

对“重力机械能守恒定律在各惯性系都成立”的修正

刘明成

(河北师范大学 河北 石家庄 050091)

刘文芳

(吉林师范大学 吉林 四平 136000)

赵文桐

(河南师范大学 河南 新乡 453007)

(收稿日期:2017-04-11)

1 前言

文献[1]发表后,收到两篇批评文章^[2,3],我们非常高兴,这说明两位作者认真审阅了我们的文章.富兰克林先生说过:“谁批评我们,谁就是我们的朋友,因为他们指出了我们的缺点.”为了对已经发表的文章负责,对自己的观点负责,我们接受文献[2]的批评意见,把这两个例题重做一遍.“坚持真理,修正错误”,这是讨论问题时应具备的正确态度.文献[1]的论述方法确有毛病,但结论是正确的.“在自由落体和斜面滑块问题中机械能守恒定律在电梯系和小车系也成立.”

本文为文献[1]之修正版,和文献[1]的主要区别是把自由落体、斜面滑块两个理想实验从电梯和小车上搬到地面上做,这样修改使伽利略坐标变换回到原来的规范配置上,使我们看清了参考系和坐标系的本质区别,即参考系是具体的,坐标系是抽象的(假想的).

2 问题分析

【例1】一质量为 m 的小球(视为质点),自地面上高 h 处 $t=0$ 时开始下落, $t=T$ 时落到地面.忽略一切非保守力作用.

(1) 求证:在地面坐标系小球(质点)在自由降落过程中机械能守恒;

(2) 有一相对于地面匀速 u 上升的电梯,求证:

在电梯坐标系小球在自由降落过程中机械能守恒.

解析:(1) 在地面系考察小球的机械能,势能零点选择地面.

当 $t=0$ 时, $y(0)=h$, $v(0)=0$, 于是 $E_p(0)=mgh$, $E_k(0)=0$, 则落体起始机械能为

$$E_k(0) + E_p(0) = mgh \quad (1)$$

当 $t \in [0, T]$ 时, $y(t) \in [0, h]$, $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$, $v(t) = -gt$, 则有

$$E_p(t) = mgy(t) = mg\left(h - \frac{1}{2}gt^2\right) =$$

$$mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2$$

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) = \frac{1}{2}mg^2t^2$$

于是有

$$E_k(t) + E_p(t) = mgh \quad (2)$$

这即说明 $t \in [0, T]$, $y(t) \in [0, h]$ 下落过程中小球的机械能守恒.

(2) 在电梯系考察小球的机械能.在电梯系观测小球为竖直下抛.

按伽利略坐标变换关系, y 为地面系, y' 为电梯坐标系

$$y = y' + ut$$

$$v = v' + u$$

$$a = a' = -g$$

在 $t=0$ 和 $t=T$ 时两坐标系及小球位置关系如

图1和图2所示.

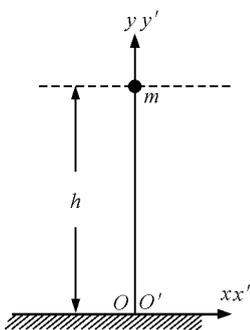


图1 设 $uT = h$, $t = 0$ 时两坐标系重合, 小球在顶端

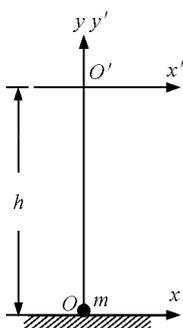


图2 设 $uT = h$, $t = T$ 时小球落地, 电梯系到达顶端

当 $t = 0$ 时, 两坐标系原点重合, 小球开始下落,

有

$$y'(0) = y(0) = h$$

$$v'(0) = v(0) - u = -u$$

则

$$E'_p(0) = mgh$$

$$E'_k(0) = \frac{1}{2}m[v'(0)]^2 = \frac{1}{2}mu^2$$

于是起始时落体机械能为

$$E'_k(0) + E'_p(0) = mgh + \frac{1}{2}mu^2 \quad (3)$$

当 $t \in [0, T]$ 时, $y(t) \in [0, h]$, 有

$$y'(t) = y(t) - ut = h - \frac{1}{2}gt^2 - ut$$

$$v'(t) = v(t) - u = -gt - u$$

$$E'_p(t) = mgy'(t) = mg\left(h - \frac{1}{2}gt^2 - ut\right) =$$

$$mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 - mgut$$

$$E'_k(t) = \frac{1}{2}m[v'(t)]^2 = \frac{1}{2}m(gt + u)^2 =$$

$$\frac{1}{2}mg^2t^2 + \frac{1}{2}mu^2 + mgut$$

于是有

$$E'_k(t) + E'_p(t) = mgh + \frac{1}{2}mu^2 \quad (4)$$

这即证明了小球在下落过程中机械能在电梯系也守恒.

【例2】在地面上固定一光滑斜面, 斜面高 h , 倾角为 θ , 斜面顶端有一个光滑的滑块(视为质点), 其质量为 m , 当 $t = 0$ 时滑块开始下滑, $t = T$ 时滑到地面. 忽略一切非保守力因素.

(1) 求证: 在下滑过程中滑块机械能在地面坐标系守恒;

(2) 同时有一辆小车沿 x 轴正方向匀速 u 直线运动, 求证: 在小车系滑块的机械能守恒.

文献[4, 5]已经证明过了, 质点微分形式的机械能守恒定律在两惯性系(地面系和小车系)都成立, 即 $d[E_p(t) + E_k(t)] = d[E'_p(t) + E'_k(t)] = 0$, 现在我们证明质点积分形式的机械能守恒定律在两惯性系(地面系和小车系)都成立.

(1) 首先证明在地面系滑块的机械能守恒. 势能零点选在地面.

当 $t = 0$ 时, $y(0) = h$, $v(0) = 0$, 于是

$$E_p(0) = mgh$$

$$E_k(0) = \frac{1}{2}mv^2(0) = 0$$

立即写出 $t = 0$ 时机械能

$$E_k(0) + E_p(0) = mgh \quad (5)$$

在此问题中滑块(质点)所受的外力是重力和斜面对质点支持力(约束力). 但由于支持力方向始终和滑块位移方向垂直, 因此始终不做功或做功为零. 因此在下滑过程中只有重力做功. 当 t 时刻滑块滑到 A 点时, 由动能定理, 合外力对质点所做之功等于质点动能的增量

$$W = E_k(t) - E_k(0) \quad (6)$$

再用质点势能定理, 保守力重力所做之功等于质点势能增量的负值

$$W = -[E_p(t) - E_p(0)] \quad (7)$$

再用式(6)和式(7)消去 W , 并引用式(5)得

$$E_k(t) + E_p(t) = E_k(0) + E_p(0) = mgh \quad (8)$$

这就证明了在地面系滑块在下滑过程中机械能守恒.

(2) 求证在小车系滑块下滑过程中机械能守恒. 势能零点选在地面. 在 $t=0$ 和 $t=T$ 时两坐标系及滑块位置如图 3 所示.

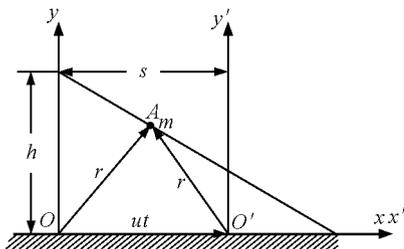


图 3 设 $uT = s$, t 时刻两坐标系及滑块位置示意图

当 $t=0$ 时, 两坐标系原点重合, 滑块开始下滑,

有

$$\begin{aligned} y'(0) &= y(0) = h \\ v'(0) &= v(0) - u = -u \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} E'_p(0) &= mgh \\ E'_k(0) &= \frac{1}{2} m [v'(0)]^2 = \frac{1}{2} mu^2 \end{aligned}$$

于是起始时质点机械能为

$$E'_k(0) + E'_p(0) = mgh + \frac{1}{2} mu^2 \quad (9)$$

当 $t \in [0, T]$ 时, $y'(t) = y(t) \in [0, h]$ 时, 滑块一直在斜面上, 比如 t 时到达 A 点, 约束力(支持力)一直不做功, 仅重力做功, 所以根据动能定理: 合外力对质点所做的功等于质点动能的增量

$$W = E'_k(t) - E'_k(0) \quad (10)$$

根据势能定理: 保守力重力对质点做的功等于质点势能增量的负值

$$W = -[E'_p(t) - E'_p(0)] \quad (11)$$

由式(10)和式(11)消去 W , 并引用式(9)可以得到

$$\begin{aligned} E'_k(t) + E'_p(t) &= E'_k(0) + E'_p(0) = \\ &= mgh + \frac{1}{2} mu^2 \end{aligned} \quad (12)$$

这就证明了在小车系滑块下滑过程中机械能守恒.

3 结束语

“机械能守恒定律在各惯性系都成立”是“机械

能守恒定律满足力学相对性原理^[6]”的通俗表述. 2015年我们所写的3篇文章^[1,7,8]列举4个例子说明(重申)了物体(质点)的重力、引力、弹力机械能守恒定律都满足力学相对性原理.

在静系

$$E_p(t) + E_k(t) = E(0)$$

在动系

$$E'_p(t) + E'_k(t) = E'(0)$$

其中

$$E'(0) = E(0) + \frac{1}{2} mu^2$$

式中 m 为物体(质点)的质量, u 为两坐标系之间相对速度.

文献[3]还批评文献[8,9], 认为这两篇文章的结论错误, 两位作者关于“结论错误”的批评, 我们绝对不能接受, 当然这不妨碍我们对他们对我们的批评表示感谢! 正是由于他们的批评, 我们才写成此文, 从而对“机械能守恒定律在各惯性系都成立”有了更清楚的认识.

参考文献

- 1 赵文桐, 刘文芳, 刘明成. 重力机械能守恒定律在各惯性系都成立. 物理通报, 2015(3): 96 ~ 98
- 2 李伟铎. 对“重力机械能守恒定律在各惯性系都成立”的商榷. 物理通报, 2016(增刊1): 110 ~ 112, 115
- 3 朱如曾. 力场与时间有关系统的功能定理及其应用. 大学物理, 2016(10): 11 ~ 16
- 4 王立, 张成华. 机械能守恒定律具有伽利略变换不变性. 吉林师范大学学报(自然科学版), 2004(3): 95 ~ 96
- 5 张翠. 斜面上下滑滑块机械能守恒问题新解. 物理通报, 2016(9): 115 ~ 117
- 6 赵佩章, 陈华, 胡世巧, 等. 机械能守恒定律满足力学相对性原理. 河北师范学院学报(自然科学版), 1997(2): 40 ~ 45
- 7 刘明成, 刘文芳, 赵文桐. 引力机械能守恒定律在各惯性系都成立. 物理通报, 2015(6): 123 ~ 124
- 8 刘明成, 刘文芳, 赵文桐. 弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立. 物理通报, 2015(12): 109 ~ 111
- 9 李学生, 师教民. 对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷. 物理通报, 2014(9): 119 ~ 120