

一道静电场选择题一选项的求解

叶顺华 钟 金
(江西省赣州第三中学 江西 赣州 341000)
(收稿日期:2017-03-04)

摘 要: 可视为点电荷的两个带正电物体,其中一个固定,另一个在其正上方静止释放,本文论证下落物体在下落过程中加速度最大的位置.
关键词: 电场 选择题 求解

【题目】如图 1 所示,在固定的带电小球 A 的正上方有一竖直的绝缘光滑细杆,细杆上套一个带电的小环,其内径略大于细杆的直径.小环在 B 处时有向下的加速度,若小球从 B 处开始以一定的初速下落,到 C 处速度恰好为零(在运动过程中,A 和 B 电荷量不变).

- 下列说法正确的是()
- A. 小球和小环一定带异种电荷
 - B. 小环在 C 点时加速度一定最大
 - C. 小环在 C 点时电势能一定最大
 - D. 小环在 B 和 C 连线中点时速度一定最大

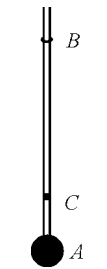


图 1 题目

解答: 依题中物理过程易判定小球与小环带同种性质的电荷,A 错;
由动能定理也易得到小环在 C 处具有最大的电势能,C 对;
小环速度最大位置是在其受到的重力与电场力平衡处,此位置可能在 B,C 的连线的中点,或上方、或下方,D 错;
现在的问题是选项 B 的判定,有资料提供的解

答是对小环在 B 和 C 两点利用牛顿第二定律(如图所示).

$$mg - \frac{kQq}{r_1^2} = ma_1$$
$$\frac{kQq}{r_2^2} - mg = ma_2$$

由此比较得出在 C 处有最大加速度,其实这样是不可能比较出在 B,C 加速度的大小.

现就选项 B 的判定提供两种解答方法:
解法一: 如图 2 建立坐标系.

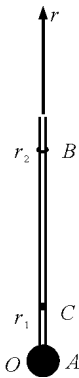


图 2 建立坐标系

设小球带电荷量为 Q,小环带电荷量为 q,由牛顿第二定律,小环在 C,B 两处的加速度大小分别为

$$a_C = \frac{kQq}{mr_1^2} - g \tag{1}$$
$$a_B = g - \frac{kQq}{mr_2^2} \tag{2}$$

且小环在 C,B 的电势分别为

$$\varphi_C = \frac{kQ}{r_1} \tag{3}$$

$$\varphi_B = \frac{kQ}{r_2} \tag{4}$$

由运动的可逆性原理,假设小环在C处由静止沿r轴运动,从C处至B处过程中,由动能定理可得

$$(\varphi_C - \varphi_B)q - mg(r_2 - r_1) = \frac{1}{2}mv_B^2 \tag{5}$$

将式(3)、(4)代入

$$kQq \frac{(r_2 - r_1)}{r_2 r_1} = mg(r_2 - r_1) + \frac{1}{2}mv_B^2$$

即

$$r_1 r_2 = \frac{kQq}{mg + \frac{mv_B^2}{2(r_2 - r_1)}} \tag{6}$$

由式(1)、(2)可得

$$a_C - a_B = \frac{kQq}{m} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) - 2g >$$

$$\frac{kQq}{m} \cdot 2\sqrt{\frac{1}{r_1^2 r_2^2}} - 2g = \quad (\text{均值不等式})$$

$$\frac{2kQq}{m} \cdot \frac{1}{r_1 r_2} - 2g =$$

$$\frac{2kQq}{m} \frac{mg + \frac{mv^2}{2(r_2 - r_1)}}{kQq} - 2g$$

将式(6)代入,有

$$2g + \frac{v_B^2}{r_2 - r_1} - 2g =$$

$$\frac{v_B^2}{r_2 - r_1} > 0$$

即 $a_C > a_B$,由此可知小环在C处有最大加速度.

解法二:由 $F-x$ 图像定性判定

若带电小球和小环视为点电荷,其库仑力为

$$F = k \frac{Qq}{r^2}$$

其 $F-r$ 图线如图 3(a) 所示.

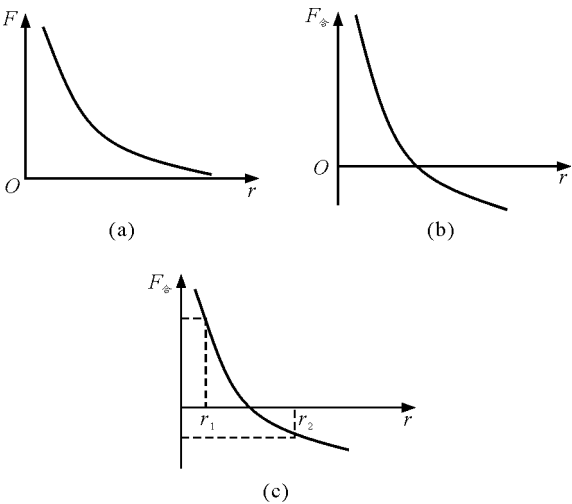


图 3

假设在BC间D点的合力为零,由于重力恒定,则重力和电场力的合力 $F-r$ 图线如图 3(b) 所示.由题信息可知,小环从 $C \rightarrow D$ 合力做功要大于 $D \rightarrow B$ (B 的速度大于零),由 $F-r$ 图线所围“面积”物理意义为合力所做的功,则由图 3(c) 可知:小球在C处所受合力要大于在B处,故 $a_C > a_B$,得证.

Solution of An Option of An Electrostatic Field Choice Question

Ye Shunhua Zhong Jin

(Ganzhou third middle school of Jiangxi Province,Ganzhou,Jiangxi 341000)

Abstract:Two positively charged objects can be regarded as point charges, one of them is fixed and the other is stationary at the top of the body. This paper demonstrates the maximum position of the acceleration of the falling object in the process of falling.

Key word:electric field;choice question;solve