

## 2017年高考全国理综 II 卷第18题分析\*

尹明德

(秦安县第一中学 甘肃 天水 741600)

(收稿日期:2017-07-13)

**摘要:**深入分析了2017年高考全国理综 II 卷第18题,归纳了此类问题的分析解题方法,为师生的教和学提供参考.

**关键词:**圆心 区域圆 区间相应 匀速圆周运动

举国瞩目的2017年高考已经落幕,仔细琢磨理综 II 卷物理试题,考概念、考规律、考思想、考应用、考思维,重点考查“力与运动”的相关知识.其中,选择题第18题,考生或许能蒙出答案,但在有限的时间内要真正弄通、弄透本题着实不易!为使学生能想通弄透此类问题,真正达到“分层次学习——知其然,深度学习——知其所以然”之效果,特此分析.

**【原题】**如图1所示,虚线所示的圆形区域内存在一垂直于纸面的匀强磁场, $P$ 为磁场边界上的一点.大量相同的带电粒子以相同的速率经过 $P$ 点,在纸面内沿不同方向射入磁场.若粒子射入速率为 $v_1$ ,这些粒子在磁场边界的出射点分布在六分之一圆周上;若粒子射入速率为 $v_2$ ,相应的出射点分布在三分之一圆周上.不计重力及带电粒子之间的相互作用.则 $v_2 : v_1$ 为( )

- A.  $\sqrt{3} : 2$       B.  $\sqrt{2} : 1$   
C.  $\sqrt{3} : 1$       D.  $3 : \sqrt{2}$

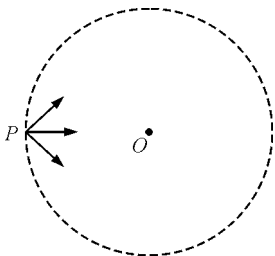


图1 题图

**弄通问题:**

(1) 圆 $O$ 的虚线边界上从 $P$ 点算起,“六分之一圆周”有6段、“三分之一圆周”有3段,哪些粒子射到分段点上(无数轨迹中找出特殊轨迹)?

(2) 如何找出射到分段点粒子的轨迹圆心?

(3) 怎样找到粒子出射区段内相对应的 $P$ 点入射区域?

**弄透问题:**

(1) 利用数学知识,对磁场圆边界进行“六分之一”或“三分之一”分割.

(2) 只要找到一个射到分割点的粒子的轨迹圆心,利用几何关系求出轨迹半径(此时题目已经解出),其余粒子的轨迹圆心均在以 $P$ 点为圆心、以 $r_1$ 或 $r_2$ 为半径的圆周上.

(3) “移动轨迹圆心——动态思维”,不难找出众粒子的入射、出射范围.

**答后反思:**如何通过构图确定粒子的轨迹圆心?如何找出“临界”轨迹?粒子运动有无对称性?求粒子轨迹半径的方法有几种?

**解析:**设粒子质量为 $m$ ,电荷量为 $+q$ ,磁场方向垂直纸面向里,且磁感应强度为 $B$ ,当入射速率为 $v_1$ 时,由 $qv_1B = m \frac{v_1^2}{r_1}$ 知,无数轨迹的半径均为

$$r_1 = \frac{mv_1}{qB} \quad (1)$$

同理,当入射速率为 $v_2$ 时,无数轨迹的半径均为

\* 甘肃省教育科学“十二五”规划“陇原名师”专项课题,“高中物理课堂教学本质规律的研究”成果之一,项目编号:GSGB[2015]

$$r_2 = \frac{mv_2}{qB} \quad (2)$$

显然

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

**第一种情况:** 讨论射入速率为  $v_2$ , 相应的出射点分布在三分之一圆周上的情况。

(1) 把区域圆的边界等分成3段  $\widehat{PB}$ ,  $\widehat{BC}$  和  $\widehat{CP}$ 。

(2) 过  $P$  点作  $PA \perp PO$ , 则  $P \rightarrow O$  表示指向圆心  $O$  进入磁场的粒子, 它将从分段点  $B$  处背离圆心  $O$  沿  $O \rightarrow B$  方向射出, 由左手定则知  $P \rightarrow A$  和  $B \rightarrow A$  分别表示粒子在  $P$  和  $B$  两点处所受洛伦兹力的方向, 或作轨迹弦  $PB$  的垂直平分线, 与  $PA$  相交于  $A$ ,  $A$  点即为轨迹圆心, 如图2所示。

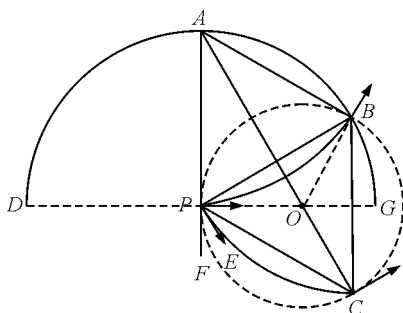


图2 第一种情况分析图

(3) 因  $\angle POB = 120^\circ$ , 故  $\angle POA = 60^\circ$ , 以  $A$  点为圆心的粒子, 其轨迹半径为

$$r_2 = PA = BA = R \tan 60^\circ = \sqrt{3}R \quad (4)$$

式中  $R$  为圆区域半径。

(4) 因  $\triangle PBA$  为等边  $\triangle$ , 故  $BP = r_2$ , 故以  $B$  点为圆心,  $r_2$  为半径作过  $C$  点的圆弧, 将是  $P$  点沿  $P \rightarrow E$  方向射入磁场的粒子的轨迹; 因  $PE \perp PB$ , 故

$$\angle OPE = 60^\circ \quad \angle EPF = 30^\circ$$

(5) 以  $P$  点为圆心,  $PA$  长为半径作圆, 则从  $P$  点射入  $180^\circ$  范围内的所有粒子 (不包括  $P \rightarrow A$ ,  $P \rightarrow F$  的两个) 的轨迹圆心将构成  $\widehat{DAG}$  半圆周。

(6) 在  $\angle OPA = 90^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的二分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{DA}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{PB}$  弧间射出; 在  $\angle OPE = 60^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的三分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{AB}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{BC}$  弧间射出; 在  $\angle EPF = 30^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的六分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{BG}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{CP}$  弧间射出。

**第二种情况:** 讨论射入速率为  $v_1$ , 相应的出射点分布在六分之一圆周上的情况。

(1) 利用数学知识, 把磁场区域圆的边界等分成6段  $\widehat{Pb}$ ,  $\widehat{bc}$ ,  $\widehat{cd}$ , ...

(2) 过  $P$  点作  $Pa \perp Pc$ , 则  $P \rightarrow c$  进入磁场的粒子, 它将从分段点  $b$  处沿垂直  $ba$  的方向射出, 由左手定则知  $P \rightarrow a$  和  $b \rightarrow a$  分别表示粒子在  $P$  和  $b$  两点处所受洛伦兹力的方向, 或作轨迹弦  $Pb$  的垂直平分线  $Oa$ , 与  $Pa$  相交于  $a$ ,  $a$  点即为轨迹圆心, 如图3所示。

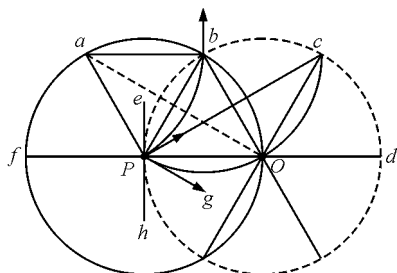


图3 第二种情况分析图

(3) 因  $\angle POB = 60^\circ$ , 四边形  $abOP$  为菱形, 以  $a$  点为圆心的粒子, 其轨迹过分段点  $b$ , 半径为

$$r_1 = R \quad (5)$$

( $R$  为圆区域半径), 至此, 把式(4)、(5)代入式(3)得出本题选项是  $C$ 。

(4) 因  $\triangle Pba$  为等边  $\triangle$ , 故  $bP = r_1$ , 以  $b$  点为圆心,  $r_1$  为半径作过  $O$  和  $c$  点的圆弧, 将是  $P$  点沿  $P \rightarrow g$  方向射出的粒子的轨迹; 因  $Pg \perp Pb$ , 故  $\angle ePc = \angle cPg = \angle gPh = 60^\circ$ 。

(5) 以  $P$  点为圆心,  $Pa$  长为半径作圆, 则  $P$  点射入的  $180^\circ$  范围内的所有粒子 (不包括  $P \rightarrow e$  和  $P \rightarrow h$  两个) 的轨迹圆心, 将构成  $\widehat{fabO}$  半圆周。

(6) 在  $\angle ePc = 60^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的三分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{fa}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{Pb}$  弧间射出; 在  $\angle cPg = 60^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的三分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{ab}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{bc}$  弧间射出; 在  $\angle gPh = 60^\circ$  范围内射入的粒子, 占总数的三分之一, 轨迹圆心在圆  $P$  的  $\widehat{bO}$  弧上, 将从圆  $O$  的  $\widehat{cd}$  弧间射出。

至此, 读者是否体会到本题才全面“贯通”了? 这种探究性解题方法如同“剥葱”之法, 有的考生即使答案对了, 思维上却不一定如此清晰!

**对比练习:**如图4所示,在半径为 $R$ 的圆形区域内,存在垂直圆面的匀强磁场,圆边上的 $P$ 处有一粒子源,沿垂直于磁场的各个方向,向磁场区发射速率为 $v_0$ 的同种粒子.现测得,当磁感应强度为 $B_1$ 时,粒子均从由 $P$ 点开始的弧长为 $\frac{1}{2}\pi R$ 的圆周范围内射出磁场;当磁感应强度为 $B_2$ 时,粒子则从由 $P$ 点开始的弧长为 $\frac{2}{3}\pi R$ 的圆周范围内射出磁场.不计粒子的重力,则( )

- A. 前后两次粒子运动的轨迹半径之比  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$
- B. 前后两次粒子运动的轨迹半径之比  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- C. 前后两次磁感应强度的大小之比  $\frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- D. 前后两次磁感应强度的大小之比  $\frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

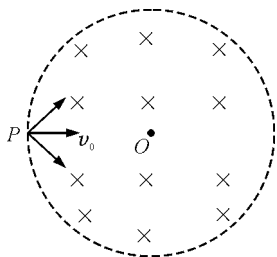


图4 对比练习题图

**解析:**(1) 题设“……粒子均从由 $P$ 点开始的弧长为……”,明确了从 $P$ 点起四分之一圆周和三分之一圆周射出区间.

(2) 从离 $P$ 点四分之一圆周的 $Q$ 点或三分之一圆周的 $H$ 点射出的粒子(见图5和图6),其轨迹有何特点?

(3) 所有粒子的轨迹半径  $r_1 = \frac{mv_0}{qB_1}$  或  $r_2 = \frac{mv_0}{qB_2}$  相同,入射点、出射点相距最远时, $PQ$ 和 $PH$ 线段只能是轨迹的直径.

(4) 以 $+q$ 为例,构图如图5所示,半圆轨迹过区域圆心 $O$ 点,圆心是 $PQ$ 的中点 $O_1$ ,由几何关系知  $2r_1 = \sqrt{2}R$  或  $\sqrt{2}r_1 = R$ ,即  $r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ ;同法构建图6,知

$$r_2 = R \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

(5) 由以上分析得  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ,B选项正确.且有

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

D选项正确.

(6) 其他粒子的运动轨迹(劣弧或优弧),入射点 $P$ 至相应出射点的距离总比 $PQ$ 和 $PH$ 要小.

(7) 前述高考题也能这样求解出正确答案!真是歪打正着.

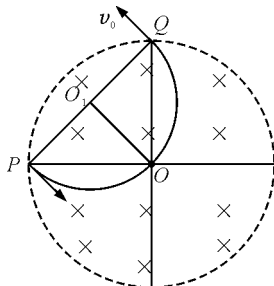


图5 从Q点射出的轨迹图

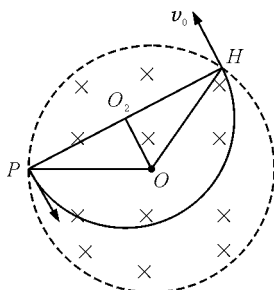


图6 从H点射出的轨迹图

对比两题解析不难发现:因高考题关于粒子射出范围叙述得模糊,使思维开放性增加;对选择题师生着眼于迅速作答,常不书写繁难的作答过程,这将制约着学生对问题深入、发散地思考,不利于“求异思维”的培养.

综上所述,从大量粒子中提取1~2个“临界”粒子,关键要抓住“分界点”,用构图来寻找几何关系;每个粒子的轨迹圆心是3条直线(图2中) $PA$ , $OA$ , $BA$ 中任意两条直线的交点;由几何关系求半径、由洛伦兹力等于向心力求半径、运动轨迹关于轨迹弦的中垂线对称是3个不变的思路;有的问题中,“临界”轨迹是与一个或两个边界相切,有的问题中则是粒子通过二边界的交点;此类问题均要具体分析、数理并举、准确构图、动态思维.