

“燃料消耗”的物理“链接”

徐正海
(当涂第一中学 安徽 马鞍山 243100)
(收稿日期:2016-08-24)

在中学物理题库中,关于“汽车行驶”及“卫星发射”过程中的燃料消耗问题,其中有些疑问一直困扰着教学,需要解析.因为它们牵涉到人们对“能量转化与守恒定律”底线的坚守.

【例 1】两辆汽车 A 和 B,沿公路以速度 v 运动着,以后 A 的速度增加到 $2v$. 相对于公路站着不动的观察者,认为汽车 A 的动能增加为 $\Delta E_1 = \frac{3}{2}mv^2$; 而汽车 B 内的观察者认为增加 $\Delta E_2 = \frac{1}{2}mv^2$. 试解释为什么两个观察者所得到的能量差不一样? 观察者怎样物理思考来表达烧掉燃料的热能?

解析:毋庸置疑,参考系是解决动力学问题的基本平台.故在处理具体问题时,参考系选择要恰当,前后要唯一.

(1) 在 A 车以匀速 v 匀速行驶时,选取与此时地面相对静止的参考系(不像题中所说公路上站立不动的观察者)来观察烧油问题.记地球质量 M ,A 车质量为 m .

A 车从初速 v 增加到末速 $2v$ 的过程中,动能增量

$$\Delta E_{kA} = \frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mv^2$$

其来源是烧油提供热能 Q_1 的转化;与此同时,在汽车 A 加速运动过程中,地球 M (除 A 车外)与汽车 A 发生了(被忽视的)相互作用,由于地球与 A 车的两体系统动量守恒,并设地球末速度为 v_1 ,则有

$$mv = -Mv_1 + m \cdot 2v$$

这样一来,地球动能的增量为

$$\Delta E_{kM} = \frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{m^2}{2M}v^2$$

这部分能量是来自烧油热能 Q_2 所提供.综合起来,总烧油所产生的热能

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}mv^2 + \frac{m^2}{2M}v^2$$

(2) 站在 B 车上看 A 车加速运动的烧油问题(严格上讲,选取的是在 A 车匀速行驶时与 B 车相对静止的参考系).烧油所产生的第一部分热能 Q_1 用来增加 A 车要增加的动能

3 结论

当角度为 83.246° 时,线框速度最大,当角度为 87.748° 时,电动势有最大值,为 $1.344\ 764\text{ V}$,而且 A,C,D 不同的取值会导致不同的极值,但都可以得到速度最大时,电动势并不是最大的的结论.

综上所述 a 与 b 两点间的电压在这一过程中是先变大后变小,题目超出了中学的范畴,建议以后再出现多个参数变化的情况要仔细验证,当然也可以把题目提交到物理兴趣小组中进行讨论,学生总有更好的方法解决.

Discussion on the Position of Maximum Electromotive Force

Wei Mingxun Zhao Jijiao
(Kunming Number 3 Middle School, Kunming, Yunnan 650500)

Abstract: The explanation of "the maximum electromotive force of the closed metal frame rolling in the uniform magnetic field" is still fuzzy in many references. As a result, it's necessary to prove its correctness and make it more complete, meanwhile help to deepen the understanding of students.

Key words: electromotive force; teaching; problem

$$\Delta E'_{\text{kA}} = \frac{1}{2}mv^2$$

同理,在 A 车加速到速度 v 时,设地球速度为 v_2 ,根据动量守恒定律,有

$$-Mv = -Mv_2 + mv$$

则烧油所产生的第二部分热能 Q_2 用来增加地球动能,即

$$\Delta E'_{\text{kM}} = \frac{1}{2}Mv_2^2 - \frac{1}{2}Mv^2 = mv^2 + \frac{m^2}{2M}v^2$$

综合之,总烧油所产生的热能

$$Q' = Q'_1 + Q'_2 = \frac{3}{2}mv^2 + \frac{m^2}{2M}v^2$$

两者比较可以看出,在两个不同的惯性参考系中能量守恒定律都是成立的.有趣的是

$$Q = \frac{3}{2}mv^2 + \frac{m^2}{2M}v^2 \approx \frac{3}{2}mv^2$$

即“赖在”地面上来认定燃料的消耗量,得出的结论可以接受.

【例 2】在赤道上发射两颗相同质量 m ,沿赤道正上方圆形近地轨道绕地心做圆周运动的卫星 A 和 B. A 向正东方发射, B 向正西方发射. 不计空气阻力影响,但要考虑地球自转的作用. (已知地球半径 $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, 自转周期 $T = 24 \text{ h}$, 地面附近重力加速度) $g = 10 \text{ m/s}^2$, 万有引力常量 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$). 试分析计算:

- (1) 发射哪颗卫星消耗的燃料较多?
- (2) 与另一颗卫星相比,要多消耗燃料的占比是多少?

解析:众所周知,卫星是绕地心做圆周运动,选择地心参考系. 近地卫星速度

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8 \times 10^3 \text{ m/s}$$

赤道上物体速度

$$v_0 = \frac{2\pi}{T}R = 470 \text{ m/s}$$

观点一:以地心参考系看,不管向正东发射 A 卫星,还是向正西发射 B 卫星,消耗的燃料都只是用来增加卫星的动能,故消耗的燃料能 E 是一样的,即

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

观点二:以地面参考系看, A 卫星向正东方向发射时

$$v_{\text{卫地}} = v_{\text{卫心}} - v_{\text{地心}} = v_1 - v_0$$

B 卫星向正西方向发射时

$$v_{\text{卫地}} = v_{\text{卫心}} - v_{\text{地心}} = -v_1 - v_0$$

故发射 A 卫星消耗的燃料能

$$E_A = \frac{1}{2}m(v_1 - v_0)^2$$

发射 B 卫星消耗的燃料能

$$E_B = \frac{1}{2}m(v_1 + v_0)^2$$

两者占比

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{(v_1 + v_0)^2}{(v_1 - v_0)^2} = 1.27$$

观点三:将卫星 m 和地球 M 作为一个封闭系统,选取质心参考系,其实是地心. 向正东方向发射 A 卫星,由动量守恒 $(M + m)v_0 = Mv + mv_1$ 知 $v < v_0$, 即地球动能要减少,则

$$\begin{aligned} E_A &= \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = \\ &\frac{1}{2}m(v_1 - v_0)^2 + \frac{m^2}{2M}(v_1 - v_0)^2 \approx \\ &\frac{1}{2}m(v_1 - v_0)^2 \end{aligned}$$

向正西方向发射 B 卫星,同理

$$\begin{aligned} (M + m)v_0 &= -mv_1 + Mv \\ \text{知 } v > v_0, \text{ 即地球动能要增加, 则} \\ E_B &= \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = \\ &\frac{1}{2}m(v_1 + v_0)^2 + \frac{m^2}{2M}(v_1 + v_0)^2 \approx \\ &\frac{1}{2}m(v_1 + v_0)^2 \end{aligned}$$

笔者认为,上述 3 个观点,第一个错误,第二个近似,第三个才是正确的.

不错,卫星动能的增加是来源于燃料能的转化,但它并不是全部. 因为,能量只有在封闭系统中转化才能保持守恒,显然这里的系统应该是卫星和地球,地球动能的变化不能忽略.

最后说明一下,在参考系选取用来解决能量转化的量值计算时,物体系统的质心是最好的参考系. 但具体到上述问题,即在车辆及卫星等质量远远小于地球质量的背景下,用地面参考系处理出的结果可以值得信赖.

参 考 文 献

1 梁德建. 发射卫星至少需要多少燃料. 物理教学, 2007(3):41