竞赛与物理专题研修

利用瞬态过程规律探究线圈的疑难问题

郑　金

（凌源市职教中心　辽宁 朝阳　122500）

（收稿日期：2016－09－10）

摘　要：利用瞬态过程满足的微分方程及其通解的表达式，对电感线圈的通电自感现象和两种断电自感现象进行定量分析，探讨了有关自感现象的几个疑难问题.

关键词：瞬态过程　微分方程　电感线圈　自感现象

用电池给电感线圈通电，或将直流电路中的电感线圈隔断电源，都会发生自感现象. 直流 RL 电路中的电流或电压随时间变化的过程是瞬态过程. 下面利用瞬态过程的规律对有关直流电路中电感线圈的几个疑难问题进行分析.

【例 1】（第 25 届全国中学生物理竞赛预赛第 6 题）图 1 中 L 是绕在铁心上的线圈，它与电阻 R，R_0，开关和电池 E 可构成闭合回路. 线圈上的箭头表示线圈中电流的正方向，当电流的流向与箭头所示的方向相同时，该电流为正，否则为负. 开关 S_1，S_2 都在断开状态. 设在 $t=0$ 时刻，接通开关 S_1，经过一段时间，在 $t=t_1$ 时刻，再接通开关 S_2，则能较正确地表示 L 中的电流 I 随时间 t 变化的图线是图 2 中的哪个图？（　　）

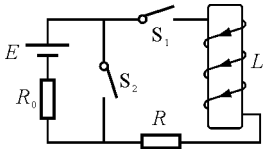


图 1　例 1 题图

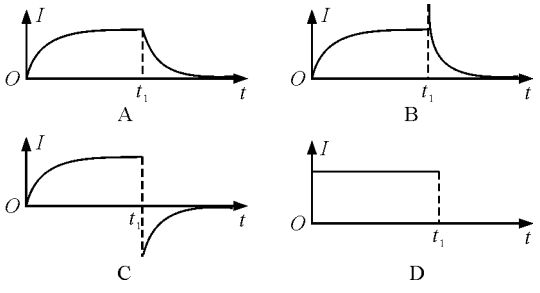


图 2

解析：当开关 S_1 闭合时，电源给线圈充电，线圈产生自感电动势，其大小为

$$E_L=L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

与电源方向相反，列出回路电压方程为

$$E-E_L=I(R_0+R)$$

由此推出电流的微分方程为

$$\frac{E}{R_0+R}=I+\frac{L}{R_0+R}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

可见

$$I_\infty=\frac{E}{R_0+R}$$

已知

$$I_0=0$$

利用瞬态过程的结论可得

$$I=\frac{E}{R_0+R}(1-\mathrm{e}^{-\frac{R_0+R}{L}t})$$

其图像如图 3 所示.

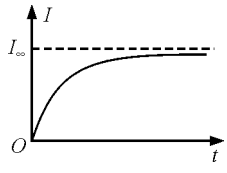


图 3　接通 S_1 时 $I-t$ 图像

当接通 S_2 时，线圈与电源隔断，通过导线和电阻 R 放电. 电流保持原来方向突然衰减，考虑到微分 $\mathrm{d}i$ 为负值，则产生自感电动势的大小为

$$E_L=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

自感电动势相当于电源，由欧姆定律有

$$E_L=IR$$

即

$$0=I+\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

可见

$$I'_\infty=0$$

而在接通开关 S_2 之前线圈中的最大电流为

$$I_0'=\frac{E}{R_0+R}$$

可得

$$I=\frac{E}{R_0+R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

其图像如图 4 所示.

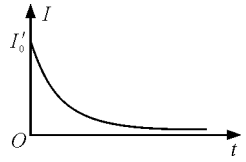


图 4　接通 S_2 时 $I-t$ 图像

由于线圈充电电流与放电电流的方向相同,而且二者的最大值相等,即 $I_\infty=I_0'$,故选项 A 正确.

若进行不定量分析,而凭主观认为线圈放电时回路中电流的最大值比原来的大了,即选择 B,则是错误的.若把线圈替换为直导线或纯电阻,则选项 D 正确.

【例 2】如图 5 所示为演示断电自感现象的电路.试分析自感电动势的大小跟哪些因素有关?

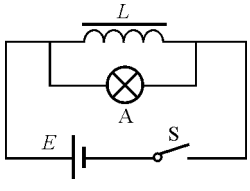


图 5　例 2 题图

解析:设电源内阻为零,灯泡电阻为 R,电感线圈的直流电阻为 R_L,与纯电感串联.当开关 S 接通后产生的电流达到稳态时,电感线圈中的电流为

$$I_L=\frac{E}{R_L}$$

灯泡中的电流为

$$I_R=\frac{E}{R}$$

当开关 S 断开时,线圈中的电流突然衰减,将产生自感电动势

$$E_L=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

与灯泡构成回路,由欧姆定律得微分方程为

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=I(R_L+R)$$

变形为标准形式为

$$0=I+\frac{L}{R_L+R}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

可见

$$I_\infty=0\qquad\tau=\frac{L}{R_L+R}$$

而

$$I_0=I_L=\frac{E}{R_L}$$

由瞬态过程的结论可知电流与时间的关系式为

$$I=\frac{E}{R_L}\mathrm{e}^{-\frac{R_L+R}{L}t}$$

则自感电动势为

$$E_L=\frac{E(R_L+R)}{R_L}\mathrm{e}^{-\frac{R_L+R}{L}t}$$

其峰值 $E_{L\mathrm{m}}=\dfrac{E(R_L+R)}{R_L}$ 只跟 $\dfrac{R_L+R}{R_L}$ 有关.

由此可知,自感电动势的最大值大于电源的电动势,与自感系数和电流的变化率都无关.若根据自感电动势公式

$$E_L=L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

认为只要自感系数足够大,电流变化率足够大,自感电动势就很大,则是错误的.自感电流的最大值为

$$I_{L\mathrm{m}}=\frac{E_{L\mathrm{m}}}{R_L+R}=I_0$$

因此断电时的自感电流不会超过断电之前的电流.

自感电动势变化的快慢和电流变化的快慢都由时间常数 τ 决定,与开关的闭合或打开的快慢无关.

利用断电自感电路图 5 可发生“千人震”自感现象:两个学生手拉手代替小灯泡,当断开 S 的瞬间,让人有强烈的电击感.如果参与的人数增多,则电击反而会感减弱,究其原因,有一种错误观点认为是由于每个人体两端的电压变小了.其实不然,下面进行定量分析.

设每个人体的电阻为 R,则自感电动势的最大值为

$$E_{L\mathrm{m}}=\frac{E(R_L+nR)}{R_L}=I_0(R_L+nR)$$

由于电感线圈上的电压降是

$$U_L=I_0R_L$$

则串联人体两端的最大电压为

$$U_{\mathrm{m}}=E_{L\mathrm{m}}-U_L=nI_0R$$

那么每个人体两端的最大电压为

$$U_{\mathrm{m}}'=I_0R$$

跟参与人数的多少无关,当参与的人数增多时,每个人体两端的电压并非变小了.实际是由于时间常数

$$\tau=\frac{L}{R_L+nR}$$

变小了，则线圈放电电流持续的时间变短了，因此导致电击感不明显. 或者从能量观点来说，线圈储存的磁场能

$$W_L=\frac{1}{2}LI_0^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R_L}\right)^2$$

是确定值，当牵手人数增多时，人均获得的能量变少了，因此电击感变弱了.

还有一种断电自感现象是大电感电路在切断电源时产生打火的现象，常见的解释为：“由于电感很大，而且电流变化很快，因此会产生很高的自感电动势，在电闸的间隙产生打火，可能烧坏电闸.”或者解释为：“大电感电路在切断电源时，可能出现瞬时的过大电流，造成事故.”这些观点都是不妥的.

【例 3】如图 6 所示电路，是大电感电路在切断电源时的模拟电路. 开始时开关闭合，当开关断开时，自感电动势怎样变化？如何解释电感电路在切断电源时出现的打火现象？

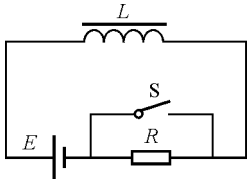


图 6　例 3 题图

解析：开关在闭合状态时，线圈中的电流为

$$I_L=\frac{E}{R_L}$$

当开关断开时，线圈中的电流减小，产生的自感电动势为

$$E_L=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

跟电源同向，则回路电压方程为

$$E+E_L=I(R_L+R)$$

可得微分方程为

$$\frac{E}{R_L+R}=I+\frac{L}{R_L+R}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

则　　$I_\infty=\dfrac{E}{R_L+R}$　　$\tau=\dfrac{L}{R_L+R}$

而　　$I_0=I_L=\dfrac{E}{R_L}$

由瞬态过程的结论可知电流为

$$I=\frac{E}{R_L+R}+\left(\frac{E}{R_L}-\frac{E}{R_L+R}\right)\mathrm{e}^{-\frac{R_L+R}{L}t}$$

自感电动势为

$$E_L=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{RE}{R_L}\mathrm{e}^{-\frac{R_L+R}{L}t}$$

当 $t=0$ 时，电流变化率为

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=-\frac{RE}{LR_L}\qquad E_L=\frac{RE}{R_L}$$

这表明，在开关断开瞬时，电流变化率的大小由电路元件的 4 个参数共同决定. 而自感电动势的大小由电路元件的 3 个参数共同决定，但与自感系数无关. 电感电路在电闸断开瞬时，两个触点间隙的杂质空气柱相当于阻值很大的电阻 R，此时空气柱两端的电压为

$$U_R=I_0R=\frac{RE}{R_L}$$

由于 $R\gg R_L$，则 $U_R\gg E$. 因此当断电时，空气柱两端产生瞬时高压，在一定条件下空气被电离，出现打火现象. 电流图像如图 7 所示，由时间常数

$$\tau=\frac{L}{R_L+R}$$

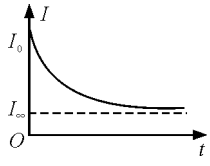


图 7　断开 S 时 $I-t$ 图像

可知，自感系数越大，则电流衰减得越慢，电流维持在 I_0 附近的时间越长，打火过程中产生的焦耳热就越大，可能烧坏电闸.

还可用实验电路图 6 来模拟日光灯启动时其两端电压的变化情况，R 代表灯管，其直流电阻很大，S 代表启辉器，当 S 由接通状态突然断开时，在灯管两端产生瞬时较高的电压

$$U_R=\frac{RE}{R_L}$$

在数值上等于线圈的自感电动势.

总之，解题时都需要推导电流与时间的关系式.

参考文献

1　张宏慈. 简评对断电自感的不当解释. 物理教师，2010(11)：37

2　邓宗茂，赵志刚. 谈“千人震”自感现象实验. 物理通报，2013(10)：126

3　郭兴林，彭洁. 改造示波器，观察自感现象. 物理教学，2004(4)：26