

善用函数图像中的“点线面”巧解物理问题^{*}

吴广国

(北京景山学校 北京 100006)

姜珊

(北京景山学校 北京 100006; 中央民族大学理学院 北京 100081)

邹斌

(中央民族大学理学院 北京 100081)

(收稿日期: 2017-09-18)

摘要:在中学物理教学过程中,图像法是解决物理问题一种简便直观的重要方法.求解中借用“图像法”往往可以帮助学生更好地分析物理问题,建立清晰的物理模型,提高解决物理问题效率.利用图像解决物理问题,需清楚知道横坐标和纵坐标代表的物理量,明确图像中出现的“与坐标轴交点”、“曲线斜率”、“面积”等物理意义,只有这样才能快速、高效地解决物理问题.

关键词:函数图像 截距 斜率 面积

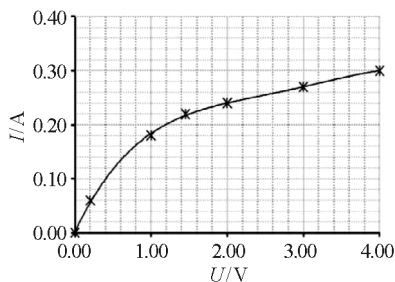
函数图像能够形象直观地描述物理规律,在解决物理问题的过程中,可以避免复杂的运算过程.要想熟练地运用物理函数图像来解决问题,首先要理解物理函数图像所表达的物理内涵,在认清是研究哪两个物理量关系的基础上,理解图像中“与坐标轴交点”、“曲线斜率”、“面”等数学概念的物理意义,并推断出图像表述的物理情景.将函数图像与函数方程联系起来,进一步获取有效信息,解决物理问题^[1].本文中,笔者选取几道北京近年典型高考题或模拟题,详细阐述如何利用函数图像中的点、线、面,灵活解决物理问题.

1 抓住函数图像的关键“点”

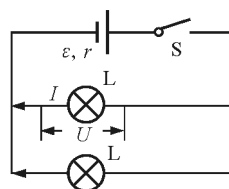
函数图像的核心“点”,主要包括图线的拐点和交点^[2].用关键点进行解题时,首先应了解该函数图像横、纵坐标轴所代表的物理量,然后进一步判断其是否具有特殊的物理意义,以便利用其巧解物理问题.

【例1】某同学利用滑动变阻器分压接法来描绘小灯泡的伏安特性曲线,该同学在获得了小灯泡的 $I-U$ 图像如图 1(a) 后,又把两只这样的小灯泡并联,直接接在电动势为 4 V,内阻为 $8\ \Omega$ 的电源上组成闭合回路.请你利用图像计算此时一只小灯泡的

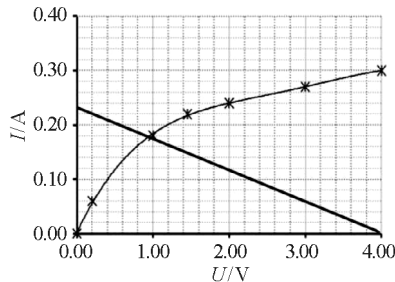
功率约为 _____ W(结果保留 2 位有效数字).



(a) 小灯泡伏安特性曲线



(b) 电源给两关联小灯泡供电电路



(c) 交点法求灯泡的工作状态

图 1 题图

^{*} 全国教育信息化重点专项课题“基于微课的翻转课堂教学模式创新应用研究”子课题;编号:JYB1503004A

通讯作者:邹斌(1980-),男,博士,副教授,研究方向:物理教育.

解析:因小灯泡灯丝电阻率随温度的增加而增大,小灯泡电阻在变化.当用电动势为4 V,内阻为8 Ω 的电源给并联的两个小灯泡供电时,其形成的电路图如图1(b)所示.这道题目是一道常规题目的拓展与延伸.在“测量电源电动势和内阻”的实验中,我们通过改变外电路滑动变阻器的阻值来改变路端电压和电路电流,测量电源的路端电压和电路电流(也是通过电源的电流),可以得到电源的 $U-I$ 特性函数图像.如果同时给出非线性原件灯泡的伏安特性曲线,拿此电源给该灯泡供电的话,则同时满足灯泡的 $U-I$ 函数图像和电源 $U-I$ 特性函数图像,也就是两个函数图像的“交点”,即为实际工作状态点,简称工作点.

而本题是利用该电源给两个完全相同的已经给出 $U-I$ 特性曲线的小灯泡供电,此时我们不改变小灯泡曲线图,仍然设小灯泡两端电压为 U 和通过小灯泡的电流为 I ,由全电路的欧姆定律 $\epsilon = U + 2Ir$,可求得函数: $U = -16I + 4$.在图1(a)的基础上,做出该函数的图像,如图1(c)所示.则交点对应的电压和电流就是此时小灯泡的工作点.交点坐标 $U = 1.02$ V, $I = 0.186$ A,由此可以得到每个小灯泡的电功率约为 $P = UI = 0.19$ W.

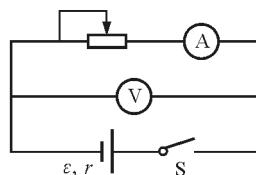
此类问题在高中物理问题中较为常见,比如用已知电源给某一定值电阻 R 供电,用已知电源给某一已知 $U-I$ 特性曲线的小灯泡或者二极管供电,此时通过以上办法作出函数图像的交点即为工作点.然后再按照题目要求进行计算,模型清晰、直观,易于解决和处理复杂物理问题.

2 巧用函数图像的常见“线”

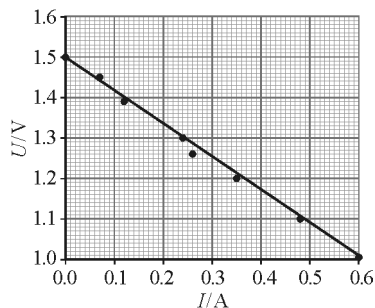
截距是图线与两坐标轴交点的横、纵坐标,所代表的坐标数值表示当一个物理量为零时,另一个物理量的数值是多少,也就是说明明确表明了研究对象的某种特定状态.图像中的直线或者曲线的切线,其斜率通常也具有明确的物理意义.物理图像的斜率代表两个物理量增量之比,其大小有可能是另一个物理量值^[3].可见,深入理解“截距”、“斜率”的物理意义,对于图像法解决物理问题,具有事半功倍的效果.

【例2】(2014年高考北京卷第21题)利用电流表和电压表测定一节干电池的电动势和内电阻.要

求尽量减少误差,选取如图2(a)所示电路图.由考题中的题设给出 $U-I$ 曲线如图2(b)所示,可以得出干电池的电动势 $E =$ _____ V,内电阻 $r =$ _____ Ω .



(a) 测量电源电动势和内阻电路图



(b) 电源 U (路端电压)- I 图线

图2 例2题图

解析:这道北京高考实验题是在考查学生课内实验内容,其根本还是要搞清楚实验原理,图2(b)的横坐标为电路中的电流,纵坐标为电源路端电压.从图像来看,图线与纵坐标的交点(即截距)的含义是电流为零时的路端电压,也就是电源的电动势 ϵ ;而斜率 $k = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ 究竟具有什么样的物理意义?根据闭合电路的欧姆定律 $U + Ir = \epsilon$,可得

$$U = -rI + \epsilon$$

再由函数关系式可知斜率

$$k = -r = -0.83$$

所以 $r = 0.83 \Omega$ $\epsilon = 1.50$ V

误差分析:考虑在实际情况下,电路中电压表分流将导致电流表的示数小于通过电源的电流.设电压表内阻为 R_V ,根据闭合电路欧姆定律得

$$U + \left(I + \frac{U}{R_V}\right)r = \epsilon$$

化简得 $U = -\frac{R_V}{R_V + r}rI + \frac{R_V}{R_V + r}\epsilon$

根据实验数据得到的图像截距实际应该等于 $\frac{R_V}{R_V + r}\epsilon$,而我们认为等于 ϵ ,因这个系统误差,所以电源电动势的测量值略小于真实值;同理,电源内阻的测量值也略小于真实值.

3 善用函数图像的各种“面”

物理图像上的“面”是指函数图像与横坐标轴所围成的“面积”，其对应着一个新的物理量，这个新的物理量是纵坐标物理量与横坐标物理量的乘积。比如在 $v-t$ 图像中“面积”代表位移；在 $F-S$ 图像中“面积”表示功；在 $F-t$ 图像中“面积”代表力 F 的冲量；在 $I-t$ 图像中“面积”代表电荷量等。

【例3】(2015年 高考北京卷第23题) 如图3所示，弹簧的一端固定，另一端连接一个物块，弹簧质量不计。物块(可视为质点)的质量为 m ，在水平桌面上沿 x 轴运动，与桌面间的动摩擦因数为 μ 。以弹簧原长时物块的位置为坐标原点 O ，当弹簧的伸长量为 x 时，物块所受弹力大小 $F = \kappa x$ ， κ 为常量。

(1) 请画出 F 随 x 变化的示意图；并根据 $F-x$ 图像求物块沿 x 轴从 O 点运动到位置 x 的过程中弹力所做的功。

(2) 物块由 x_1 向右运动到 x_3 ，然后由 x_3 返回到 x_2 ，在这个过程中，求弹力所做的功，并据此求弹性势能的变化量。

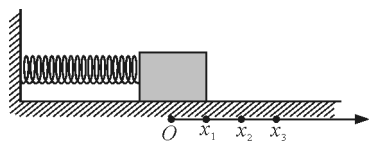


图3 水平面弹簧弹力做功示意图

解析：

(1) 问题明确指出画出 F 随 x 变化的示意图，而这样的问题自身就包含着一些线索和信息，这种来自问题自身且对于搜索进程具有控制引导作用的信息，称为启发信息。由数量关系条件： $F = \kappa x$ ，可以画出弹力随 x 变化的一次函数图像^[4]，如图4(a)所示。物体由点 O 运动到位置 x 的过程中，弹簧弹力做负功，做功的多少等于图中阴影部分面积

$$W = \frac{1}{2} \kappa x^2$$

(2) 因为弹簧弹力是保守力，保守力做功与路径无关，物块由 x_1 向右运动到 x_3 ，然后由 x_3 返回到 x_2 ，在这个过程中，弹力所做的功与物块直接从 x_1 处移到 x_2 处相同，且弹簧弹力做负功，仍用函数图像面积即为弹力所做的功，如图4(b)中阴影部分面积所示。即

$$W_{12} = -\frac{1}{2}(\kappa x_1 + \kappa x_2)(x_2 - x_1) = -\left(\frac{1}{2}\kappa x_2^2 - \frac{1}{2}\kappa x_1^2\right)$$

又因弹簧弹力是保守力，弹簧弹力做负功，弹性势能增加，反之亦然。即

$$\Delta E_{p12} = -W_{12} = \frac{1}{2}\kappa x_2^2 - \frac{1}{2}\kappa x_1^2$$

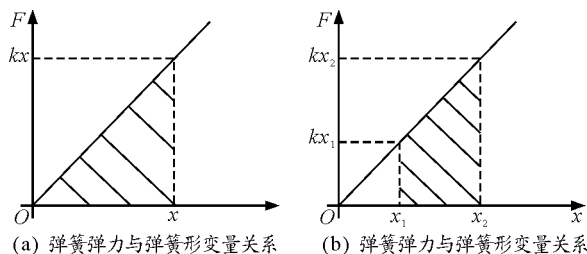


图4 2015年 高考北京卷第23题解析图

4 巧用函数图像的点、线、面 突破高考模拟压轴题

2017年北京市东城区高三物理一模试题中最后一道计算题，是典型的利用“点”、“线”、“面积”来解决问题的习题。在题目中，用到了 $v-t$ 图像所围成的面积求足球滚动的距离；同时还用到了电容放电过程中，电路中电阻两端的电压 U 随放电时间 t 变化的函数图像，将 $v-t$ 图转化为 $I-t$ 图像，则即可根据 $I-t$ 图像所围成的面积求电容在整个过程中释放的电荷量。

【例4】小明以 6 m/s 的初速度将足球水平踢出，足球在草坪上滚动直到停下来的全过程中的速度-时间图像如图5所示。图中图线与坐标轴所围的面积等于12个小方格的面积。

(1) 请你判断：足球在滚动过程中受到的阻力大小是变大、变小还是不变？

(2) 求足球滚动了多远才停下来？

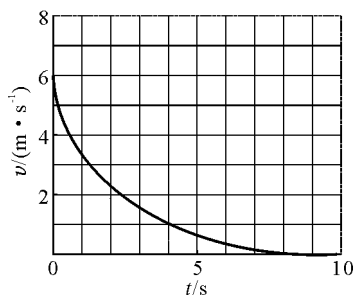


图5 例4题图

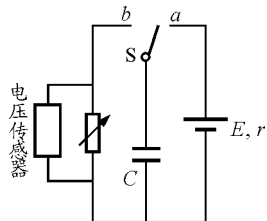
解析:(1) 由图5足球滚动 $v-t$ 图像的斜率逐渐减小,可知足球滚动的足球在滚动过程中做减速运动的加速度大小逐渐减小,所以足球受到的阻力变小.

(2) 图5中图线与坐标轴所围的面积即为足球滚动距离,足球滚动12 m才停下来.

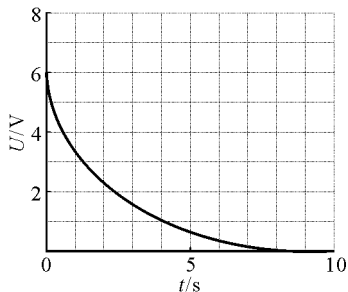
【例5】用如图6(a)所示的电路研究电容器的放电过程,其中电压传感器相当于一个理想电压表,可以显示电阻箱两端电压随时间的变化关系.实验时将电阻箱 R 的阻值调至 $2\ 000\ \Omega$,将开关 S 拨到 a 端,电源向电容器充电,待电路稳定后,将电压传感器打开,再将开关 S 拨到 b 端,电容器通过电阻箱放电.以 S 拨到 b 端时为 $t=0$ 时刻,电压传感器测得的电压 U 随时间 t 变化图像如图6(b)所示.忽略导线及开关的电阻,且不考虑电路的辐射问题.

(1) 求电容器所带电荷量的最大值.

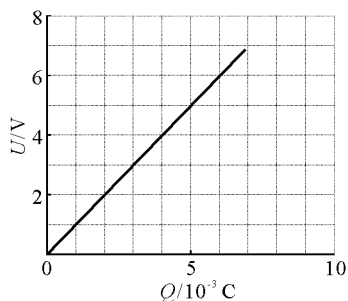
(2) 在图6(c)上定量画出放电过程中电容器两端电压 U 随电荷量 Q 变化的关系图像,并据此求出在电容器充电过程中电源内部产生的热量.



(a) 研究电容放电电路



(b) 电容放电过程 R 两端 $U-t$ 图像



(c) 电容两端电压 U 随电荷量 Q 变化函数图像

图6

解析:

(1) 在电容器放电过程中的任意瞬时 $\Delta Q = I\Delta t$,根据欧姆定律有 $I = \frac{U}{R}$,则 $U-t$ 图线与 t 轴所围面积除以电阻 R 即为电容器所带电荷量的最大值,由图可知该面积等于12个小方格的面积.因此电容器所带电荷量的最大值 $Q = 6 \times 10^{-3}\text{ C}$.

(2) 电容器所带电荷量 Q 与其两端电压 U 成正比,且由图6(b)知电容器所带电荷量最大时,电容器两端电压 $U = 6\text{ V}$.电源电动势 $E = 6\text{ V}$.放电过程中电容器两端电压 U 随电荷量 Q 变化的关系图像如图6(c)所示,电容器放电过程中任意瞬时释放的电势能 $\Delta E_C = U\Delta Q$. $U-Q$ 图线与 Q 轴所围面积为电容器放电过程中释放的总电势能 E_C ,也是电容器在充电时获得的总电势能.即 $E_C = 18\text{ mJ}$.电容器充电过程中,非静电力做功提供的总能量 $E_{\text{总}} = EQ = 36\text{ mJ}$.电容器充电过程中电源内部产生的热量 $Q_r = E_{\text{总}} - E_C = 18\text{ mJ}$.

5 小结

利用函数图像解决高中物理问题是一种非常重要的解题方法,学会灵活运用函数图像的“截距”、“斜率”或“面积”进行解题,可以有效地简化物理问题,更加高效、正确地开展对复杂问题的学习和研究.

在学生学习和教师教学过程中,应当有目的地训练综合运用数学工具解决物理问题的能力,加强抽象思维能力和模型构建能力的培养,提高物理核心素养中的学科融合素质.

参考文献

- 李伟华. 用图像解决物理问题. 凯里学院学报, 2016, 28(3): 128 ~ 129
- 康振文. 浅谈如何利用图像解决物理问题. 考试周刊, 2017(54): 151
- 刘筠, 卢超, 胡锐. 物理教学中图像法应用的探讨. 高校理科研究, 2008(9): 408 ~ 410
- 杜欣, 杨玉平, 吴广国, 等. 浅析探究性学习能力培养. 物理通报, 2016(1): 39 ~ 41