

对2017年高考江苏物理卷一道关于点电荷电势问题的思考

陈爱臣

(常熟外国语学校 江苏 苏州 215500)

(收稿日期:2017-08-12)

摘要:由2017年高考江苏物理卷一道关于点电荷电势问题得到启发,主要分析了位于 x 轴上的两个正负点电荷所产生的电势分布的各种可能情况,并运用 Mathematica 编程软件大致描绘出了各种情况下电势的分布图。

关键词:2017年高考江苏物理试题 点电荷 电势

1 问题的提出

从最近几年的江苏物理高考卷来看,每年基本都会出现关于点电荷或者带电小球电场强度、电势能、电势等电场方面的问题,其意在考查学生对电场方面相关知识点的理解是否到位,以及能否灵活地运用到具体题目当中。前几年(2016年、2015年、2013年)的考题都是直接给出带电体的电场线分布图,然后让学生根据电场线分布判断下列说法哪些是正确的。基于此,学生可以运用以下3个知识点来解答此类问题:

- (1) 根据电场线的疏密程度来判断电场强度的大小。
- (2) 沿着电场线方向,电势逐渐降低。
- (3) 根据电场力做功情况来判断电势能变化的情况。

但是,2017年高考江苏物理卷有一道关于电场的试题却考出了新的高度,其给出两个点电荷所产生的电势 φ 在 x 轴上的分布情况,然后让学生根据电势分布判断出两个点电荷所带电荷量的正负情况,以及一些关于电场强度、电势能和电场力做功的问题。高中阶段的学生大多数能够掌握点电荷电场强度的计算公式

$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad (1)$$

但是对于电势是如何分布的则相对比较模糊,只有一些定性的了解,如:一般规定无穷远处电势为零,而且沿着电场线方向,电势逐渐降低,那么正电荷附近的电势均为正的,负电荷附近的电势均为负的。所

以学生想做对这道题不是很容易,尽管有的学生分析能力比较强,也可以得出此题的正确答案,但对于到底是怎样的两个点电荷以及它们如何放置才能形成题中所给出的电势分布情况,仍然不是很清楚。所以笔者觉得此题有必要继续分析下去,这样有助于加强学生对于点电荷电势问题的进一步理解。

2 原题及解析

【题目】(2017年高考江苏物理卷第8题)在 x 轴上有两个点电荷 q_1, q_2 ,其静电场的电势 φ 在 x 轴上分布如图1所示。下列说法正确的有()

- A. q_1 和 q_2 带有异种电荷
- B. x_1 处的电场强度为零
- C. 负电荷从 x_1 移到 x_2 , 电势能减小
- D. 负电荷从 x_1 移到 x_2 , 受到的电场力增大

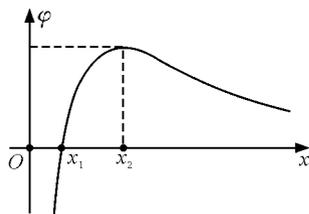


图1 原题题图

解析:关于点电荷,学生们并不陌生,他们头脑中立刻可以想到如图2所示的模型,一般规定无穷远处电势为零,且沿着电场线方向,电势逐渐降低,那么正电荷附近的电势为正的,负电荷附近的电势为负的,从题目图中可以看出,电势有正有负,所以 q_1 和 q_2 带有异种电荷,A正确。至于电场强度和电势之间的具体关系,高中并未涉及,学生能想到匀强电场中的电场强度和电势存在 $U=Ed$ 的关系,然后

两边取微小变化量 $\Delta U = E\Delta d$ (当 Δd 很小时, 在这一段距离内电场也可以看成是匀强电场), 所以电势曲线斜率的大小代表电场强度的大小, 故 B 和 D 可以判断出来都是错误. 选项, 可用电场力做功来判断 $W = -q(\varphi_{x1} - \varphi_{x2})$, 因为 $\varphi_{x1} - \varphi_{x2} < 0$, 故 $W > 0$, 即电场力做正功, 电势能减小, C 正确.

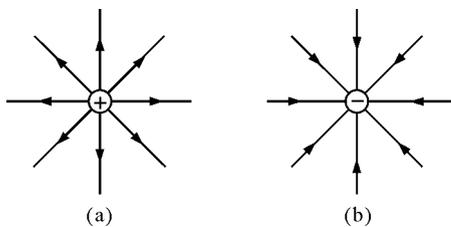


图2 点电荷的电场

到此, 题目已经解答完毕, 但对于到底是怎样的两个点电荷以及它们如何放置才能形成题中所给出的电势分布情况, 仍然不是很清楚, 带着这些疑问, 笔者又进行了以下分析.

3 对原题电势分布的分析与讨论

根据人教版教材《物理·选修3-1》上对电势的定义为: 电荷在电场中某一点的电势能与它的电荷量的比值, 叫做这一点的电势^[1]

$$\varphi = \frac{E_p}{q} \quad (2)$$

要想求出空间上某点的电势, 必须先求出点电荷在该点时的电势能, 一般的, 选取无穷远处的电势能为零, 那么电势能就为电场力从此处到无穷远处所做的功的多少 ($W_{A\infty} = E_{pA} - E_{p\infty}$, $E_{p\infty} = 0$). 如图 3(a) 所示, 这里我们选取一个电荷量为 Q_+ 的正点电荷为例, 且此点电荷处于 x 轴的原点上, 我们在 r 处放置一个电荷量为 q 的试探电荷, 从 r 处到无穷远处电场力做的功就是此处电势能, 我们知道电场力 ($F = kQ_+ \frac{q}{x^2}$) 是一个变力, 那么其做功如何求呢? 我们在距离 r 处选取很小的一段距离 Δr , 如果 Δr 足够小, 那么在这很小的一段距离内, 电场力可以看成是一个恒力, 即 $F_r = kQ_+ \frac{q}{r^2}$, 其做功为 $\Delta W = F_r \Delta r$ [图 3(b) 中阴影部分的面积]. 从 r 处到无穷远处, 可以分割成 n 个 Δr ($n \rightarrow \infty$), 然后累加求和就可以求出电场力从 r 处到无穷远处所做的功

$$W = \sum_1^n \Delta W = \sum_1^n F_{r,n} \Delta r$$

即图 3(c) 阴影部分的面积. 这也是积分中无限分割再求和的思想, 高中阶段学生学过的微元法其实就是积分的思想, 这里不过多讲解如何积分, 直接给出结果, 即

$$W = \int_r^\infty k \frac{Q_+ q}{x^2} dx$$

解得

$$W = k \frac{Q_+ q}{r}$$

正点电荷 Q_+ 在 x 轴 r 处的电势为

$$\varphi_+ = k \frac{|Q_+|}{r} \quad (3)$$

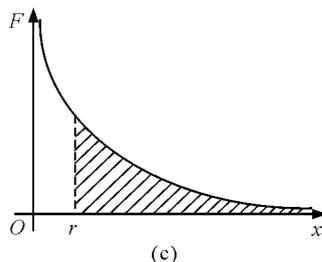
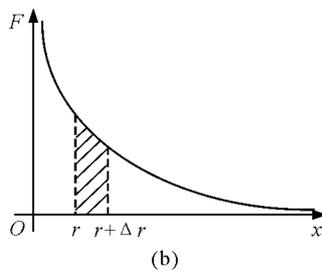
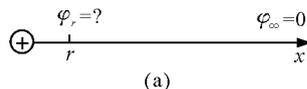


图3 点电荷的电势及电场力做功

同理, 负电荷的电势也可以得出, 其表达式为

$$\varphi_- = -k \frac{|Q_-|}{r} \quad (4)$$

从式(3)和式(4)可以看出点电荷在 x 轴上的电势与距离成反比例函数的关系, 如图 4 所示.

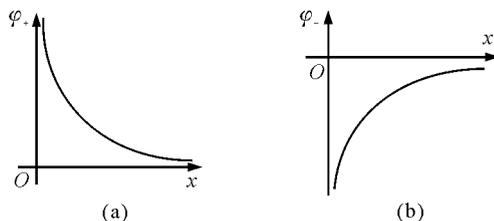


图4 点电荷的电势分布

从 2017 年高考江苏物理卷多选题第 8 题所给的电势分布图可以判断出负电荷一定处于 x 轴原点或原点附近, 因为只有无限靠近负电荷时电势才

会趋于负无穷. 为了方便, 这里假设其处于 x 轴原点处. 由于这里只考虑 q_1 和 q_2 两个点电荷在 x 轴上的电势分布, 那么正电荷只能处于负电荷的左右两端. 首先, 我们假设正电荷在距离负电荷右端 d 处, 由于电势是标量, 可以直接相加减^[2], x 轴上总的电势表达式可以写成

$$\varphi_{\text{总}} = \begin{cases} k \frac{|Q_+|}{d-x} + k \frac{|Q_-|}{x} & (x < 0) \\ k \frac{|Q_+|}{d-x} - k \frac{|Q_-|}{x} & (0 < x < d) \\ k \frac{|Q_+|}{x-d} - k \frac{|Q_-|}{x} & (x > d) \end{cases} \quad (5)$$

由此, 就会发现 $\varphi_{\text{总}}$ 是关于 x 的函数, 同时还与正负电荷所带的电荷量有关. 这里对其进行分类讨论, 并运用 Mathematica 编程软件大致描绘出 $\varphi_{\text{总}}$ 在 x 轴上的分布.

(1) 当 $|Q_-| \geq |Q_+|$ 时, 其 $\varphi_{\text{总}}$ 大致曲线如图 5 所示.

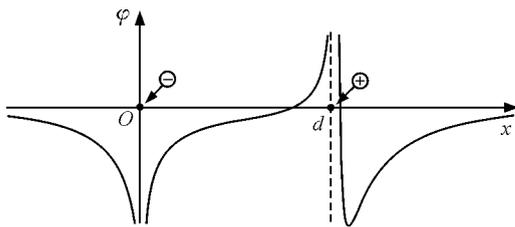


图 5 $|Q_-| \geq |Q_+|$ 时 $\varphi_{\text{总}}$ 的分布曲线

(2) 当 $|Q_-| < |Q_+|$ 时, 其 $\varphi_{\text{总}}$ 大致曲线如图 6 所示.

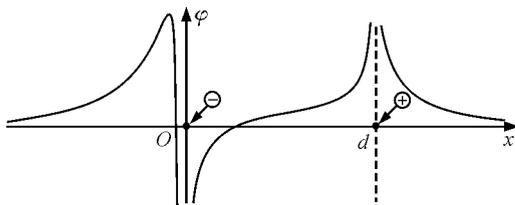


图 6 $|Q_-| < |Q_+|$ 时 $\varphi_{\text{总}}$ 的分布曲线

同理, 当正电荷在距离负电荷左端 d 处, x 轴上总的电势表达式可以写成

$$\varphi_{\text{总}} = \begin{cases} k \frac{|Q_+|}{-x-d} + k \frac{|Q_-|}{x} & (x < -d) \\ k \frac{|Q_+|}{d+x} + k \frac{|Q_-|}{x} & (-d < x < 0) \\ k \frac{|Q_+|}{x+d} - k \frac{|Q_-|}{x} & (x > 0) \end{cases} \quad (6)$$

(3) 当 $|Q_-| \geq |Q_+|$ 时, 其 $\varphi_{\text{总}}$ 大致曲线如图 7 所示.

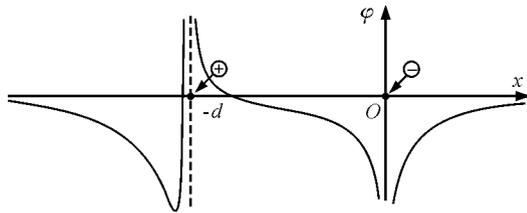


图 7 $|Q_-| \geq |Q_+|$ 时 $\varphi_{\text{总}}$ 的分布曲线

(4) 当 $|Q_-| < |Q_+|$ 时, 其 $\varphi_{\text{总}}$ 大致曲线如图 8 所示.

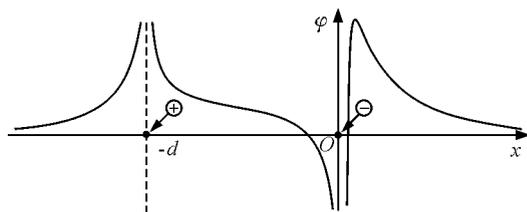


图 8 $|Q_-| < |Q_+|$ 时 $\varphi_{\text{总}}$ 的分布曲线

至此, 发现只有图 8 中 x 轴正半轴的电势曲线与 2017 年高考江苏物理卷多选题第 8 题所给的电势分布图相似. 由此可以判断出, 高考题中负电荷大致处于原点处, 而正电荷处于其左端, 且正电荷所带的电荷量大于负电荷, 即 $|Q_-| < |Q_+|$. 更进一步, 甚至可以求出题中 x_1 和 x_2 的具体坐标, 只看式 (6) 中 $x > 0$ 部分, 令

$$\varphi_{\text{总}} = k \frac{|Q_+|}{x+d} - k \frac{|Q_-|}{x} = 0$$

可以解得

$$x_1 = \frac{d}{\left| \frac{Q_+}{Q_-} \right| - 1}$$

求出 $\varphi_{\text{总}}$ 对于 x 的导数并令其等于零可以解得 x_2 的具体坐标, 即

$$\begin{aligned} \varphi'_{\text{总}} &= -k \frac{|Q_+|}{(x+d)^2} + k \frac{|Q_-|}{x^2} = 0 \\ x_2 &= \frac{d}{\sqrt{\left| \frac{Q_+}{Q_-} \right|} - 1} \end{aligned}$$

总结: 到这里, 这道关于点电荷电势的高考题显得更加地清晰, 电荷位置如何摆放, 带电荷量的多少都可以判断出来. 如果学生能够掌握文中点电荷电势分布的表达式, 并且灵活地运用到具体题目中, 相信对于电势这一高考热点问题会有更加深刻的理解.

参考文献

- 1 人民教育出版社. 普通高中课程标准实验教科书物理选修 3-1. 北京: 人民教育出版社, 2004. 17 ~ 18
- 2 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学 (第 2 版). 北京: 高等教育出版社, 2002. 76 ~ 89