

# 绳、杆牵连模型中的加速度关系剖析

李志强

(济宁市任城区教育体育局教研中心 山东 济宁 272000)

(收稿日期:2017-07-21)

**摘要:**通常情况下物理教师会告诉学生在求解绳、杆牵连模型中加速度的关联关系时不能类比速度的关联关系,也即虽然沿杆方向速度相等,但是沿杆方向加速度并不相等.鉴于此,详细剖析了绳、杆牵连模型中的加速度关系.

**关键词:**加速度 绳、杆牵连模型 关系

绳、杆牵连模型是高中物理中常见力学模型,也是高考、自主招生和物理竞赛的热点.解决这类问题的关键,是要搞清用绳或杆相连的两物体的运动关系.高中物理中一般地只涉及到两物体的速度关系,对此人们已总结出了一些可行的方法.一种简单且易接受的方法是,利用绳或杆不可伸缩的特点,根据两物体在绳或杆长方向的速度分量相等,建立起两物体间的速度关系.但加速度关系就不是那么简单了.这里就此问题略作探讨,希望对读者能有所帮助.

下面用一个实例来具体说明.

如图1所示,长为 $L$ 的均匀直杆两端固定着两个小球A和B,A球在竖直墙壁上运动,B球在水平地面上运动.当杆与竖直墙壁的夹角为 $\alpha$ ,B球向右的速度为 $v_B$ 时,A球的速度和加速度分别为多少?

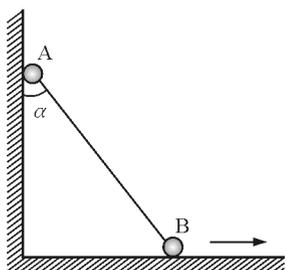


图1 题图

**解析:**如图2所示,B球速度沿杆长方向的分量

为

$$v_B' = v_B \cos(90^\circ - \alpha)$$

A球的速度沿墙壁竖直向下,设为 $v_A$ ,它沿杆长方向的分量为 $v_A' = v_A \cos \alpha$ .两球沿杆长方向的速度相等,得到

$$v_A = v_B \tan \alpha$$

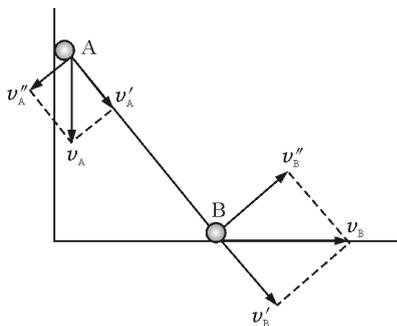


图2 A球、B球速度分解

假如B球有向右的加速度 $a_B$ ,那么A球的加速度为多少呢?

不少人认为:因绳、杆不可伸长,当其受到弹力作用时,绳和杆上各点的加速度在绳和杆方向上的投影相等.故常常这样得出A球的加速度.

将B球的加速度沿杆方向投影,则

$$a_B' = a_B \cos(90^\circ - \alpha)$$

设A球的实际加速度为 $a_A$ ,其方向竖直向下,将它沿杆方向投影,则有

$$a'_A = a_A \cos \alpha$$

考虑到沿杆方向的加速度大小相等,所以

$$a_B \cos(90^\circ - \alpha) = a_A \cos \alpha$$

解得

$$a_A = a_B \tan \alpha$$

其实上述两球的加速度关系是错误的. 正确的分析思路如下.

以 B 球为参考系, 杆做逆时针转动, A 球的速度是 B 球的速度  $v_B$  与 A 球随杆转动速度的矢量和, 如图 3 所示. 由矢量关系得到

$$\omega = \frac{v_B}{L \cos \alpha}$$

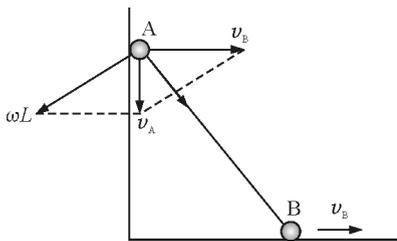


图 3 以 B 球为参考系

A 球的运动可以看作是 B 球平动与绕 B 球逆时针转动的合运动. B 球有向右运动的加速度  $a_B$ , 它沿杆长方向的加速度分量

$$a'_B = a_B \cos(90^\circ - \alpha)$$

那么 A 球也具有这个加速度分量

$$a'_A = a_B \cos(90^\circ - \alpha)$$

另外由于转动, A 球还有沿杆的加速度分量

$$a''_A = \omega^2 L = \frac{v_B^2}{L \cos^2 \alpha}$$

A 球实际加速度  $a_A$  竖直向下, 所以有

$$a_A \cos \alpha = a'_A + a''_A$$

把  $a'_A$  和  $a''_A$  代入上式得到

$$a_A = a_B \tan \alpha + \frac{v_B^2}{L \cos^3 \alpha}$$

通过讨论我们认为: 绳、杆牵连模型中的加速度关系超出了高中物理课本的知识范围(但不超出高中学生的智力范围, 不超出高中物理竞赛要求的能力范围), 一般地不要求学生掌握. 但作为教师应正确理解绳、杆牵连模型中的加速度关系, 以免“以其昏昏, 使人昭昭”, 把错误传给学生, 谬论流传, 误人子弟.

#### 参考文献

- 1 舒幼生. 物理学难题集萃(增订本). 北京: 高等教育出版社, 1999. 1 108 ~ 1 111
- 2 周衍柏. 理论力学教程(第 2 版). 北京: 高等教育出版社, 1986
- 3 王春胜. 绳杆两端物体速度的几种处理方法. 物理通报, 2015(4): 56 ~ 57

## Analysis on Acceleration Relationship in Rope and Rod Implicating Model

Li Zhiqiang

(Teaching and Research Center of Jining Rencheng District Education and Sport Bureau, Jining, Shandong 272000)

**Abstract:** Normally the physics teachers will tell students the relationship not in the solution of relationship of acceleration rope, the analogy model involved rod speed, i. e. although equal along the rod speed direction, but the acceleration along the rod direction are not equal. In view of this, the acceleration relation in the rope and rod interaction model is analyzed in detail.

**Key words:** acceleration; rope and rod interaction model; relationship