

# 从微观角度再看理想气体的绝热过程\*

秦 天 杨天一 杨程琳 李婧怡 荷兰馨 黄 敏

(成都市新都一中铭章学院 四川 成都 610500)

赵芸赫

(北京师范大学物理学系 北京 100875)

(收稿日期:2017-05-10)

**摘要:**在“从微观角度看理想气体的绝热过程”一文中提到了一种从微观角度来计算理想气体绝热公式的推导,这一推导中的物理本质为气体分子对活塞壁做功的集体效应,即气体压强的微观解释.基于这一思考,从气体分子对外做功的角度给出了相应的推导,同时发现该文结论在其给定模型下的一个更为直观的解,与热力学第一定律中的做功项可以更直接地对应,从而更直接地联系起微观过程和宏观的理想气体状态方程.

**关键词:**理想气体 绝热过程 微观功

文献[1]给出了一种利用统计力学来导出理想气体绝热方程的办法,文中简洁的推导直观地演示了理想气体绝热过程的微观含义.对于该文中的计算,还存在可以进一步挖掘的地方,故在本文中进一步讨论.如,文献[1]中讨论气体分子能量变化的时候,未直接指出绝热的来源,未界定气体内能变化和由于对外做功导致的机械能变化,即未与宏观的绝热进行对应;文中在进行微观考虑时,未彻底贯彻“微观”讨论,比如在计算气体系统内能变化时直接运用了等体热容这一宏观物理量.

本文介绍了一种直接从气体分子做功的角度进行的推导过程,并指出其中隐含的“绝热”条件,从而给出了理想气体状态方程.进一步,在绝热条件下得到理想气体的绝热方程.

首先,根据热力学第一定律

$$dU = dQ + dW \quad (1)$$

对于绝热过程有  $dQ = 0$ ,因而内能的变化只取决于气体系统对外做功的多少.文献[1]中直接利用气体动能的变化来计算每一气体分子能量的变化,这一计算的隐含条件是自由粒子内能的变化只来自于

与活塞碰撞对其所做的功,同时没有吸热,即已经利用了热力学第一定律,并引入了绝热的条件.

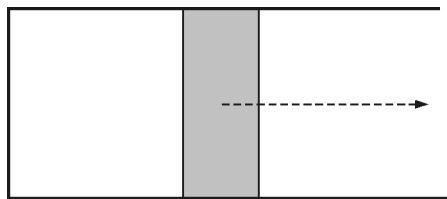


图1 活塞缓慢移动的绝热气缸

考虑充满理想气体的气缸,活塞以  $v_p$  向外移动.理想气体对活塞做功大小可以由每一个气体分子对外活塞做的功求和得到,即

$$dW = \sum_i d\omega_i = - \sum_i F_i dl \quad (2)$$

其中  $d\omega_i$  是活塞对第  $i$  个气体分子所做的功,  $F_i$  是第  $i$  个气体分子撞击活塞时对其的压力.根据力的定义有

$$F_i = \frac{\Delta p_i}{\Delta t} \quad (3)$$

这里  $\Delta p_{ix}$  是气体分子在时间  $\Delta t$  内  $x$  方向动量的改变.显然,如果假设气体分子和活塞发生完全弹性碰撞,那么在相邻两次撞击时间  $\Delta t = \frac{2l}{v_{ix}}$  内 ( $v_{ix} =$

\* 国家社会科学基金“十三五”规划2016年度教育学一般课题“普通高中学术性拔尖创新人才培养的实验研究”,课题编号:BHA160158  
通讯作者:赵芸赫(1993-),女,在读硕士研究生.

$\frac{p_{ix}}{m_i}$  是分子运动速度), 气体分子的动量改变为

$$\Delta p_{ix} = m_i \Delta v_{ix} = 2m_i (v_{ix} - v_p)$$

于是得到

$$dW = - \sum_i \frac{m_i v_{ix} (v_{ix} - v_p)}{l} dl = - \frac{dV}{V} \sum_i (m_i v_{ix}^2 - m_i v_{ix} v_p) \quad (4)$$

这里我们利用了  $\frac{dl}{l} = -\frac{d(\frac{V}{S})}{\frac{V}{S}} = \frac{dV}{V}$  这一关系. 若

活塞移动缓慢, 可以认为气体时时刻刻处于热平衡状态, 则

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_{ix}^2 = N \langle \frac{1}{2} m_i v_{ix}^2 \rangle = \frac{Nk_B T}{2} \quad (5)$$

注意到  $\sum_i m_i v_{ix}$  代表着气体质心的动量  $Mv_c$ ,

对于一端固定、一端匀速运动的活塞所构成的气缸中气体的质心速度为

$$v_c = \dot{x}_c = \frac{1}{2} v_p$$

因此活塞对气体所做的功为

$$dW = - \frac{(Nk_B T - \frac{1}{2} M v_p^2)}{V} dV \quad (6)$$

当气体的热运动速度远大于气体系统的质心运动的速度时(即满足了准静态的条件, 否则活塞运动过快会导致气体在短时间内无法达到热平衡状态, 从而使得上面基于热平衡态的计算失效), 上式第二项可以忽略. 在绝热条件下, 气体内能的变化为

$$dU = dW = - \frac{Nk_B T}{V} dV \quad (7)$$

这就是文献[1]中的式(4)消去  $dt$  后的结果. 这一结果还可以写作

$$dW = - \frac{Nk_B T}{V} dV = - pS dl = p dV \quad (8)$$

从而理想气体状态方程

$$pV = Nk_B T \quad (9)$$

另一方面, 对于理想气体的内能变化, 文献[1]直接使用了

$$dE = \nu C_{V,m} dT$$

这一关系, 而这一关系已经是理想气体内能变化的宏观表达式. 从微观的意义来说, 对于单原子理想气体分子, 根据能量均分定理, 气体系统的内能可以直接写为

$$U = \frac{3Nk_B T}{2} \quad (10)$$

这样一来, 两边同时微分即得到了温度变化所导致的内能变化的表示式

$$dU = \frac{Nk_B}{2} dT$$

从而得到

$$dU = \frac{3Nk_B dT}{2} = - \frac{Nk_B T}{V} dV \Leftrightarrow \frac{dT}{T} = - \frac{2}{3} \frac{dV}{V} \quad (11)$$

则有

$$TV^{\frac{2}{3}} = \text{Constant} \quad (12)$$

反观文献[1]的结论, 根据能量均分定理和热容的关系, 即

$$C_{V,m} = \frac{3}{2} R$$

$$C_{p,m} = C_{V,m} + R = \frac{5}{2} R$$

从而有  $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}} = \frac{5}{3}$ , 故其得到的结论  $TV^{\gamma-1} = \text{Const}$  与本文得到的结果一致.

综上所述, 我们认为文献[1]推导的本质是利用了热力学第一定律在绝热条件下气体内能的变化即为机械能的改变这一条件, 并从微观的角度推导了理想气体状态方程, 最终得到了理想气体的绝热方程. 整体来看, 本文和文献[1]的推导都是基于将气体分子和活塞的相互作用近似为刚体碰撞, 并利用经典力学进行求解, 而这一过程隐含着“绝热”的条件.

### 参考文献

- 侯吉旋, 司黎明, 翁华. 从微观角度看理想气体的绝热过程. 大学物理, 2017(03): 14 ~ 15
- 汪志诚. 热力学·统计物理(第3版). 北京: 高等教育出版社, 2003

# 分离变量法教学内容优化及本征值问题引入方式研究

姜向前 孟庆鑫 张宇

(哈尔滨工业大学物理系 黑龙江 哈尔滨 150001)

(收稿日期:2017-05-04)

**摘要:**现有数学物理方法教学体系中,分离变量法在前,本征值问题在后.而分离变量过程中,又涉及到本征值问题.这样的安排导致学生在学习分离变量法过程中,不能很好地理解本征值问题是分离变量法的基础,不利于学生严密逻辑思维能力的培养.针对这个问题我们开展了分离变量法教学内容优化的研究,提出一种更有利于学生严密逻辑思维能力的培养的分离变量法教学方案.将本征值问题提前,将其置于定解问题之后、分离变量法之前.进而,为避免直接引入 Sturm - Liouville 方程而导致的突兀性问题,给出了分离变量法教学顺序调整后的 Sturm - Liouville 方程的引出方案.

**关键词:**分离变量法 本征值问题 教学内容优化

数学物理方法是物理系的主干课程之一,是一门利用数学语言描述并解决自然科学及工程技术中所遇到的一些问题、建立定解问题、求解定解问题的专业基础课.课程的教学目的是通过课程的学习进

一步提高学生的数学素养和应用数学知识解决复杂物理问题的能力,为理论物理课程的学习打下牢固的基础.但现有的教材内容体系存在一些问题,不利于学生严密思维能力的培养.我们知道,求解定解问

## Rethinking on the Adiabatic Process of Ideal Gas from Microcosmic Perspective

Qin Tian Yang Tianyi Yang Chenglin Li JingYi He LanXin Huang Min

(Mingzhang Institution of Xindu No.1 High School, Chengdu, Sichuan 610500)

Zhao Yunhe

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

**Abstract:** The paper "Deducing adiabatic equation of ideal gas via kinetic theory of gas" (College Physics March 2017) mentioned a microcosmic way to calculate the ideal gas adiabatic formula, the physical nature of this derivation is the collective effect of the gas molecules on the piston wall, that is, the microscopic interpretation of the gas pressure. Based on this point, this paper gives the corresponding derivation from the perspective of the external work of gas molecules, and finds a more intuitive solution in its given model and correspond more directly to the first law of thermodynamics. Thus more directly links itself to the micro - process and macroscopic ideal gas state equation.

**Key words:** ideal gas; adiabatic process; microcosmic work