

用半波带法推导单缝夫琅禾费衍射暗纹条件的相关讨论^{*}

李志坚 原琰博 贾 昱

(中北大学朔州校区 山西 朔州 036000)

郑忠喜

(中北大学理学院物理系 山西 太原 030000)

(收稿日期:2016-09-09)

摘 要:在大学物理教学中,半波带法是一种处理单缝夫琅禾费衍射的简单方法.半波带法可以推导出单缝夫琅禾费衍射的暗纹条件,但是,学生容易对这个推导过程产生误解,从而把暗纹位置判断成明纹位置.为了让学生更好地理解半波带法和衍射现象的实质,分析了对暗纹条件产生的两种误解,并得出误解产生的原因,即学生计算半波带或者波带间的干涉叠加时,未考虑它们之间的相位关系.

关键词:衍射 半波带 干涉 相位

1 引言

在大学物理教学中,单缝夫琅禾费衍射是一个最基本的衍射类型^[1,2].半波带法是处理单缝夫琅禾费衍射较为简单的一种方法^[3~5],学生容易接受.

一束平行光垂直入射到单缝上,发生衍射.半波带法给出的暗纹公式为

$$a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

其中 a 为缝宽, θ 为衍射角, λ 为垂直入射的光波的波长.

半波带法指出:将单缝分成 $2k$ 个半波带,那么相邻两个波带上对应点(相距为 $\frac{a}{2k}$)到屏幕上 P 点的光程差为 $\frac{\lambda}{2}$,那么相邻两个波带是干涉相消的,所以 P 点光强为零,为暗纹所在的位置.

学生在根据以上的思想推导暗纹条件时容易产生两种误解,从而把暗纹所在位置判断成明纹所在位置.

半波带法推导暗纹条件的第1种误解:将单缝处的波阵面分成 $2k$ 个半波带,在 $2k$ 个半波带中,第 l

个半波带和第 $l+2$ 个半波带的对应点(相距为 $\frac{a}{k}$)到 P 点的光程差为 λ ,那么这两个半波带在 P 点干涉加强, P 点为明纹所在位置.

半波带法推导暗纹条件的第2种误解:将单缝处的波阵面分成 k 个波带,所以相邻两个波带上的对应点到 P 点的光程差为 λ ,那么相邻两个波带的对应子波波源(相距为 $\frac{a}{k}$)干涉加强,所以 P 点为明纹所在位置.

2 半波带法推导暗纹条件过程的定量分析

如图1所示,一束平行光垂直入射到单缝 OA 上,以 O 为原点建立坐标轴,取从 O 到 A 为 x 轴正方

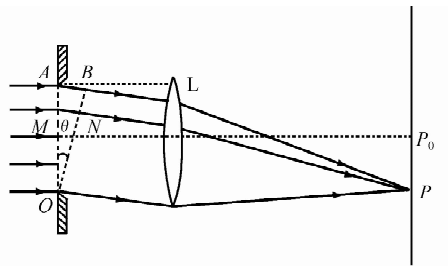


图1 单缝夫琅禾费衍射

^{*} 中北大学高等教育教学改革创新项目(2016).

作者简介:李志坚(1986-),男,硕士,助教,主要从事大学物理教学及量子光学研究.

向. 在狭缝上任选一点 M , 该点到 O 点的距离为 x . 该点相当于一个子波波源, 其振幅正比于微元 dx . 狭缝处的波阵面可以看成是一个个子波波源组成, 这些子波在波阵面上的振动相位相同, 到达 P 点后, P 点振动的合振幅取决于各子波的光程差.

作平面 $OB \perp AB$, 那么 OB 面上的各点达到 P 点的光线的光程都相等, 这样从 OB 发出的光线在 P 点的相位差就等于它们在 OB 上的相位差. 假设 OA 面上各点的振动初相位为零, M 点光线沿 θ 方向到达 OB 面上的 N 点, 那么 N 点处光振动的表达式为^[6]

$$dE = \frac{A_m}{a} \cos(\omega t - k'x \sin \theta) dx \quad (2)$$

其中 $k' = \frac{2\pi}{\lambda}$, A_m 为通过整个狭缝的振幅. 则 N 点在 P 点引起光振动的表达式为

$$dE = \frac{A_m}{a} \cos(k'x \sin \theta - \omega t + k'\delta) dx \quad (3)$$

其中 δ 为从 N 点到 P 点的光程. 式(3)写成复指数形式为

$$dE = \frac{A_m}{a} dx e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} e^{ik'x \sin \theta} \quad (4)$$

2.1 把波阵面分成 $2k$ 个半波带

根据式(1), 波阵面 OA 可以分成 $2k$ 个半波带, 从单缝最下端到最上端依次为第 1 个半波带, 第 2 个半波带, ……第 m 个半波带, ……第 $2k$ 个半波带. 第 m 个半波带在 P 点处的振动为式(4)的积分

$$E_m = \int dE = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} \int_{\frac{(m-1)a}{2k}}^{\frac{ma}{2k}} e^{ik'x \sin \theta} dx = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{im\pi} - e^{i(m-1)\pi}] \quad (5)$$

第 $(m+1)$ 个半波带在 P 点处的振动为

$$E_{m+1} = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} \int_{\frac{ma}{2k}}^{\frac{(m+1)a}{2k}} e^{ik'x \sin \theta} dx = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i(m+1)\pi} - e^{im\pi}] = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{im\pi} - e^{i(m-1)\pi}] e^{i\pi} = e^{i\pi} E_m = -E_m \quad (6)$$

$$E_m + E_{m+1} = 0 \quad (7)$$

即相邻半波带在 P 点处振动的振幅相等, 但振动相位相反, 振动叠加为零. 所以, P 点处叠加的结果表明 P 点为暗纹所在位置.

下面考虑不相邻的两波带在 P 点引起的振动. 根据式(5) 第 m 个半波带和第 $(m+2)$ 个半波带在 P 点干涉结果为

$$E_m + E_{m+2} = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{im\pi} - e^{i(m-1)\pi}] + \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i(m+2)\pi} - e^{i(m+1)\pi}] = 2 \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{im\pi} - e^{i(m-1)\pi}] \quad (8)$$

那么这两个半波带在 P 点干涉加强. 同理, 根据式(5) 第 $(m+1)$ 个半波带和第 $(m+3)$ 个半波带在 P 点干涉结果为

$$E_{m+1} + E_{m+3} = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i(m+1)\pi} - e^{im\pi}] + \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i(m+3)\pi} - e^{i(m+2)\pi}] = 2 \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i(m+1)\pi} - e^{im\pi}] = 2(E_m + E_{m+2}) e^{i\pi} = -2(E_m + E_{m+2}) \quad (9)$$

那么这两个半波带在 P 点干涉加强. 所以, 以上两者在 P 点引起的振动都是加强的, 且振动的振幅相等, 但是振动的相位却相反. 两者振动叠加为

$$(E_m + E_{m+2}) + (E_{m+1} + E_{m+3}) = 0 \quad (10)$$

所以, P 点处叠加的结果表明 P 点为暗纹所在位置.

2.2 把波阵面分成 k 个整波带

根据式(1), 波阵面 OA 可以分成 k 个整波带, 从单缝最下端到最上端依次为第 1 个波带, 第 2 个波带, ……第 n 个波带, ……第 k 个波带. 第 n 个波带在 P 点处的振动为

$$E_n = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} \int_{\frac{(n-1)a}{k}}^{\frac{na}{k}} e^{ik'x \sin \theta} dx = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i2n\pi} - e^{i2(n-1)\pi}] = 0 \quad (11)$$

第 $(n+1)$ 个波带在 P 点处的振动为

$$E_{n+1} = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} \int_{\frac{na}{k}}^{\frac{(n+1)a}{k}} e^{ik'x \sin \theta} dx = \frac{A_m}{a} e^{ik'\delta} e^{-i\omega t} [e^{i2(n+1)\pi} - e^{i2n\pi}] = E_n e^{i2\pi} = 0 \quad (12)$$

即任意整波带在 P 点引起的振动为零. 所以, P 点处叠加的结果表明 P 点为暗纹所在位置.

3 结束语

根据以上计算得出,不管是把波阵面看成是 $2k$ 个半波带,还是把波阵面看成是 k 个整波带, P 点都是暗纹所在位置.如果把波阵面看成 $2k$ 个半波带,那么相邻半波带中相应子波波源(相距为 $\frac{a}{2k}$)在 P 点引起的振动的振幅相同,相位相差为 π ,所以不论我们选相邻半波带进行干涉叠加,还是选不相邻半波带进行干涉叠加,所有的半波带在 P 点叠加的振动为零.如果把波阵面看成 k 个波带,那么每一个波带在 P 点引起的振动为零,叠加后的振动依然为零.学生在计算半波带或者波带间的干涉叠加时,未考

虑各半波带或波带间的相位关系,所以对半波带法的暗纹条件产生了误解.

参考文献

- 1 赵凯华,钟锡华. 光学(上册). 北京:北京大学出版社,1982
- 2 游璞,于国萍. 光学. 北京:高等教育出版社,2006
- 3 程守洙,江之永. 普通物理学(下册). 北京:高等教育出版社,2012
- 4 许丽萍,魏天杰. 物理学原理简明教程(下册). 北京:高等教育出版社,2013
- 5 马文蔚. 物理学. 北京:高等教育出版社,2014
- 6 谢英慧,杨洁,宋汉阁. 夫琅和费型单缝衍射光强公式的修正. 东北师大学报:自然科学版,1997(3):34 ~ 37

(上接第 50 页)

3 结束语

思辨能力的培养能够养成学生良好的思维习惯.它能够提高学生的自主学习能力及终身学习的能力.大学阶段是培养学生思辨能力的一个重要时期,思辨能力的提高对学生以后更好的工作及幸福的生活都有着积极的促进作用.

参考文献

- 1 李静,杨宏. 谈非英语专业大学生思辨能力的培养. 中

国电力教育,2014(32):54 ~ 55

- 2 刘娜. 大学英语视听说教学与思辨能力培养. 企业导报,2014(22):193 ~ 194
- 3 董瑾,黄霞. 基于工程应用的大学物理教学改革研究. 中国现代教育装备,2015(231):38 ~ 41
- 4 陈艳君. 通识教育体系下学生思辨能力培养研究. 宁波教育学院学报,2013(1):89 ~ 92
- 5 龙宇. 大学英语教材思辨能力的建构分析. 中国电力教育,2014(24):48 ~ 50

Discussion on Strengthening the Cultivation of College Students' Critical Thinking in Physics Teaching

Tao Ping Shi Jianxin

(Nanjing University of Science and Technology Zijin College, Nanjing, Jiangsu 210046)

Abstract: The developing of critical thinking is an important issue in high education. Developing students' critical thinking makes sense to improve students' independent learning ability and comprehensive quality. The paper constructs the point-line-surface model to develop the college students' critical thinking. The function of teacher's guide has been emphasized in the developing.

Key words: critical thinking; college students; model