

浅谈改变平行粒子束宽度的磁区设计

——以“磁聚焦模型”为例

孙 策

(慈溪市慈中书院 浙江 宁波 315300)

(收稿日期:2017-08-17)

摘要:通过对一个简单的平面磁聚焦模型的拓展研究,讨论了点与平行粒子束的磁聚焦以及利用磁聚焦模型改变平行粒子束宽度的磁区设计.

关键词:磁聚焦 平行粒子束 宽度

新课程的基本理念强调学生所学知识应加强与科技发展的联系,关注物理学在当代科学技术发展中的应用以及由此取得的重要成果.因此,课堂教学应及时引入学生感兴趣,又能反映物理学最新研究成果的内容和素材.有时候限于高中学生的认知能力,教师可以把素材进行简化处理,或者选取经过讨论探究能解决的内容,以此提升学生的学习体验,感受知识的魅力,激发学生的创新热情.通过长时间的培养,提高学生综合应用所学知识,解决和分析问题的能力.

2016年1月份,我国科技界传出了一则令人振奋的消息.《科技日报》报道我国新一代磁聚焦霍尔电推进系统研制成功,将在世界上首次实现电推进系统在高轨卫星上的飞行验证.霍尔推力器通过合理的磁场设计形成特定的磁场位形,磁场对通道中的离子束进行约束,形成聚焦良好的等离子束流,以此提高推力器各种工作性能.目前,霍尔推力器的磁场设计仍然处在不断优化的过程中.磁聚焦技术广泛应用于科研和工业生产中,例如用磁聚焦法测量地磁场和电子的荷质比,电子显微镜中也用到了磁聚焦原理.那么,什么是磁聚焦呢?

1 溯本追源 情形呈现

现代科学研究中,经常需要通过添加磁场使运动的带电粒子汇聚到一起,这个技术手段称之为磁聚焦.如图1所示,质量为 m 的带电粒子初速度为 v ,与匀强磁场 B 成 θ 角,这时我们可以把初速度 v 分解为水平方向的速度 $v_{//} = v \cos \theta$ 和竖直方向的速度 $v_{\perp} = v \sin \theta$,与之对应的运动分别是水平方向的匀速

直线运动和竖直面内(垂直于匀强磁场 B)半径为 $r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \theta}{qB}$ 的匀速圆周运动,粒子的运动轨迹是一条螺旋线.

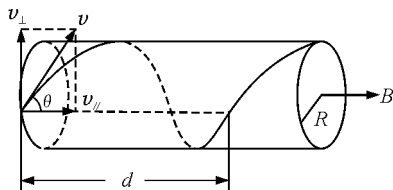


图1 空间磁聚焦模型

由于 $v_{//}$ 相同,且圆周运动的周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$ 也相同,所以带电粒子每回旋一周所前进相同的距离,即螺距

$$d = T v_{//} = \frac{2\pi m}{qB} v_{//} = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \theta$$

当 θ 很小时 $v_{//} = v \cos \theta \approx v$

$$v_{\perp} = v \sin \theta \approx v \theta \quad d = \frac{2\pi m v}{qB}$$

由于粒子的速度 $v_{\perp}$ 不同,在磁场的作用下,各粒子将沿不同半径的螺旋线前进,但经过螺距 d 后又重新聚焦在同一点,这种现象叫做磁聚焦^[1].

经上面的分析可知,粒子汇聚于一点是一个空间运动的问题,也是粒子同时参与两种运动合成的结果.而空间运动合成的问题,学生理解起来是比较困难的,因此若要把该素材引入到课堂教学中去,就需要把模型进行简化,使更多的学生能参与进来.

2 精简模型 自主探究

若使带电粒子的初速度为 v 与匀强磁场 B 垂

直,则可把空间运动问题简化为平面运动问题.如图 2 所示,在 xOy 平面内有一半径为 R 的圆,其圆心为 O' .在圆形区域内有一垂直 xOy 平面向外的匀强磁场,磁感应强度为 B .在圆的左边发射一束沿 x 轴正方向的平行粒子束,粒子的质量为 m ,电荷量为 $+q$,速度为 v ,粒子的重力不计.发射时该平行粒子束分布在 $0 < y < 2R$ 的区间内,设某一粒子入射点为 M ,出射点为 N ,轨迹圆心为 P .若粒子在磁场中做圆周运动的半径 $r = \frac{mv}{qB}$ 和圆形磁场的半径 R 相等,则 $MPNO'$ 必为菱形, $MP \parallel NO'$,因此 N 点恰好与 O 点重合,即粒子从 O 点射出磁场,考虑到 M 点具有任意性,易知所有从左侧水平入射圆形磁场的粒子都从 O 点射出,即水平向右的平行粒子束被圆形磁场聚焦到 O 点.通过简化模型研究后发现,在二维平面内设计适当的圆形磁区也能使带电粒子聚焦.

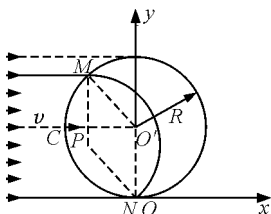


图 2 平面磁聚焦模型

3 逆向思考 设计磁区

如果在圆形匀强磁场区域的边界上某点向四周发射速率相同的带电粒子,且带电粒子在磁场中运动的轨迹半径与磁场区域半径相同,那么所有粒子射出磁场时运动方向一定平行,即可以从粒子源变成平行粒子束.类似凸透镜将点光源发出的光变成平行光(图 3).现代科学研究中,也经常需要使用平行粒子束,但在不同的科学研究和实验操作中可能需要使用不同宽度的平行粒子束.因此,利用磁聚焦模型获取不同宽度的平行粒子束就值得我们深入研究.为此,笔者创设了一个具体的物理问题,重点研究了以下两个方面.

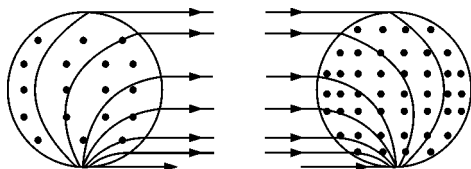


图 3 对称的圆形磁区

3.1 确定平行粒子束的宽度

【模型拓展 1】如图 4 所示,在半径为 $R=0.10\text{ m}$ 的圆形区域内分布着垂直纸面向里的匀强磁场,磁感应强度 $B=0.30\text{ T}$,圆的左端跟 y 轴相切于直角坐标系的原点 O .在第 I 象限内 $y=2R$ 处有一足够长的荧光屏 MN ,其 P 处 $(R,2R)$ 有一小孔, N 点坐标为 $(2R,2R)$.置于原点 O 的粒子源,可向各个方向发射出速率 $v_0=3.0 \times 10^6\text{ m/s}$ 的带正电的粒子流,荷质比 $\frac{q}{m}=1.0 \times 10^8\text{ C/kg}$,其中从 O 点沿 x 正方向出射的粒子经磁场偏转后沿 y 轴正方向射入小孔 P ,粒子重力不计.问:从 O 点出射的粒子经磁场偏转后落在荧光屏 MN 上的范围?

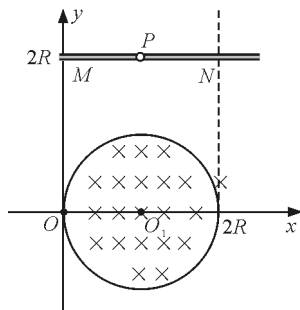


图 4 模型拓展 1

分析:如图 5 所示,粒子在磁场中的运动半径 $r=R$,故从 O 点出射的粒子经磁场偏转后落在荧光屏 MN 上的范围是为 $2R$ (图 6).

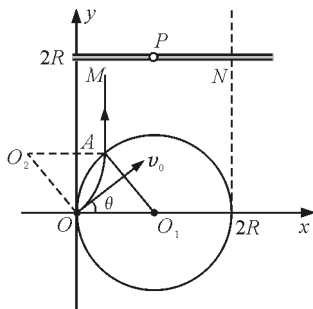


图 5 O_1AO_2O

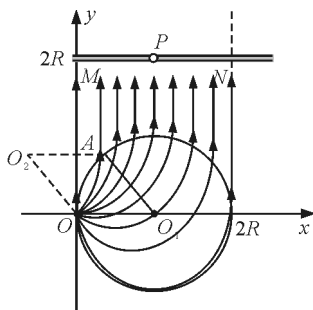


图 6 平行粒子束的宽度

经上面的分析可知,平行粒子束的宽度是圆形

磁区的直径,因此在科学研究中可以根据所需平行粒子束的宽度,在磁聚焦模型中设置相应的圆形磁区半径.

3.2 改变平行粒子束的宽度

在一些实验操作中,有时需要在平行粒子束的运动过程中改变其宽度. 我们可以对磁聚焦模型中的圆形磁区做进一步设计,以实现平行粒子束宽度的变化. 为此,笔者在前面的模型拓展基础上再设计了一个问题.

【模型拓展 2】类比几何光学中通过透镜汇聚与发散的规律改变平行光束宽度的方法(图 7),在荧光屏 MN 上下表面附近区域 I 和 II 中设计两个圆形磁区,使平行粒子束通过小孔 P 后,在 $0.5R < x < 1.5R$ (平行粒子束宽度变为 R) 范围内沿着 y 轴正方向继续运动.

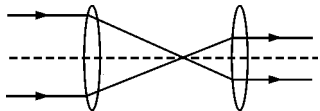


图 7 光透镜改变平行光束的宽度

3.2.1 如何使所有经磁场偏转的粒子通过小孔 P
可利用逆向对称的物理思想,分别以 M, N 为圆心设置两个半径为半径 $R = \frac{mv_0}{qB}$ 的圆形磁场,宽度为 $2R$ 的平行粒子束经两磁场偏转后汇聚于 P 处(图 8).

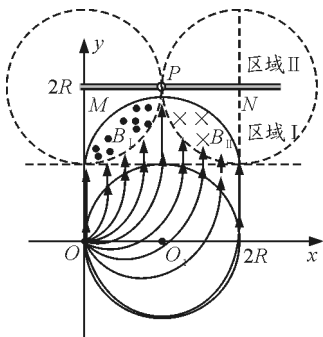


图 8 模型拓展 2

3.2.2 如何使得所有通过小孔 P 的粒子,形成宽度为 R 的平行粒子束?

【案例】在 xOy 平面内有许多电子(质量为 m , 电荷量为 e),从坐标原点 O 不断以相同大小的速度 v_0 沿不同的方向射入第一象限,如图 9 所示. 现加上一个垂直于 xOy 平面向里的磁感应强度为 B 的匀强磁场,要求这些电子穿过该磁场后都能平行于 x 轴向 x 轴正方向运动,试求出符合条件的磁场的最

小面积.

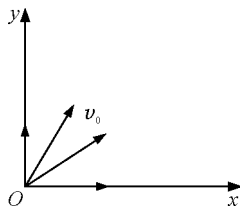


图 9 案例附图

分析:所有电子在所求的匀强磁场中均做匀速圆周运动,由 $ev_0B = m \frac{v_0^2}{R}$

得半径为 $R = \frac{mv_0}{eB}$

设与 x 轴正向成 α 角入射的电子从坐标为 (x, y) 的 P 点射出磁场(图 10),则有

$$x^2 + (R - y)^2 = R^2 \quad (1)$$

此式即为电子离开磁场的下边界 b 的表达式.

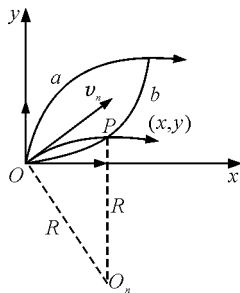


图 10 磁区边界

当 $\alpha = 90^\circ$ 时,电子的运动轨迹为磁场的上边界 a ,其表达式为

$$(R - x)^2 + y^2 = R^2 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式所确定的面积就是磁场的最小范围,其面积为

$$S = 2 \left(\frac{\pi R^2}{4} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{\pi - 2}{2} \left(\frac{mv_0}{eB} \right)^2$$

受上面这个问题的启发,就不难得到两个区域内的磁场分布,如图 11 所示.

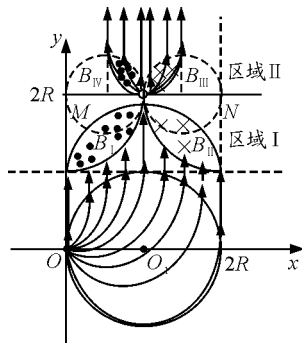


图 11 改变平行粒子速宽度的磁区设计

区域 I 中的磁场

$$B_I = B_{II} = \frac{mv_0}{qR} = 0.30 \text{ T}$$

B_I 方向垂直纸面向外, B_{II} 方向垂直纸面向里, 面积为

$$S_I = S_{II} = \frac{\pi - 2}{2} R^2$$

同理可知区域 II 中的磁场

$$B_{III} = B_{IV} = \frac{2mv_0}{qR} = 0.60 \text{ T}$$

B_{III} 方向垂直纸面向里, B_{IV} 方向垂直纸面向外, 面积为

$$S_{III} = S_{IV} = \frac{\pi - 2}{8} R^2$$

4 合理推广 拓展视野

通过磁聚焦模型中的磁区设计, 实现了平行粒子束通过 P 孔后宽度变为原来的一半. 进一步研究还可得到区域 I 和 II 中两个磁场的比值, 同区域 I 和 II 中的平行粒子束宽度的比值是倒数的关系. 因此, 磁聚焦模型中的磁区设计, 为获取不同宽度的平行粒子束以及改变运动过程中平行粒子束的宽度, 提供了理论上的支持, 扩大了平行粒子束在科学研究中的应用范围.

参考文献

- 倪富昌. 磁约束与真假磁聚焦. 中学物理, 2015, 33(15): 92 ~ 93

(上接第 51 页)

可知时间常数为 $\tau = \frac{m}{k}$, 稳态速度为 $v_\infty = \frac{F}{k}$. 已知初速度为 v_0 , 可知速度关系式为

$$v = v_\infty + (v_0 - v_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

$$\frac{mg}{k} + (v_0 - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t}$$

取导数可得加速度为

$$a = \left(g - \frac{kv_0}{m}\right)e^{-\frac{k}{m}t} = a_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

速度图像如图 4(a) 所示, 加速度图像如图 4(b) 所示, 都存在水平渐近线, 这种加速运动过程是瞬态过程.

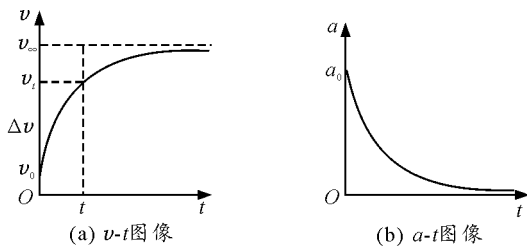


图 4

空气阻力的冲量为 $\bar{f} \cdot \Delta t = kx$, 对雨滴的运动过程由动量定理有 $mgt - kx = mv - mv_0$.

由此可得位移随时间变化的关系式为

$$x = \frac{mg}{k}t - \frac{m}{k}(v - v_0) =$$

$$\frac{mg}{k}t - \frac{m}{k}\left(\frac{mg}{k} - v_0\right)(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

考虑到图 2(a) 中的凹边梯形与图 4(a) 中的凹边梯形相似, 那么对于图 4(a), 速度图线 with 时间轴

围成的凸边梯形面积等于对应的矩形面积 $S_1 = v_\infty t$ 与凹边梯形面积 $S_2 = \Delta v \cdot \tau$ 之差. 其中

$$\Delta v = v_t - v_0 = (v_\infty - v_0)(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

从命题角度而言, 为了保证空气阻力与速率成正比, 稳态速度 $v_\infty = \frac{F}{k}$ 的值不能太大, 那么 k 取值应较大, 因此时间常数 $\tau = \frac{m}{k}$ 很小, 则 $t = 5\tau$ 较小, 所以雨滴将很快达到稳态速度.

只要物体受到线性阻力 $f = kv$ 的作用做减速运动, 或者物体在恒力 F 和线性阻力 f 共同作用下做减速直线运动或加速直线运动, 物体将趋于停止或趋于匀速运动, 有关物理量随时间变化的过程是瞬态过程.

参考文献

- 黄俊生. 关于“另类匀变速运动”的变化规律. 物理教师, 2015, 36(9): 封三
- 赵静玲, 戴儒京. 电磁感应习题的另类解法. 物理教学, 2010, 32(2): 42 ~ 44
- 杨榕楠. 科学探究的序曲. 中学物理教学参考, 2010, 39(8): 2 ~ 6
- 张军. 浅谈物体速度的变化对位移是均匀的变速运动. 物理教师, 2014, 35(8): 58 ~ 59
- 岳守凯. 探究雨滴的形成与运动. 物理教学, 2011, 32(2): 51 ~ 52
- 郑金. 利用结论巧解“甲虫和橡胶带”问题. 物理通报, 2012(4): 61 ~ 63