

惠斯通电桥实验误差分析与研究

董琳 倪敏 韩唯伟 赵彩安 顾峰

(上海师范大学数理学院 上海 200234)

(收稿日期:2017-07-07)

摘要:惠斯通电桥测电阻中的实验误差主要来源于桥臂电阻以及电桥的灵敏度,因此,通过理论分析和实验验证系统地比较了减小实验误差的相关方法,希望可以为改进实验测量的方法、精确实验结果提供些许参考.

关键词:电桥灵敏度 代换消除法 交换测量法

惠斯通电桥是一种较精确地测量中值电阻的方法,是大学物理实验中一种常见的基础实验.由于影响实验结果的因素众多,本文将主要从消除检流计的零点误差、比例臂比值的选取、消除系统误差的测量方法等方面进行研究.

1 实验器材

本次实验用到的器材有直流稳压电源、旋转式电阻箱(ZX21)4个、待测电阻、指针式检流计、滑动变阻器(1.5 A, 100 Ω)、开关、导线若干.

2 实验原理

2.1 惠斯通电桥原理

惠斯通电桥原理图如图1所示.

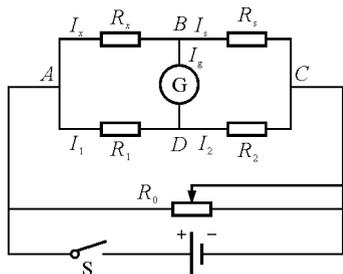


图1 惠斯通电桥原理图

图中 R_1 和 R_2 是比例臂, R_s 是比较臂, R_x 为待测电阻, G 为检流计. 当 B, D 两点的电势相等时, 桥路 B, D 之间无电流即 $I_g = 0$, 这时电桥达到平衡状态. 当电桥平衡时, 有

$$\frac{R_x}{R_s} = \frac{R_1}{R_2}$$

即

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s = C R_s \quad (1)$$

式(1)即为电桥平衡公式, 式中 $C = \frac{R_1}{R_2}$ 称为电桥的比例系数^[1].

2.2 电桥灵敏度

实验中通过人眼观察检流计的指针是否偏转来判断电桥的平衡是否存在误差的, 影响测量的结果, 而电桥的灵敏度决定这种影响的大小.

在电桥处于平衡状态时, 将某一桥臂电阻 R 改变 ΔR , 电桥偏离平衡状态, 检流计的指针随之偏转 n 格, 若定义电桥灵敏度为 S , 则有

$$S = n \frac{1}{\frac{\Delta R}{R}} \quad (2)$$

2.3 不确定度的计算

不确定度的更准确定义是测量不确定度, 是指对测量值因测量误差的存在而不能肯定的程度, 表征测量结果是一个具有分散性的参数. 若用标准偏差来表示测量不确定度, 则称为标准不确定度.

在测量过程中, 由于电桥不可能完全达到平衡状态, 会有微弱的电流通过检流计, 此时要考虑电桥灵敏度引入的标准不确定度, 为

作者简介:董琳(1992-),女,在读研究生.

通讯作者:倪敏(1960-),女,副教授,主要从事物理教育和物理实验研究.

$$u_B(S) = \frac{\Delta R_x}{\sqrt{3}} = \frac{\Delta n}{S} \frac{R_x}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

式(3)中 ΔR_x 为电桥灵敏度引入的仪器误差,其计算公式为

$$\Delta R_x = \Delta n \frac{R_x}{S} \quad \Delta n = 0.2$$

由桥臂电阻精度引入仪器误差时忽略定值电阻精度,其可由变阻箱的精度($a\%$ 为电阻箱挡位精度^[2])得到

$$u_B(R_i) = \frac{a\% \cdot R_i}{\sqrt{3}} \quad (i = 1, 2, s, h \dots)$$

根据待测电阻各测量公式和误差传递公式得桥臂电阻总的标准不确定度

$$u'_C(R_x) = \overline{R_x} \sqrt{\sum \left[\frac{u_B(R_i)}{R_i} \right]^2}$$

待测电阻值的总不确定度

$$u_C(R_x) = \sqrt{u_B^2(S) + u_C'^2(R_x)} \quad (4)$$

相对不确定度为

$$u(R_x) = \frac{u_C(R_x)}{R_x} \quad (5)$$

3 误差分析

3.1 检流计灵敏度的影响

由式(2)可知,一定的 $\frac{\Delta R}{R}$ 所引起的 n 越大,其灵敏度 S 就越大,判断的平衡点就越精确,因此电桥灵敏度带来的误差就越小。

可以证明,当桥路达到平衡后,改变任一桥臂阻值所得到的电桥灵敏度是相同的。由于在实验过程中 R_x 是无法改变的,我们可以改变桥臂 R_s ,使检流计偏转 5 格左右,由式(2)求出桥路的灵敏度。

根据电桥灵敏度定义,忽略电源内阻,解基尔霍夫方程组,可得下面公式

$$S = \frac{S_i E}{(R_1 + R_2 + R_x + R_s) + R_g \left(2 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_x}{R_s} \right)} \quad (6)$$

式(6)^[3]中, S_i 为检流计的电流灵敏度, R_g 为检流计内阻, E 为电源电动势。由式(6)可以看出,电桥灵敏度 S 与检流计的电流灵敏度 S_i , 检流计的内阻 R_g , 电源电动势 E 的大小以及桥臂电阻的大小均有关系。

3.2 检流计零点不准引入的误差分析

由于检流计存在零点不准的系统误差,因此可以采用反向补偿法来减小系统误差。反向补偿法可以采用以下两种方法进行。

(1) 指针左右偏

电桥平衡时,比较臂电阻为 R_s ,改变某一桥臂电阻使检流计指针往左、右各偏转 n 格,从而使两次测量结果中误差的符号相反,则通过求平均值的方法就可以抵消由于检流计零点不准引入的误差。

(2) 改变电流方向

改变电流方向前,调节电桥平衡,有

$$R_{x正} = \frac{R_1}{R_2} R_{s正}$$

将某一桥臂电阻改变 $\Delta R_{正}$ 使检流计指针往左偏转 n 格,改变电流方向后,调节电桥平衡,则有

$$R_{x负} = \frac{R_1}{R_2} R_{s负}$$

将同一桥臂电阻改变 $\Delta R_{负}$ 使检流计指针往右偏转 n 格,两次测量结果中的误差依然是符号相反,再通过求平均值的方法就可以抵消该误差。

由以上分析可知,两种方法均可减小由检流计零点不准引起的系统误差。

3.3 比例臂比值引入的误差分析

如图 2 所示,为确定电桥的比例系数 C 的取值对测量误差的影响,用一根长为 $L(L = L_1 + L_2)$ 的电阻丝来代替标准电阻 R_1 和 R_2 ,则

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

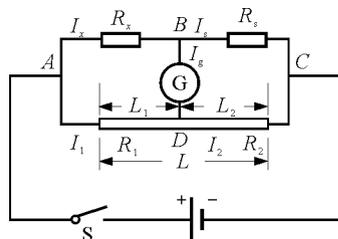


图 2 滑线式惠斯通电桥原理

如果有读数误差 ΔL ,则 L_1 和 L_2 的测量值分别为 $L_1 + \Delta L$ 和 $L_2 - \Delta L = L - L_1 - \Delta L$,那么测量 R_x 时由长度的测量误差引起的相对误差用绝对值法表示,可以由 R_x 的相对误差公式

$$\delta = \left| \frac{\Delta R_x}{R_x} \right| = \left| \frac{\Delta L}{L_1} \right| + \left| \frac{-\Delta L}{L - L_1} \right| + \left| \frac{\Delta R_s}{R_s} \right|$$

得

$$\delta' = \left| \frac{\Delta R_x}{R_x} \right| = \left| \frac{\Delta L}{L_1} \right| + \left| \frac{-\Delta L}{L-L_1} \right| = \frac{L\Delta L}{L_1(L-L_1)} = \frac{L\Delta L}{\frac{L^2}{4} - \left(\frac{L}{2} - L_1\right)^2} \quad (7)$$

从式(7)可看出,当 $L_1 = \frac{L}{2}$ 即 $C=1$ 时, δ' 取极小值,此时长度的测量误差对实验结果的影响最小^[4].因此,在实验中选用的比例臂电阻 R_1 和 R_2 尽可能阻值相等,就可以减小误差.

3.4 桥臂电阻引入的误差分析

根据式(1),我们可以求出待测电阻的阻值.由于在实验过程中的桥臂电阻通常是用电阻箱来调节的,因此,桥臂电阻的阻值误差也必然会对待测电阻的阻值产生影响.针对这一误差,可以采用以下两种方法来减小误差.

(1) 代换消除法

电桥平衡后,保持 R_1, R_2 和 R_s 不变,用一个可调电阻 R_h 代替 R_x ,调节 R_h 使电桥达到新的平衡,则有

$$R_h = \frac{R_1}{R_2} R_s$$

表1 反向补偿法的两种方式

电源电压:6 V $n:5$ 待测电阻:1 000 Ω

| $R_1 = R_2 / \Omega$ | 测量方式 | $R_{x\text{测}} = R_s / \Omega$ | $\Delta R_{s\text{左}} / \Omega$ | $\Delta R_{s\text{右}} / \Omega$ | $\Delta R_s / \Omega$ | S/div | $\Delta R_x / \Omega$ | 相对不确定度 $u(R_x) / \%$ |
|----------------------|--------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------|-----------------------|-------------------------|
| 1 000 | 指针左右偏转 | 1 000.4 | 21.2 | 24.40 | 22.8 | 219.4 | 0.9 | 0.11 |
| | 改变电流方向 | 1 000.3 | 24.40 | 23.5 | 24.0 | 208.8 | 1.0 | 2.89 |

根据表1数据可以发现,采用检流计指针左右偏转和改变电流方向这两种方法均能减小由于检流计存在零点不准而引起的系统误差.对比两种方法中电桥的相对不确定度及操作的简便性,在测量中

表2 电桥的灵敏度与比例臂比值的关系

电源电压:6 V $n:5$ 待测电阻:1 000 Ω

| R_1 / Ω | R_2 / Ω | R_s / Ω | $R_{x\text{测}} / \Omega$ | $\Delta R_{s\text{左}} / \Omega$ | $\Delta R_{s\text{右}} / \Omega$ | $\Delta R_s / \Omega$ | S/div | $\Delta R_x / \Omega$ |
|----------------|----------------|----------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------|-----------------------|
| 100 | 1 000 | 10 009.0 | 1 000.9 | 630.0 | 740.0 | 685.0 | 73.1 | 2.7 |
| 1 000 | 1 000 | 1 000.4 | 1 000.4 | 21.2 | 24.40 | 22.8 | 219.4 | 0.9 |
| 1 000 | 100 | 100.0 | 1 000.0 | 4.6 | 5.0 | 4.8 | 104.2 | 1.9 |

进而联立式(1)可以得到

$$R_x = R_h \quad (8)$$

由式(8), R_x 与 R_1, R_2 及 R_s 无关,只与替代电阻 R_h 的精度有关,消除了仪器误差对测量结果的影响^[5].

(2) 交换测量法

电桥平衡后,保持 R_x 和 R_s 的位置不变,交换 R_1 和 R_2 ,重新调节 R_s 使电桥达到新的平衡,此时将 R_s 记作 R'_s ,则有

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R'_s$$

进而联立式(1),可以得到

$$R_x = \sqrt{R_s R'_s} \quad (9)$$

由式(9)可知,待测电阻 R_x 只与比较臂电阻有关,与比例臂电阻无关,因此,互换 R_1 和 R_2 桥臂的方法消除了由 R_1 和 R_2 引起的误差^[6].

4 实验结果分析

4.1 反向补偿法的验证

反向补偿法得到的实验数据如表1所示.

应倾向于采用检流计指针左右偏转的方式.

4.2 比例臂比值的验证

比例臂比值法得到的实验数据如表2所示.

根据表2数据可以发现,在待测电阻接近其中一个比例臂电阻阻值时,比例臂的比值越接近1,电桥的灵敏度越高,其引起的仪器误差越小.因此,在

该实验的测量中应该尽可能使 $R_1 = R_2$.

4.3 3种测量方法实验数据的比较

3种方法所得实验数据比较如表3所示.

表3 3种测量方法的电桥灵敏度及误差统计表

电源电压:6 V $n:5$ 待测电阻:1 000 Ω

| $R_1 = R_2 / \Omega$ | 测量方法 | $R_{x测} / \Omega$ | $\Delta R / \Omega$ | S/div | $\Delta R_x / \Omega$ | 桥臂电阻不确定度 $u'_C(R_x)$ | 相对不确定度 $u(R_x) / \%$ |
|----------------------|-------|-------------------|---------------------|-------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1 000 | 传统测量法 | 1 000.4 | 22.8 | 219.4 | 0.9 | 1.0 | 0.11 |
| | 代换消除法 | 1 000.3 | 22.5 | 222.3 | 0.9 | 0.6 | 0.08 |
| | 交换测量法 | 1 000.4 | 22.7 | 219.1 | 0.9 | 0.4 | 0.07 |

根据表3数据可以发现,在比例臂阻值相同且待测电阻接近比例臂阻值时,采用检流计指针左右偏转的方式来消除零点误差.3种方法测得的电桥灵敏度无明显差别,电桥灵敏度引入的仪器误差亦无差别,代换消除法和交换测量法相比于传统的测量方法其电阻箱精度引入的不确定度和电桥的相对不确定度更低些,即此两种方法均能减小由桥臂电阻引入的系统误差,与理论分析相符.

中.若需提高电桥的灵敏度,应从选择灵敏度高的检流计、相等且适当减小比例臂电阻、适当增大电源电压等几个方面考虑.

本课题的研究对于实验教学是很有帮助的,在实验教学课程中,为了减小实验的误差,提高测量的精度,同时简化实验操作,代换消除法或交换测量法是最行之有效的.这样既可以节约时间,提高实验的效率,又可以锻炼学生严谨的科学思维和动手能力.希望本课题的研究可以为改进实验方案,提高测量的精确性以及改进实验教学提供有价值的参考.

5 结束语

通过本次实验研究得出以下结论:

(1) 反向补偿法中采用检流计指针分别向左、右各偏转同等角度和改变电流方向这两种方式均可以达到减小检流计存在零点不准而引起的系统误差的目的,但改变电流方向的方式中由桥臂电阻引入的不确定度较大,因此采用检流计指针分别向左、右各偏转同等角度的方式测得的实验结果更精确些.

(2) 通过实验发现:比例臂的比值越接近1,电桥的灵敏度越高,电桥灵敏度引入的仪器误差越小.

(3) 通过比较3种测量方法发现:在比例臂阻值相同时,代换消除法和交换测量法测电阻均可减小桥臂电阻引入的系统误差.

综上,在进行惠斯通电桥测电阻实验时,选取比例臂的阻值应相等且大小适当,电桥的灵敏度应适

参考文献

- 杨述武.普通物理实验(电磁学部分).北京:高等教育出版社,2009.53~59
- 王邦文,卢锦杰,竺江峰.探究桥臂电阻及待测电阻的阻值改变对惠斯通电桥相对不确定度的影响.大学物理实验,2016,29(4):93~97
- 罗晓青.惠斯通电桥测电阻的误差分析.技术物理教学,2008,16(3):43~45
- 陶洪.物理实验教学论.桂林:广西教育出版社,1996.126
- 高蓉.惠斯通电桥测量精度的改进.物理之友,2015,31(3):25~37
- 张瑞华.“用惠斯登电桥测定电阻”实验中几个问题的讨论.物理通报,1963(5):262~264