

对恒定功率汽车运动过程的分析*

欧仕刚 杨运珊 黄敏

(成都市新都一中铭章学院 四川 成都 610500)

赵芸赫

(北京师范大学物理学系 北京 100875)

(收稿日期:2017-04-15)

摘要:在考虑空气阻力的影响下,对汽车以恒定输出功率加速行驶的过程进行了分析,得到了汽车运动的微分方程,且得到其终极速度随着功率的增大而增大,阻力系数的减小而减小的结论,进而对该理论进行了数值模拟和进一步讨论,得到功率越大,质量越小的汽车,百公里加速时间越短,与空气阻力系数无关的结论.

关键词:发动机输出功率 空气阻力 加速时间 终极速度

汽车起动问题是高中《物理·必修2》中理解功、功率、力等概念之间关系的一个常见生活实例问题^[1].一般的解决方式是忽略了空气阻力的影响,本文进一步地贴近生活实际,加入空气阻力项的影响,具体讨论了以恒定输出功率加速行驶的汽车的运动过程.

1 模型建立

考虑一个简单的模型:一个在路上运动的汽车其发动机输出功率恒为 P ,则其移动速度为 v 时的动力 $F = \frac{P}{v}$.假设汽车轮胎在转动时不打滑,即地面与汽车轮胎无相对滑动,那么汽车向前的驱动力由地面的静摩擦力提供.考虑汽车运动时受到的空气阻力正比于速度,即 $f = -kv$,其中 k 是空气阻力系数.根据牛顿第二定律^[2]有

$$m \frac{dv}{dt} = P v^{-1} - kv \quad (1)$$

其中, m 是汽车的质量.对上式稍作变形,可以得到

$$mv \frac{dv}{dt} = P - kv^2$$

$$\frac{1}{2} m \frac{d(v^2)}{dt} = P - kv^2 \quad (2)$$

注意到,动能为 $E_k = \frac{1}{2} mv^2$,则上式可以变成关于动能的微分方程

$$\frac{dE_k}{dt} = P - \frac{2k}{m} E_k \quad (3)$$

显然,当动能恒定时,方程左边为零,汽车具有恒定速度,大小为

$$v_0 = \sqrt{\frac{P}{k}} \quad (4)$$

这说明,汽车的最大速度随功率的增大而增大,随阻力系数的增大而减小,与汽车的质量无关.

下面我们来求解式(3).

$$\frac{dE_k}{P - \frac{2k}{m} E_k} = dt$$

得

$$\int_0^{E_k} \frac{dE_k}{P - \frac{2k}{m} E_k} =$$

* 国家社会科学基金“十三五”规划2016年度教育学一般课题“普通高中学术性拔尖创新人才培养的实验研究”,项目编号:BHA160158

作者简介:欧仕刚(2001-),男,在读高中生.

通讯作者:赵芸赫(1993-),女,在读硕士研究生,研究方向为物理课程与教学论.

$$\int_0^t dt - \frac{m}{2k} \ln \left(P - \frac{2k}{m} E_k \right) \Big|_0^E = t \quad (5)$$

于是可以得到,汽车运动速度随时间的变化关系为

$$v = \sqrt{\frac{P}{k}} \left(1 - e^{-\frac{2k}{m}t} \right)^{\frac{1}{2}} = v_0 \left(1 - e^{-\frac{2k}{m}t} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

2 数值模拟

选择 $v_0 = 300 \text{ km/h}$, $m = 2000 \text{ kg}$, $P = 400 \text{ 马力} \approx 3 \times 10^6 \text{ W}$, 则空气阻力系数约为 $k = 432 \text{ kg/s}$, 用 MATLAB 画出上式的图像如图 1 所示.

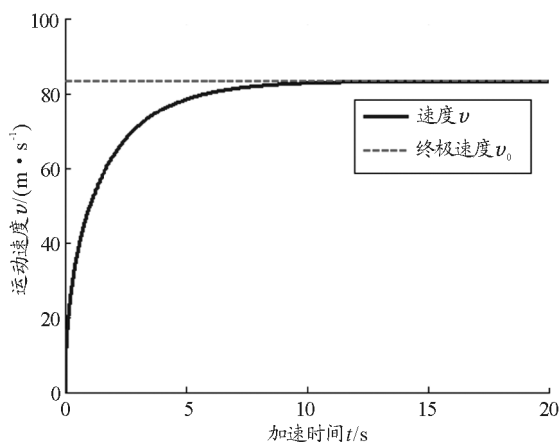


图 1 汽车运动速度随时间的变化图像

从式(6)可看出,质量越小的汽车达到终极速度的时间越短. 保证其他条件不变,改变质量可画出如图 2 所示图像.

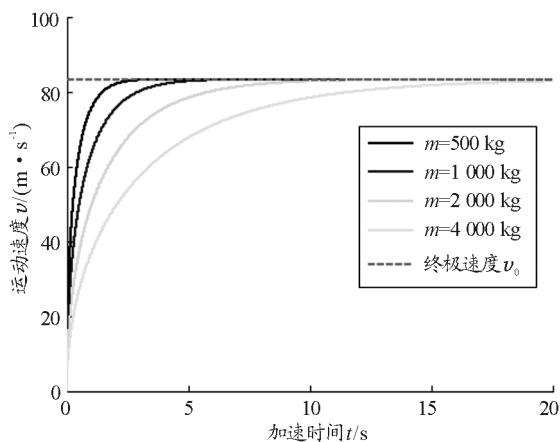


图 2 不同质量的汽车运动速度随时间的变化图像

当 $t \ll \frac{m}{2k}$, $1 - e^{-\frac{2k}{m}t} \approx \frac{2k}{m}t$, 则得到短时间内速度

的近似表达式为

$$v = \sqrt{\frac{P}{k} \frac{2k}{m} t} = \sqrt{\frac{2Pt}{m}} \quad (7)$$

用 MATLAB 画出如图 3 所示图像. 从图 3 可以看出,模拟出的短时间内速度的近似值与真实运动的速度符合较好,随着时间的增加速度变大,空气阻力的影响变大从而近似值偏离真实值.

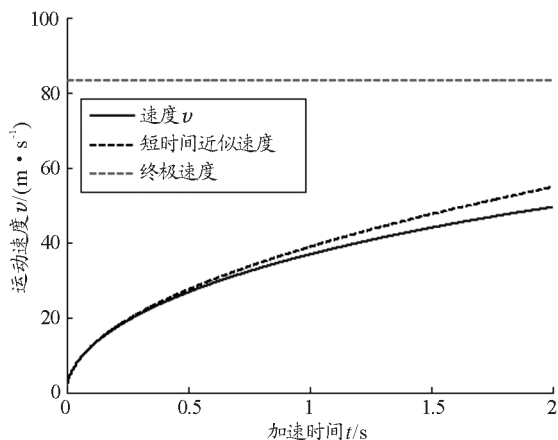


图 3 在短时间内汽车的运动速度随加速时间的变化图像

3 进一步讨论

式(7)说明汽车在短时间内加速过程中,速度正比于 $t^{\frac{1}{2}}$. 衡量汽车性能的一个参数是百公里加速时间,即加速到 $v_1 = 100 \text{ km/h}$ 需要的时间. 上式可以用来估计这一时间,显然,这一时间为

$$t_0 = \frac{mv_1^2}{2P} \quad (8)$$

这说明功率越大,质量越小的汽车,百公里加速时间越短,与空气阻力系数无关.

这一简单的计算,可以让我们直观地了解到恒定功率运动的汽车速度的变化趋势,从而对汽车的运动过程有一个更好的理解.

参考文献

- 1 人民教育出版社. 普通高中课程标准实验教科书 物理·必修 1. 北京:人民教育出版社,2010
- 2 赵凯华,罗蔚茵. 新概念物理教程. 北京:高等教育出版社,1995

(下转第 50 页)

- 6 H. Orland, R. Schaeffer. Two - body collisions and time dependent Hartree - Fock theory. Zeitschrift für Physik A: Atoms and Nuclei, 1979, 290(2): 191 ~ 204 35 ~ 37
- 8 刘金铭, 陈阳, 陈琪. 关于弹性斜碰前后系统动能的讨论. 湖南中学物理, 2015(2): 82 ~ 84
- 7 李忠相. 处理斜碰问题的三种方法. 物理通报, 2014(5):

The Theoretical Research on Two - dimensional Perfect Elastic Collision

Zhou You Liu Cheng Tu Canhui Liu Hua Zheng Cailong

(School of Chemistry and Chemical Engineering, HuBei Normal University, Huangshi, Hubei 435002)

Abstract: The Collision is a common phenomenon in our life, and it is important for classical physics, as well as it is the core content in the momentum. The first law of conservation momentum was found in order to solve the problem of collision. We have learnt the central collision in the high school and comprehended the great charm of momentum. In this article, we use the relevant physical knowledge to solve the two - dimensional collision problem, and find the more general regular in collision. As for the problem of two - dimensional perfect elastic collision, the vector decomposition, energy conservation and momentum conservation can be used to solve it.

Key words: two - dimensional elastic collision; vector decomposition; energy conservation; conservation of momentum; speed

(上接第 45 页)

Analysis on the Process of Car's Movement With Constant Power

Ou Shigang Yang Yunshan Huang Min

(Mingzhang Institution of Xindu No. 1 High School, Chengdu, Sichuan 610500)

Zhao Yunhe

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

Abstract: In this paper, the process of accelerating driving with constant output power is analyzed under the influence of air resistance. The differential equation of automobile motion is obtained and the ultimate velocity increases with the increase of power. The resistance coefficient And then the numerical simulation and further discussion on the theory, the greater the power, the smaller the quality of the car, 100 km faster acceleration time, and friction coefficient has nothing to do with the conclusion.

Key words: engine output power; air resistance; acceleration time; ultimate speed