right)^2 - \left(\frac{\Delta h}{\Delta t \cos \theta} \right)^2 \right|}{\left(\frac{\Delta h}{\Delta t \cos \theta} \right)^2} = \sin^2 \theta < \sin^2 10^\circ = 3\%$$

(对于立柱 10° 的倾角, 人眼可以明显察觉), 结果显示, 由立柱的少许倾斜引起的误差比较小.

此外光电门使用的光源不是理想光源, 发散角度大, 接收部分容易受干扰, 而且由于光电门的结构构造, 导致在实际安装两个光电门时的最近距离为 3 cm, 这对提高瞬时速度的精度带来限制. 后面可以考虑对实验仪器进行进一步改装, 使实验数据的处理更为精确, 从而大幅度减小实验误差.

参考文献

- 1 明文祥. 自由落体仪测重力加速度实验误差及教学要求的讨论. 物理实验, 1998, 8(5): 220 ~ 223
- 2 周勇, 李更磊, 郑小平. 对光电门测得的瞬时速度的误差分析. 物理实验, 2009, 29(1): 24 ~ 26