

载流圆线圈磁场的 MATLAB 数值计算

程 军

(安徽信息工程学院基础教学部 安徽 芜湖 241000)

(收稿日期:2018-01-13)

摘 要:根据毕奥-萨伐尔定律和磁场叠加原理,给出载流圆线圈产生的磁场的一般形式,并且利用 MATLAB 编程对空间的磁感应强度进行数值计算.

关键词:载流圆线圈 毕奥-萨伐尔定律 MATLAB 数值计算

从理论的角度来说,利用毕奥-萨伐尔定律原则上可以给出任意形状的载流导线在空间产生的磁场.但是,在实际计算过程中,如果载流导线的形状不规则,一般情况下无法给出磁感应强度的解析形式,此时可以利用数值计算方法来求解载流导线的磁场. MATLAB 是进行数值计算的强大工具,将其应用于物理教学过程中,不仅能够提升教学效果,还可以激发学生学习物理的兴趣,并且提高学生分析和解决问题的能力.本文利用 MATLAB 数值计算,对载流圆线圈的磁场进行求解.

1 载流圆线圈的磁场

如图 1 所示,半径为 R ,通有逆时针方向电流 I 的圆线圈处于 xy 平面内,且其圆心在原点 O . 在线圈上与 x 轴正向夹角为 α 处取一电流元 $I dl$,即

$$I dl = IR d\alpha (-i \sin \alpha + j \cos \alpha) \quad (1)$$

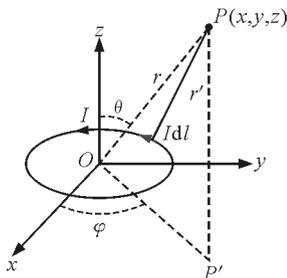


图 1 载流圆线圈

该电流元 $I dl$ 的位置坐标为

$$\begin{aligned} x' &= R \cos \alpha \\ y' &= R \sin \alpha \\ z' &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

空间任一点 $P(x, y, z)$ 可用球坐标表示为

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi \\ z &= r \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

因此,由电流元 $I dl$ 引向场点 P 的矢量为

$$\mathbf{r}' = (x - x')\mathbf{i} + (y - y')\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (4)$$

根据毕奥-萨伐尔定律,载流圆线圈在 P 点产生的磁感应强度为^[1]

$$\mathbf{B} = \oint_L d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_L \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}'}{r'^3} \quad (5)$$

由式(1)~(5),可得磁感应强度的分量分别为

$$B_x = \int dB_x =$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IRz \cos \alpha}{(R^2 + r^2 - 2Rx \cos \alpha - 2Ry \sin \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (6)$$

$$B_y = \int dB_y =$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IRz \sin \alpha}{(R^2 + r^2 - 2Rx \cos \alpha - 2Ry \sin \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (7)$$

$$B_z = \int dB_z =$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IR(R - x \cos \alpha - y \sin \alpha)}{(R^2 + r^2 - 2Rx \cos \alpha - 2Ry \sin \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (8)$$

根据电流分布的轴对称性可知,磁场分布也具有轴对称性,不妨取 P 点在 xz 平面内.因此,由式(6)~(8)可简化为

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IRr \cos \theta \cos \alpha}{(R^2 + r^2 - 2Rr \sin \theta \cos \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (9)$$

$$B_y = \int dB_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IRr \cos \theta \sin \alpha}{(R^2 + r^2 - 2Rr \sin \theta \cos \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (10)$$

$$B_z = \int dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{IR(R - r \sin \theta \cos \alpha)}{(R^2 + r^2 - 2Rr \sin \theta \cos \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (11)$$

特殊地,当 P 点位于圆线圈轴线上时,磁感应强度为

$$\mathbf{B} = B_z \mathbf{k} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{k} \quad (12)$$

2 MATLAB 编程求解

根据毕奥-萨伐尔定律,原则上可以求解任意形状的载流导线在空间产生的磁场.但是对于形状不规则的载流导线,通常无法给出磁感应强度的解析形式.此时,我们可以借助 MATLAB 程序对磁感应强度进行数值积分求解^[2].

计算载流圆线圈的磁场所用的 MATLAB 程序如下:

```
I = 1; R = 0.1;
n1 = 5; n2 = 6;
r = [0.05, 0.15, 0.3, 0.5, 1.0];
t = [0, 10, 30, 45, 60, 90];
B = zeros(n1, n2); s = zeros(1, n2);
n = 1000; h = 2 * pi / n; x = [0; h; 2 * pi];
```

表 1 特定空间位置 (r, θ) 处磁感应强度的大小 (单位: $\times 10^{-7}$ T)

$\theta / (^\circ)$	r / m					
	0	10	30	45	60	90
0.05	44.958 8	45.433 6	49.395 0	55.378 7	64.058 7	78.264 7
0.15	10.724 0	10.822 3	11.646 5	12.910 8	14.809 3	17.891 2
0.30	1.986 9	1.980 7	1.922 4	1.817 9	1.643 9	1.328 0
0.50	0.473 9	0.470 1	0.439 4	0.396 4	0.340 8	0.263 1
1.00	0.061 9	0.061 3	0.056 2	0.049 7	0.041 8	0.031 8

3 总结

本文根据毕奥-萨伐尔定律和磁场叠加原理,给出载流圆线圈在空间产生的磁感应强度计算公式的一般形式,利用 MATLAB 编程对磁场进行数值计算,并且给出一些特定空间位置处的磁感应强度的大小.将 MATLAB 应用于大学物理教学,有助于提

```
for i = 1:n2
    s(i) = t(i) * pi/180;
end
for i = 1:n1
    for j = 1:n2
        Bx = 0; By = 0; Bz = 0;
        for k = 1:n
            Bx = Bx + I * R * r(i) * cos(s(j)) *
                cos(x(k)) ./ (R.^2 + r(i).^2 - 2 * R * r(i) *
                    sin(s(j)) * cos(x(k))).^(1.5) * h;
            By = By + I * R * r(i) * cos(s(j)) *
                sin(x(k)) ./ (R.^2 + r(i).^2 - 2 * R * r(i) *
                    sin(s(j)) * cos(x(k))).^(1.5) * h;
            Bz = Bz + I * R * (R - r(i) * sin
                (s(j)) * cos(x(k))) ./ (R.^2 + r(i).^2 - 2 * R *
                    r(i) * sin(s(j)) * cos(x(k))).^(1.5) * h;
        end
        B(i,j) = sqrt(Bx.^2 + By.^2 + Bz.^2);
    end
end
```

在计算中取圆线圈半径 0.1 m, 通有电流 1 A. 根据上述 MATLAB 程序,求解特定的空间位置处的磁感应强度,如表 1 所示.特殊地,线圈圆心处的磁感应强度大小为 6.283×10^{-6} T.

升教学效果,提高学生学习物理的积极性,并且可以培养探索和求解物理问题的能力.

参考文献

- 1 贾起民,郑永令,陈暨耀.电磁学.北京:高等教育出版社,2009.161 ~ 163
- 2 王健,赵国生.MATLAB 数学建模与仿真.北京:清华大学出版社,2016.357 ~ 359