

推断待测阻值范围的新方法

郎 军 董洪琼

(重庆市第十一中学校 重庆 400061)

(收稿日期:2016-11-21)

摘 要:提出了仅由两组试触数据推断待测阻值范围的创新方法,应用该方法分析了困惑中学师生的一个典型实例,揭示了传统试触法的适用条件.

关键词:试触法 内接法 外接法 示数 阻值范围 创新方法

1 提出问题

试触法是在不改变控制电路中滑动变阻器阻值的条件下,只将测量电路由电流表内接法换成外接法,测得两次电表的示数($U_{内}, I_{内}$)、($U_{外}, I_{外}$),根据两次示数变化情况做出判断.具体方法是:

如果 $\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$, 则选择电流表外接法,取 $R_x =$

$$\frac{U_{外}}{I_{外}};$$

如果 $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$, 则选择电流表内接法,取 $R_x =$

$$\frac{U_{内}}{I_{内}}.$$

然而在使用中,人们逐渐把上面方法的条件改成了 $\frac{\Delta U}{U} > \frac{\Delta I}{I}$ 和 $\frac{\Delta U}{U} < \frac{\Delta I}{I}$, 并认为它是一个严格规律,于是又进一步引发了关于 $\frac{\Delta U}{U}$ 及 $\frac{\Delta I}{I}$ 中分母到底该取哪一组值的争论.

当 $\frac{\Delta U}{U}$ 及 $\frac{\Delta I}{I}$ 非常接近时,这个方法还严格成立吗?仅根据试触法的两组测量数据,能否比传统“试触法”更加准确地推断出待测阻值的范围呢?

数据与理论数据的比较,根据公式

$$\eta = \frac{1}{201} \sum_{\lambda=400}^{600} \left[\left| \frac{\lambda_{输入} - \lambda_{实际}}{\lambda_{输入}} \right| \right]$$

可以得到本仪器误差为 1.176%. 同时根据公式

$$\overline{R_{实际}} = \frac{1}{201} \left[\sum_{\lambda=400}^{600} |\lambda_{输入} - \lambda_{实际}| \right]$$

可以得到仪器分辨率为 0.414 3 nm.

3 结论

本文通过建立棱镜单色仪模型,理论上计算得到 400 nm ~ 600 nm 可见光范围的不同波普的位置,结合模拟软件将理论步长和波长拟合得到拟合函数,编写程序控制步进电机移动,达到手动输入,

步进电机自动移动到所需波长的单色光范围进行采集的效果,实验发现其相对误差仅为 1.176%,效果较好,值得推广.

参 考 文 献

- 1 陈捷光. 新型强光单色仪. 光学机械, 1984(1): 1 ~ 5
- 2 俞胜清, 王峰, 黄晓俊. 重火石玻璃 ZF1 棱镜色散关系的测定. 喀什师范学院学报, 2010
- 3 张琨, 毕靖, 丛滨. MATLAB7.6 从入门到精通. 北京: 电子工业出版社, 2009
- 4 郭天祥. 新概念 51 单片机 C 语言教程. 北京: 电子工业出版社, 2009
- 5 孙慕渊, 王久云. 棱镜光栅的色散本领和色分辨本领. 湖北科技学院学报, 1999

2 理论推导

不论控制电路是限流式还是分压式,根据等效电压源定理,可以将两次的电路简化为图1和图2,图中 E' 和 r' 分别为等效电源的电动势和内阻.

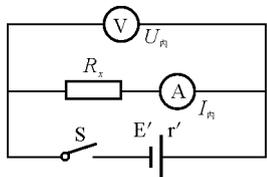


图1 内接法简化电路

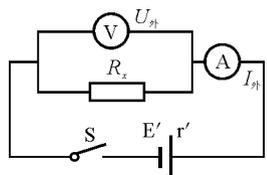


图2 外接法简化电路

对图1,测量值

$$R_{内} = \frac{U_{内}}{I_{内}} = R_x + R_A \quad (1)$$

对图2,测量值

$$R_{外} = \frac{U_{外}}{I_{外}} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V} \quad (2)$$

容易证明,从图1变到图2,外电阻的阻值增大(参见参考文献1),从而总电流减小,外电压增大.因此有

$$\frac{U_{内}}{R_V} + I_{内} > I_{外}$$

得

$$R_V < \frac{U_{内}}{I_{外} - I_{内}} \quad (3)$$

$$U_{内} < U_{外} + I_{外} R_A$$

得

$$R_A > \frac{U_{内} - U_{外}}{I_{外}} \quad (4)$$

由(1)、(4)两式可得

$$R_x < \frac{U_{内} I_{外} + U_{外} I_{内} - U_{内} I_{内}}{I_{内} I_{外}} =$$

$$R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}} \quad (5)$$

由(2)、(3)两式可得

$$R_x > \frac{U_{内} U_{外}}{U_{内} I_{外} + U_{外} I_{内} - U_{外} I_{外}} = \frac{1}{\frac{1}{R_{内}} + \frac{1}{R_{外}} - \frac{I_{外}}{U_{内}}} \quad (6)$$

于是就得到了 R_x 更为精确的取值范围

$$\frac{1}{\frac{1}{R_{内}} + \frac{1}{R_{外}} - \frac{I_{外}}{U_{内}}} < R_x < R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}} \quad (7)$$

由式(1)、(2)还可以得到 R_V 和 R_A 的制约关系

$$R_V = \frac{R_{外}(R_{内} - R_A)}{R_{内} - R_{外} - R_A} = \frac{U_{内} U_{外} - U_{外} I_{内} R_A}{U_{内} I_{外} - U_{外} I_{内} - I_{内} I_{外} R_A} \quad (8)$$

由闭合电路欧姆定律可进一步解出等效电源的内阻 r' 和电动势 E'

$$r' = \frac{U_{外} + I_{外} R_A - U_{内}}{I_{内} - I_{外} + \frac{U_{内}}{R_V}} \quad (9)$$

$$E' = U_{外} + I_{外}(R_A + r') \quad (10)$$

由式(8)可知

$$R_V = \frac{R_{外}}{1 - \frac{R_{外}}{R_{内} - R_A}}$$

当 R_A 增大时, R_V 单调增大.

由式(3)、(4)、(8)可得 R_A 和 R_V 应满足的条件为

$$\frac{U_{内} - U_{外}}{I_{外}} < R_A < \frac{U_{内}^2 I_{外} - U_{内} U_{外} I_{外}}{U_{内} I_{内} I_{外} + U_{外} I_{内}^2 - U_{外} I_{内} I_{外}} \quad (11)$$

$$\frac{U_{外}}{I_{外}} + \frac{U_{外}^2 I_{内}}{U_{内} I_{外} (I_{外} - I_{内})} < R_V < \frac{U_{内}}{I_{外} - I_{内}} \quad (12)$$

在 $U_{内}$, $U_{外}$, $I_{内}$, $I_{外}$ 为已知条件的情况下,式(7)给出了 R_x 更精确的取值范围,式(11)、(12)给出了 R_A 和 R_V 的取值范围.值得注意的是: R_A , R_V , E' , r' 是互相制约着的,不能各自随意取值.由式(8)、(9)、(10)可知, R_V , E' , r' 都是 R_A 的函数,不难证明,当

等效内阻 r' 趋近于零时, R_A 趋近于下限值, R_V 趋近于下限值, R_x 趋近于上限值; 而当 r' 趋近于 ∞ 时, R_A 趋近于上限值, R_V 趋近于上限值, R_x 趋近于下限值. 但是 R_A 不一定能取到式(11)中的所有值, 因为由 R_A 的值结合式(9)、(10)解出的 r' 和 E' 要符合实际. 同理, R_V 和 R_x 也不一定能取到式(12)及式(7)范围内的所有值.

3 实例分析

实例 1: $\frac{\Delta U}{U}$ 和 $\frac{\Delta I}{I}$ 都较小且 $\frac{\Delta U}{U} \approx \frac{\Delta I}{I}$

表 1 不同电阻取得的结果

R_A/Ω	R_x/Ω	内接误差 / Ω	外接误差 / Ω	r'/Ω	E'/V	是否合理
40.50	502.98	40.50	42.98	38.83	2.70	是
41.74	501.74	41.74	41.74	166.84	3.34	是
43.00	500.48	43.00	40.48	379.16	4.41	是
46.93	496.55	46.93	36.55	1 371 144	6 858	否

从表中可以清楚地看出, 两种接法测量误差的大小与电流表电阻 R_A 的阻值有关, 在符合实际的情况下, 有时内接法误差较小, 有时外接法误差较小, 在这种情况下, 试触法已经失效, 再争论分母该取哪一次的值也就没有意义了.

在分析这个例子的时候, 有人同时假定了 $R_V = 5\ 000\ \Omega$ 和 $r' = 100\ \Omega$ 两个条件, 这是不合理的, 根据本文的分析, 本例中的 $R_V \in (5\ 326.8\ \Omega, 6\ 250.0\ \Omega)$, 不可能取 $R_V = 5\ 000\ \Omega$; 同时, 当 R_V 取了某个合理的值后, r' 的值也就确定了, 不能随意赋值.

同时可以看出, 由于 $R_x \in (496.55\ \Omega, 503.48$

(例: $U_{内} = 2.5\ V, I_{内} = 4.6\ mA, U_{外} = 2.3\ V, I_{外} = 5.0\ mA)$

将各值代入式(1)、(2)、(7)、(11)、(12)求得

$$R_{内} = 543.49\ \Omega$$

$$R_{外} = 460\ \Omega$$

$$R_x \in (496.55\ \Omega, 503.48\ \Omega)$$

$$R_A \in (40\ \Omega, 46.9\ 325\ \Omega)$$

$$R_V \in (5\ 326.8\ \Omega, 6\ 250.0\ \Omega)$$

表 1 是电流表的电阻取不同值得到的结果.

$\Omega)$, 不论取 $R_{内} = 543\ \Omega$ 还是取 $R_{外} = 460\ \Omega$ 为测量值都有较大误差. 本文的方法更能准确地确定 R_x 的测量值(如可取 $500\ \Omega)$.

实例 2: $\frac{\Delta U}{U}$ 和 $\frac{\Delta I}{I}$ 都较大

(例: $U_{内} = 2.5\ V, I_{内} = 3.0\ mA, U_{外} = 1.3\ V, I_{外} = 6.0\ mA)$

由这 4 个测量数据可得: $R_{内} = 833\ \Omega, R_{外} = 217\ \Omega, R_x \in (293\ \Omega, 633\ \Omega), R_A \in (200\ \Omega, 540.5\ \Omega); R_V \in (329\ \Omega, 833\ \Omega)$

表 2 是电流表的电阻取不同值得到的结果.

表 2 不同电阻取得的结果

R_A/Ω	R_x/Ω	内接误差 / Ω	外接误差 / Ω	r'/Ω	E'/V	是否合理
210.00	623.33	210	406.67	13.25	2.64	是
308.33	525.00	308.33	308.33	172.11	4.18	是
320.00	513.33	320	296.67	196.27	4.40	是
540.00	293.33	540	76.67	129653	782.5	否

从计算结果可知, 在符合实际的可能情况中, 也是有时内接法误差较大, 有时外接法误差较大. 可

见, 当 $\frac{\Delta U}{U}$ 及 $\frac{\Delta I}{I}$ 都非常大时比较 $\frac{\Delta U}{U}$ 与 $\frac{\Delta I}{I}$ 大小的方法也已经失效. 从推断的结果可知, 本例中引起这两

个比率都大的原因是电表选择不当,以致于电压表电阻 R_V , 电流表电阻 R_A 及待测电阻 R_x 都相差不多. 这时, $R_{内}$ 和 $R_{外}$ 都不宜作为测量结果, 严格讲应该换表重测, 但是如果控制电路采用的是分压式电路, 等效内阻 r' 较小的话, 我们可以取接近 R_x 的上限值(如 620Ω 左右)作为测量值.

$$\text{实例 3: } \frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$$

(例: $U_{内} = 2.5 \text{ V}$, $I_{内} = 4.6 \text{ mA}$, $U_{外} = 1.5 \text{ V}$, $I_{外} = 5.0 \text{ mA}$)

计算得 $R_{内} = 543 \Omega$, $R_{外} = 300 \Omega$, $R_x \in (315 \Omega, 343 \Omega)$, 显然这种情况下试触法适用.

$$\text{实例 4: } \frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$$

(例: $U_{内} = 2.5 \text{ V}$, $I_{内} = 3.0 \text{ mA}$, $U_{外} = 2.4 \text{ V}$, $I_{外} = 5.0 \text{ mA}$)

计算得 $R_{内} = 833 \Omega$, $R_{外} = 480 \Omega$, $R_x \in (779 \Omega, 813 \Omega)$. 这种情况下试触法也适用.

4 几点结论

(1) 试触法并不是一个严格成立的规律, 对于 $\frac{\Delta U}{U}$ 与 $\frac{\Delta I}{I}$ 两个比率相差较悬殊的情形 ($\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$ 和 $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$) 是适用的, 这时, 分母无所谓取哪次的值.

当 $\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$ 时, 按试触法, 取 $R_x = R_{外}$ 为测量值, 为了更准确, 测量值可取本文方法中的下限值, 即

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{R_{内}} + \frac{1}{R_{外}} - \frac{I_{外}}{U_{内}}}$$

当 $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$ 时, 按试触法, 取 $R_x = R_{内}$ 为测量值, 为了更准确, 测量值可取本文方法中的上限值, 即

$$R_x = R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}}$$

(2) 当两电表示数都有较小变化且 $\frac{\Delta U}{U} \approx \frac{\Delta I}{I}$ 时, 试触法失效, 用本文的方法确定出 R_x 的取值范围会很窄, 从而能够更准确地确定 R_x 的测量值.

(3) $\frac{\Delta U}{U}$ 和 $\frac{\Delta I}{I}$ 很大时, 试触法失效, 用本文的方法得到的取值范围也仅有参考意义, 一般应该换表重测.

(4) 不论哪种情况, 如果知道电路的等效内阻远小于等效外阻(如控制电路采用分压式电路), 可取本文方法中 R_x 的上限值作为测量值, 即

$$R_x = R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}}$$

值得一提的是, 本文方法的可靠性还可以这样检验: 先设定 E' , r' , R_V , R_A 及 R_x 的值, 用电脑算出 $U_{内}$, $I_{内}$, $U_{外}$ 及 $I_{外}$ 的值, 然后由这 4 个值用本文的方法算出 R_x , R_A , R_V 等的可能取值范围, 再与真实值比较. 限于篇幅不再赘述.

参考文献

- 1 何崇荣. 用试触法判断电流表内接和外接的依据. 中学物理, 2011(07)
- 2 郭保忠. 浅谈试触法之伪. 中学物理, 2012(05)
- 3 张天为, 付佳, 李丰果. 试触法电表偏转变化规律的实验测试与分析. 物理教学探讨, 2014(07)
- 4 谭一伟. 电流表内接还是外接 ——“试触法”释疑. 物理通报, 2015(08): 38 ~ 39

