

# 2017年高考物理试题中线性关系的运用探讨

徐东琴

(温州中学 浙江温州 325000)

钱呈祥

(永嘉县上塘中学 浙江温州 325100)

(收稿日期:2017-10-09)

在中学物理实验中,测量方法多种多样,但是在数据处理方法上显得过于单薄.或许是考虑到中学生有限的数学知识,所以教科书中仅列出了平均值法、逐差法和作图法等有限的几种.这些方法各有各的局限性:平均值法简单易行,但精度不够高;逐差法能有效利用所有测得的数据,但应用范围小;作图法直观简单,但只能给出大致范围,不能定量处理.在高中物理实验中,各个物理量的关系错综复杂,多为非线性关系,因此绘制出有关两个物理量的图像多以曲线为主,属于非线性关系.非线性现象的描述工具是非线性方程,多维的非线性处理是一个多维的空间,用手工求解很困难,非线性方程严格解用初等数学很难分析,目前的分析研究一般是通过一些近似方法来实现.作为了解物理实验数据的定性分析或半定量分析最基本、最主要的近似方法的依据仍然是线性分析.两个变量之间存在一次函数关系,就称它们之间存在线性关系.正比例关系是

线性关系中的特例,反比例关系不是线性关系.直观地讲,如果把这两个变量分别作为点的横坐标与纵坐标,其图像是平面上的一条直线,则这两个变量之间的关系就是线性关系.即如果可以用一个二元一次方程来表达两个变量之间关系的话,这两个变量之间的关系称为线性关系,因而,二元一次方程也称为线性方程.分析和处理实验数据,正确给出实验结果是一项重要的实验能力,物理课程标准和物理考试说明中都很重视对学生物理实验数据处理能力的培养和考查.图像作为一种直观形象的数学工具,具有描述功能、探索功能、推理功能,它在处理物理实验数据中具有独特的作用.在物理现象中,物理量之间往往存在着相互制约的关系,根据这种关系可总结、验证物理规律.物理实验中经常遇到物理数据满足线性关系或经变量变换转化为线性方程的问题.在分析和处理实验数据时,我们经常会研究两个变量之间的数学关系,并且希望两个变量之间满足一

本不断降低,应用软件日益丰富和完善.从构建高效课堂实验的目标出发,把WPS Office的数据处理分析功能、QQ的交流功能、视频软件数据采集功能、录屏软件的微课制作功能集成在一部手机中,高效低成本地搭建一个中学物理实验数字化平台;为了使实验数字信息有序流动,利用数字化平台,把物理实验课分为实验前、实验中、实验后3个阶段;教师要不断探索,充分利用智能手机端各种对物理实验有用的软件激发学生的实验兴趣,提升学生的实验能力,持续提高课堂实验效益,发展学生的核心素养.

## 参考文献

- 1 教技(2012)5号 教育信息化十年规划(2011~2020年)
- 2 张玲.智能手机辅助物理化学实验教学改革的 Research 与实践.高教学刊,2015(18):234~235
- 3 顾笑,范元伟.利用录屏软件 Camtasia Studio 制作微课的技巧.软件导刊,2016(1):26~28
- 4 汤华.构建基于QQ群的网络学习共同体的实践研究.软件导刊·教育技术,2016(10):44~45
- 5 张玉婷,费金有.大数据时代下中学物理教学研究.当代教研论丛,2016(10):63~64
- 6 管寿沧.普通高中课程标准实验教科书物理必修1.北京:教育科学出版社,2005.51~52,74~75

种简单直观的函数关系——线性关系。因此,寻求、建立和利用线性关系自然就成为高中物理实验中一项重要任务。两变量之间满足线性关系或经变量变换可以转化为线性关系  $y = \hat{a}x + \hat{b}$ ,这是物理实验中经常遇到的研究对象,将变量  $x, y$  的有限次测量值  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , 拟合出直线关系  $y = \hat{a}x + \hat{b}$ ,我们将满足条件的方程  $y = \hat{a}x + \hat{b}$  叫做回归直线方程,相应的直线叫做回归直线,对两个变量所进行的上述统计分析叫做一元线性方程的回归。线性回归是常用的求解方程的方法,经常用来估值一些线性相关的数据,可以求出相关系数、线性回归方程之类。线性外推是常用的近似计算方法,若将其应用于物理实验数据处理(如用作图法从截距求某些物理量的值等),能使实验数据处理简单、直观,物理意义更加明确。在实验中探究两个物理量间的关系时,通常先引导学生猜想它们之间可能存在的各种关系,然后根据实验中测量的数据作出它们的图像。图像法是解决上述问题一个比较直观的途径,但图像法在解题过程中遇到非线性变化关系时,只能定性研究而难以定量计算。线性关系图像能形象直观地表达物理规律,有效地减小随机误差对实验结果的影响,能更方便地分析实验误差,获得未经测量或无法直接测量的物理量,在实验探究中有广泛的应用。实际上在处理一些非线性数据或问题时,我们可以采用转化的思想,将这种非线性变化关系转化为线性变化关系,将曲线变化规律转化为直线变化规律,将处理线性化数据用直线回归,这样有助于分析问题和定量求解。

高中物理实验中物理量之间有直接线性关系的并不少见,如“探究小车速度随时间变化的规律”实验中的速度与时间的关系,“探究加速度与物体质量、物体受力的关系”实验中的加速度与力的关系,“用伏安法测干电池的电动势和内电阻”实验中的路端电压与电流的关系以及“利用插针法测定玻璃的折射率”实验中的  $\sin i - \sin r$  关系都是直接的线性关系。物理量之间的非线性关系对实验数据的分析和处理往往不便,对实验结论的得出自然会增加难度,因此对物理量之间的关系要实施非线性向线性的转化。高中物理实验中,将物理量的非线性关系

转化为线性关系,不但有助于用图像的方法直观地对实验数据进行分析和处理,从而得出实验结论,而且对培养学生良好的实验习惯,提高学生的解题能力,渗透物理思维方法,提升学生的科学素养大有裨益。实验中利用图像来处理实验数据有直观、简便的特点,更受高考命题人的青睐。笔者认真对比2017年各地高考实验试题,发现以下几题,既符合新课程的实验能力考查要求,又非常新颖,对大部分考生来说是一个不小的挑战。笔者认真解答这些试题后发现,只有把握住线性关系这个技巧,才能有效突破这类图像处理问题。

**【例1】**(2017年江苏物理卷第10题)利用如图1所示的实验装置探究恒力做功与物体动能变化的关系。小车的质量  $M=200.0\text{ g}$ ,钩码的质量  $m=10.0\text{ g}$ ,打点计时器的电源为50 Hz的交流电。

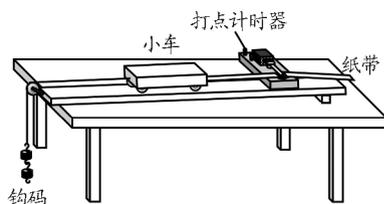


图1 探究恒力做功与物体动能变化关系实验装置示意图

(1) 挂钩码前,为了消除摩擦力的影响,应调节木板右侧的高度,直至向左轻推小车观察到\_\_\_\_\_。

(2) 挂上钩码,按实验要求打出的一条纸带如图2所示。选择某一点为  $O$ ,一次每隔4个计时点取一个计数点。用刻度尺量出相邻计数点间的距离  $\Delta x$ ,记录在纸带上。计算打出各计数点时小车的速度  $v$ ,其中打出计数点“1”时小车的速度  $v_1 =$  \_\_\_\_\_ m/s。

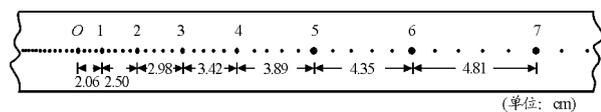


图2 挂上钩码后打出的一条纸带

(3) 将钩码的重力视为小车受到的拉力,取  $g=9.80\text{ m/s}^2$ ,利用  $W=mg\Delta x$  算出拉力对小车做的功  $W$ ,利用  $E_k = \frac{1}{2}Mv^2$  算出小车动能,并求出动能的变化量  $\Delta E_k$ 。计算结果如表1所示。

表1  $W$  与  $\Delta E_k$  计算结果

| $W/(\times 10^{-3} \text{ J})$          | 2.45 | 2.92 | 3.35 | 3.81 | 4.26 |
|---|------|------|------|------|------|
| $\Delta E_k/(\times 10^{-3} \text{ J})$ | 2.31 | 2.73 | 3.12 | 3.61 | 4.00 |

请根据表中的数据,在答题卡的方格纸上(图3)作出  $\Delta E_k - W$  图像.

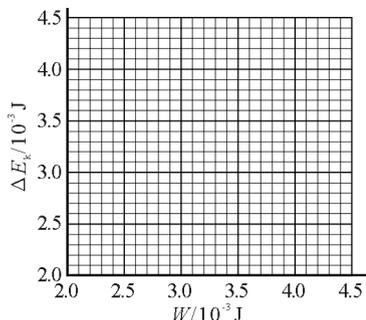


图3 答题所用方格纸

(4) 实验结果表明,  $\Delta E_k$  总是略小于  $W$ , 某同学猜想是由于小车所受拉力小于钩码重力造成的. 用题中小车和钩码质量的数据可算出小车受到的实际拉力  $F =$  \_\_\_\_\_.

解析: (1) 小车做匀速运动, 则小车受到的摩擦力跟小车的下滑分力平衡, 消除了摩擦力的影响.

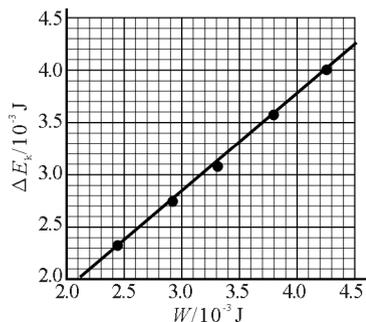
(2) 打出计数点“1”时小车的速度

$$v_1 = \frac{s_1 + s_2}{2T}$$

代入数据得

$$v_1 = 0.228 \text{ m/s}$$

(3)  $\Delta E_k - W$  图像如图4所示.

图4  $\Delta E_k - W$  图像

(4) 由牛顿第二定律

$$F = Ma \quad mg - F = ma$$

解得

$$a = \frac{mg}{M+m}$$

$$F = Ma = \frac{Mmg}{M+m}$$

代入题给数据得

$$F = 0.093 \text{ N}$$

【例2】(2017年高考北京卷第21题)如图5所示,用质量为  $m$  的重物通过滑轮牵引小车,使它在长木板上运动,打点计时器在纸带上记录小车的运动情况. 利用该装置可以完成“探究动能定理”的实验.

(1) 打点计时器使用的电源是 \_\_\_\_\_ (选填选项前的字母).

- A. 直流电源  
B. 交流电源

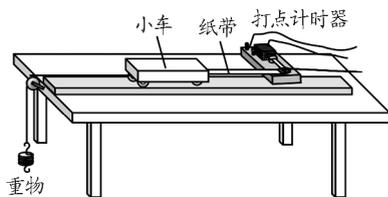


图5 探究动能定理实验装置示意图

(2) 实验中,需要平衡摩擦力和其他阻力. 正确的操作方法是 \_\_\_\_\_ (选填选项前的字母).

- A. 把长木板右端垫高  
B. 改变小车的质量

在不挂重物且 \_\_\_\_\_ (选填选项前的字母) 的情况下,轻推一下小车,若小车拖着纸带做匀速运动,表明已经消除了摩擦力和其他阻力的影响.

- A. 计时器不打点  
B. 计时器打点

(3) 接通电源,释放小车,打点计时器在纸带上打下一系列点,将打下的第一个点标为  $O$ . 在纸带上依次取  $A, B, C, \dots$  若干个计数点,已知相邻计数点间的时间间隔为  $T$ . 测得  $A, B, C, \dots$  各点到  $O$  点的距离为  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , 如图6所示. 实验中,重物质量远小于小车质量,可认为小车所受的拉力大小为  $mg$ , 从打  $O$  点到打  $B$  点的过程中,拉力对小车做的功  $W =$  \_\_\_\_\_, 打  $B$  点时小车的速度  $v =$  \_\_\_\_\_.

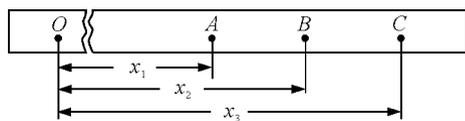


图6 探究动能定理打出的纸带

(4) 以  $v^2$  为纵坐标,  $W$  为横坐标, 利用实验数据做出如图7所示的  $v^2 - W$  图像. 由此图像可得  $v^2$  随  $W$  变化的表达式为 \_\_\_\_\_.

关系,动能的表达式中可能包含  $v^2$  这个因子;分析实验结果的单位关系,与图线斜率有关的物理量应是\_\_\_\_\_.

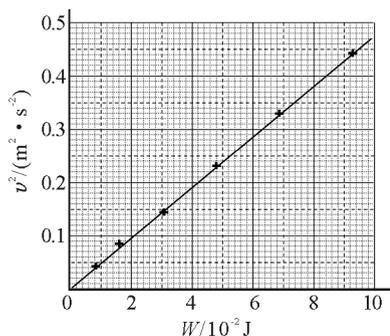
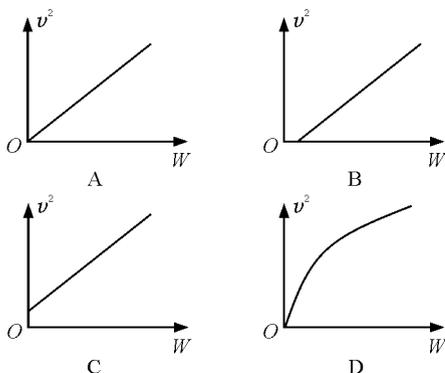


图7  $v^2 - W$  图像

(5) 假设已经完全消除了摩擦力和其他阻力的影响,若重物质量不满足远小于小车质量的条件,则从理论上分析,下列选项中正确反映  $v^2 - W$  关系的是\_\_\_\_\_.



**解析:** (1) 打点计时器均使用交流电,故选项 B 正确.

(2) 平衡摩擦力和其他阻力,是通过垫高木板右端,构成斜面,使重力沿斜面向下的分力跟它们平衡,故选项 A 正确;实验时,是让打点计时器工作,纸带跟打点计时器之间会有滑动摩擦力,属于实验中小车受到的阻力之一,也需要平衡,故选项 B 正确.

(3) 由图可知,小车拖动纸带移动的距离等于重物下落的距离,小车所受的拉力又约等于重物的重力,因此,  $W = mgx_2$ ; 小车在运动时为匀变速直线运动,因此打 B 点时小车的速度为小车带动纸带打下 AC 段中间时刻的速度,也等于这段的平均速度,有

$$v = \frac{x_3 - x_1}{2T}$$

(4) 由图 7 知,图像为一条过原点的倾斜直线,斜率为

$$k = \frac{0.465}{0.098} = 4.74$$

故  $v^2 = 4.74W$ , 设小车的质量为  $M$ , 根据动能定理有

$$W = \frac{1}{2}Mv^2$$

变形得

$$v^2 = \frac{2}{M}W$$

对照上式可知

$$k = \frac{2}{M}$$

因此斜率的单位为  $\text{kg}^{-1}$ .

(5) 将重物和小车看作一个系统,有  $mgx = \frac{1}{2}(M+m)v^2$ ,  $M$  和  $m$  均不变,因

$$W = mgx \quad v^2 = \frac{2W}{M+m}$$

所以图像为过原点的倾斜直线,应选择图像 A.

**【例 3】**[2017 年高考天津理综卷第 9 题(3)] 某探究性学习小组利用如图 8 所示的电路测量电池的电动势和内阻. 其中电流表  $A_1$  的内阻  $r_1 = 1.0 \text{ k}\Omega$ , 电阻  $R_1 = 9.0 \text{ k}\Omega$ , 为了方便读数和作图,给电池串联一个  $R_0 = 3.0 \text{ }\Omega$  的电阻.

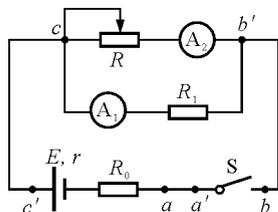
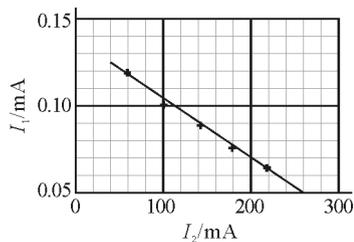


图8 测量电池电动势和内阻电路图

(1) 按图示电路进行连接后,发现  $aa'$ ,  $bb'$  和  $cc'$  3 条导线中,混进了一条内部断开的导线. 为了确定哪一条导线内部是断开的,将开关 S 闭合,用多用电表的电压挡先测量  $a$  和  $b'$  间电压,读数不为零,再测量  $a$  和  $a'$  间电压,若读数不为零,则一定是\_\_\_\_\_导线断开;若读数为零,则一定是\_\_\_\_\_导线断开.

(2) 排除故障后,该小组顺利完成实验. 通过多次改变滑动变阻器触头位置,得到电流表  $A_1$  和  $A_2$  的多组  $I_1, I_2$  数据,作出图像如图 9 所示. 由  $I_1 - I_2$  图像得到的电池的电动势  $E =$  \_\_\_\_\_ V, 内阻  $r =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$ .

图9  $I_1 - I_2$  图像

**解析:** (1) 用电压表检测电路故障, 电压表的表头是电流计, 原电路有断路, 回路中无电流, 将电压表接在  $a, b'$  间后有示数, 说明电路被接通, 即  $a, b'$  间有断路故障, 再测量  $a, a'$  间电压, 电压表读数不为零, 说明断路故障的范围被缩小到  $a, a'$  间, 则一定是  $a, a'$  间导线断开; 若读数为零, 则说明电路仍未被接通, 断路故障的范围被确定在  $b, b'$  间。

(2) 根据闭合电路欧姆定律

$$E = I_1(R_1 + r) + (I_1 + I_2)(R_0 + r)$$

$$I_1 \ll I_2$$

上式可简化为

$$E = I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_0 + r)$$

读出两点坐标  $(60, 0.12)$  和  $(260, 0.05)$ , 代入方程解得电动势  $E = 1.41 \text{ V}$ , 内阻  $r = 0.5 \Omega$ 。

**【例4】**(2017年新课标 II 卷第22题) 某同学研究在固定斜面上运动物体的平均速度、瞬时速度和加速度之间的关系. 使用的器材有斜面、滑块、长度不同的挡光片、光电计时器。

实验步骤如下:

① 如图 10(a) 所示, 将光电门固定在斜面下端附近, 将一挡光片安装在滑块上, 记下挡光片前端相对于斜面的位置, 令滑块从斜面上方由静止开始下滑;

② 当滑块上的挡光片经过光电门时, 用光电计时器测得光线被挡光片遮住的时间  $\Delta t$ ;

③ 用  $\Delta s$  表示挡光片沿运动方向的长度, 如图 10(b) 所示,  $\bar{v}$  表示滑块在挡光片遮住光线的  $\Delta t$  时间内的平均速度大小, 求出  $\bar{v}$ ;

④ 将另一挡光片换到滑块上, 使滑块上的挡光片前端与 ① 中的位置相同, 令滑块由静止开始下滑, 重复步骤 ②、③;

⑤ 多次重复步骤 ④;

⑥ 利用实验中得到的数据作出  $\bar{v} - \Delta t$  图, 如图

10(c) 所示。

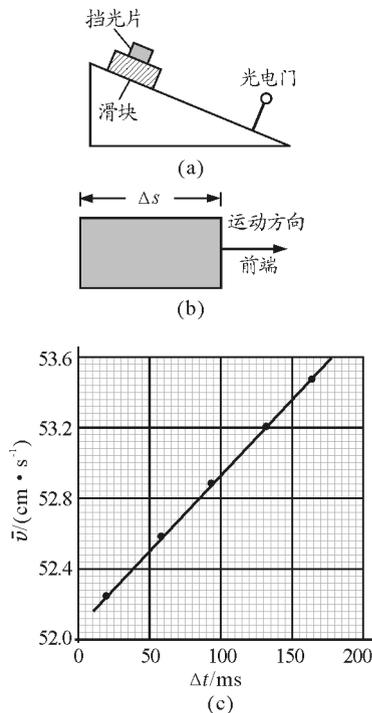


图10 实验步骤图示

完成下列填空:

(1) 用  $a$  表示滑块下滑的加速度大小, 用  $v_A$  表示挡光片前端到达光电门时滑块的瞬时速度大小, 则  $\bar{v}$  与  $v_A, a$  和  $\Delta t$  的关系式为  $\bar{v}$  \_\_\_\_\_。

(2) 由图 10(c) 可求得  $v_A =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm/s}$ ,  $a =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm/s}^2$ . (结果保留 3 位有效数字)

**解析:** (1) 设挡光片末端到达光电门的速度为  $v$ , 则由速度时间关系可知

$$v = v_A + a\Delta t$$

且

$$\bar{v} = \frac{v_A + v}{2}$$

联立解得

$$\bar{v} = v_A + \frac{1}{2}a\Delta t$$

(2) 由图 10(c) 可求得

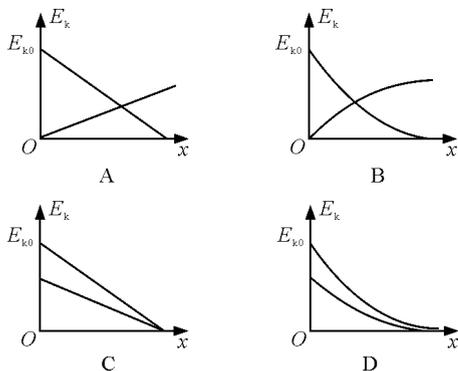
$$v_A = 52.1 \text{ cm/s}$$

$$k = \frac{1}{2}a = \frac{53.6 - 52.1}{180 \times 10^{-3}} \text{ cm/s}^2 \approx 8.2 \text{ cm/s}^2$$

$$a = 16.6 \text{ cm/s}^2$$

**【例5】**(2017年江苏卷第3题) 一小物块沿斜面向上滑动, 然后滑回到原处. 物块初动能为  $E_{k0}$ , 与斜面间的动摩擦因数不变, 则该过程中, 物块

的动能  $E_k$  与位移  $x$  关系的图线是( )



**解析：**向上滑动过程中，根据动能定理

$$E_k = E_{k0} - (G\sin\theta + \mu G\cos\theta)x$$

同理，下滑过程，由动能定理可得

$$E_k = (G\sin\theta - \mu G\cos\theta)(x_m - x)x_m = \frac{E_{k0}}{G\sin\theta + \mu G\cos\theta}$$

故 C 正确，A, B, D 错误。

对于包含非线性函数关系的系统来说，非线性数学模型的建立和求解，其过程是非常复杂的。为了绕过非线性系统在数学处理中的困难，对于大部分非线性系统来说，都可以近似地线性化，即用线性化数学模型来代替非线性数学模型。以上几道高考试题，命题者用新颖的角度展示了图像中直线斜率的丰富内涵，不同的试题，赋予了不同的内容，抓住了图像处理中的线性思维，所有问题都迎刃而解。物理实验定性问题类型多种多样，我们通过上述典型例子分析，可见这类问题的线性回归分析很重要，更易于理解。对物理实验数据的线性现象的讨论和研究是物理实验中极为重要的环节。笔者认为平时的实验教学过程中，不但要注重动手能力的培养，也要注意思想方法的渗透，这样才能真正提高学生的实验能力。在平时的实验复习中，要培养学生利用图像解决问题的意识，当测量数据成非线性关系时，应洞察两个物理量的变化关系，掌握这类问题的处理策略，从线性关系角度建立合适的坐标，解决相关的物理问题。利用线性关系图像分析处理验证性的实验主要是验证物理规律中物理量之间的关系。若它们之间的关系可以转化为最简单的正比关系，则用线性关系图像法处理较为方便、直观，可以利用线性

关系图像定性分析实验误差。可以让学生在数据处理过程中尝试回答以下问题：

- (1) 根据你现有的认识，两个变量之间存在哪些关系，有何异同？
- (2) 问题中的两个变量有没有关系？如果有，是什么关系？为什么？
- (3) 这样的关系如何直观体现？
- (4) 两个变量可以近似成什么关系？
- (5) 如果考虑最简单的直线拟合，怎样确定一条直线最能反映这组数据的规律？
- (6) 公式的计算是比较繁琐的，能否利用信息技术来帮助我们？
- (7) 我们得到这个模型有什么用？

具体计算时给学生提供两种计算工具，即带简单统计功能的计算器和 Excel 工具软件。

对具有线性关系的两个变量进行统计分析的方法叫做线性回归分析。运用线性回归分析的方法来分析、处理数据的一般步骤是：

- (1) 收集数据，并制成表格；
- (2) 画出数据的散点图；
- (3) 利用散点图直观认识变量间的相关关系；
- (4) 运用科学计算器、Excel 表格等现代信息技术手段求解回归方程；
- (5) 通过研究线性回归方程，提取有用信息，作出比较可靠的趋势预测。

线性分析方法建立在对客观事物观察的基础上，由于测量误差的存在，确定性关系往往通过相关关系表现出来。但是，当对事物的规律了解得越来越深刻的时候，相关关系可能转化为确定的线性关系。利用线性关系图像减小实验误差，利用线性关系图像处理实验数据时，可剔除那些明显不在直线上的点，以减小随机误差。自然界系统都是非线性的，非线性是世界的本质。线性的数学模型是人类建立的语言，线性的数学语言是人类了解自然界的重要手段。线性简化了复杂的世界，把世界线性化损失了许多有趣的现象，而非线性现象是世界进展的因素，非线性数学模型的线性化是人类了解自然、认识自然和研究自然的重要手段。