

一道狭义相对论竞赛题目的讨论

王 洋 刘家福 王俊玲

(陆军装甲兵学院 北京 100072)

(收稿日期:2018-05-07)

摘 要:主要针对第28届全国部分地区大学生物理竞赛第10题的一道狭义相对论题目的新颖性及解题要领进行了分析,并结合该题对狭义相对论时空观的教学提出了几点建议.

关键词:狭义相对论 大学物理竞赛 物理教学

1 引言

教育部高等学校物理学与天文学指导委员会基础课程教学指导分委员会2010年编制发布的《理工科类大学物理课程教学基本要求》,将大学物理内容分解为11个板块^[1],“狭义相对论力学基础”为第六板块.在历届竞赛试题中绝大多数近代物理试题只需要简单的逻辑性思维就能够得到解决.也就是说,如果考生牢固地掌握了基本概念、基本原理,受过分析基本问题的方法训练,就可以解决绝大多数问题^[2].

但是我们在教学过程中发现大多数学生对近代物理特别是狭义相对论存在畏惧心理,他们习惯以经典方式分析自己生活的宏观世界里物质的运动,对高速运动物体的行为难以理解.由于大学物理竞赛题目并不对外公开,对于填空题也没有详细的解答,所以本文主要是针对2011年举办的第28届全国部分地区大学生物理竞赛第10题的一道狭义相对论的题目的新颖性及解题技巧进行分析,并结合此题对狭义相对论时空观的教学提出几点建议,希望能为日常教学、参赛选手的学习准备和竞赛辅导工作提供参考.

2 试题分析与解题要领

2.1 竞赛试题

2011年举办的第28届全国部分地区大学生物理竞赛的第10题为一道狭义相对论的题目,题目如

下^[3]:

【试题】惯性系 S 和 S' 间的相对运动关系如图1所示,其相对速度大小为 v , S' 系的 $O'x'y'$ 平面中有一根与轴平行的细杆 AB .杆长 l_0 ,在 S' 系中沿 y' 方向匀速平动,速度大小也为 v . S 系测得杆 AB 与 x' 轴夹角绝对值 $|\theta| = \underline{\hspace{2cm}}$,杆长 $l = \underline{\hspace{2cm}}$.

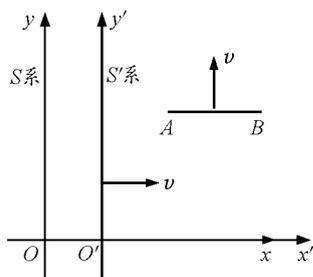


图1 惯性系 S 和 S' 间的相对运动关系

2.2 试题分析

本竞赛题目主要考查狭义相对论时空观之长度收缩的问题,考查学生是否能够对所学的狭义相对论知识根据实际情况灵活运用.考试内容并没有偏离大纲,也不是偏题、怪题.但是学生看到这道“似曾相识”的题目,还是不知如何下手.对于学生所熟知的狭义相对论中的长度收缩问题:一把尺子静止在 S' 系中,长度为 l_0 ,且 S' 系相对于 S 系做匀速直线运动,求 S 系中测量尺子的长度.和相熟知的内容对比,这道竞赛题目乍看起来也是求动尺的长度,但是经过仔细分析,才发现这个问题的与众不同:在 S' 系中,杆不是相对于 S' 系静止的,而是杆与 $O'x'$ 轴平行,且沿 y' 轴以速度 v 匀速平动.该题出题非常新颖,以大纲为基础进行了创新,既考察学生对课内学

过的基础知识的掌握,又考察学生灵活运用知识解决问题的能力.要正确解答该题,学生必须正确把握“固有长度”“测量长度”的概念、测量运动物体的长度时两端的位置坐标必须同时测,熟悉洛伦兹变换,且具有灵活分析、解决问题的能力.

2.3 解题要领及详细解答

遵照测量运动杆的长度时,杆两端的位置坐标必须同时记录的规定,要使 $x_2 - x_1 = l$ 表示在 S 系中测得的杆长,必须满足 $t_1 = t_2$,这是本题的解题关键.只有满足这个条件,才是所求解的 S 系中测量的杆长.

这道竞赛题目可以用两种方法进行解答,具体的解法如下.

解法 1: 直接用洛伦兹时空变换公式解题

S 系: $A(x_1, y_1, t_1), B(x_2, y_2, t_2)$

S' 系: $A(x'_1, y'_1, t'_1), B(x'_2, y'_2, t'_2)$ 且 $x'_2 - x'_1 = l_0$

根据洛伦兹变换

$$t_1 = \gamma(t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_1)$$

$$t_2 = \gamma(t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_2)$$

(其中 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ 为相对论因子, $\beta = \frac{v}{c}$)

$$t_1 = t_2$$

因此

$$t'_2 - t'_1 = \frac{v}{c^2}(x'_1 - x'_2) = -\frac{v}{c^2}l_0$$

惯性系 S 和 S' 为约定系统,根据洛伦兹空间坐标变换公式

$$x_1 = \gamma(x'_1 + vt'_1)$$

$$x_2 = \gamma(x'_2 + vt'_2)$$

$$y_1 = y'_1 = vt'_1$$

$$y_2 = y'_2 = vt'_2$$

由以上式子可得

$$x_2 - x_1 = \gamma[(x'_2 - x'_1) + v(t'_2 - t'_1)] = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$y_2 - y_1 = v(t'_2 - t'_1) = -\frac{v^2}{c^2}l_0 = -\beta^2 l_0$$

联立以上两式可得

$$|\theta| = \arctan \left| \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right| = \arctan \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{1 - \beta^2 + \beta^4} l_0$$

解法 2: 利用间隔不变性求解

考虑 S 系的两个事件,其空间位置为杆的两端

$$(t, x_1, y_1), (t, x_2, y_2) \leftrightarrow (t'_1, x'_1, y'_1), (t'_2, x'_2, y'_2)$$

$$c^2 (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 =$$

$$c^2 (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 \quad (1)$$

$$\Delta t = 0, \Delta y = \Delta y' = v\Delta t', \Delta x' = l_0$$

$$\Delta x = \sqrt{1 - \beta^2} l_0 \quad (2)$$

联立以上两式可得

$$(\Delta t')^2 = \frac{\beta^2}{c^2} l_0^2$$

因此

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{1 - \beta^2 + \beta^4} l_0$$

$$|\theta| = \arctan \left| \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right| = \arctan \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

在 S 系的位形图如图 2 所示.

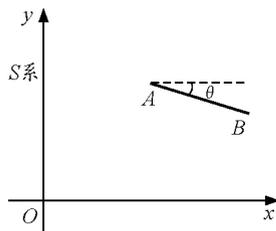


图 2 AB 杆在 S 系中的位形图

2.4 结果分析

对以上两种解法所得结果进行物理分析可知:杆的长度变化主要来自两个方面:(1)运动(x)方向的“尺缩”: $\Delta x = \sqrt{1 - \beta^2} l_0$; (2)同时的相对性.由图 3 所示两系钟表之间的关系图可以看出:在 S 系中杆两端的位置坐标同时记录,而在 S' 系中则不同时,且 $t'_2 < t'_1$,因此 $y'_2 < y'_1$.所以在 S 系看来,杆的右端“落后于”左端,导致杆的倾斜.

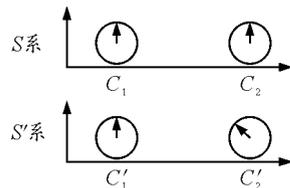


图 3 两系钟表之间的关系图

3 几点教学建议

3.1 掌握基本概念 夯实基础

在讲授狭义相对论的时空观时,重点强调“固有

长度”和“测量长度”以及“固有时间”和“测量时间”这两组基本概念的区别,夯实基础.可通过分析讲解具体的事例,引导学生接受狭义相对论的新时空观,理解“长度收缩”和“时间延缓”这两个公式成立的条件,做到具体问题具体分析,而不是机械的套用公式.

3.2 培养学生灵活分析解决问题的能力

“授之以鱼,不如授之以渔”,在教学过程中教师不能仅满足于把知识传授给学生,而应把学生当成教学的主体,引导学生多思考,多参与课堂教学.通过一些生动的例子使学生处理好狭义相对论与经典理论

的辩证关系,注重培养学生分析解决问题的能力,科学思维能力,努力实现知识、能力、素质的协调发展.

参考文献

- 1 教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会.理工科类大学物理课程教学基本要求(2010年版).北京:高等教育出版社,2011
- 2 刘家福,张昌芳.大学生物理竞赛试题赏析(V)——近代物理部分.物理通报,2015(11):50~52
- 3 北京物理学会.第28届全国部分地区大学生物理竞赛试卷.2011.3

Discussion on a Competition Title about Special Theory of Relativity

Wang Yang Liu Jiafu Wang Junling

(Army Academy of Armored Forces, Beijing 100072)

Abstract: This article mainly analyzes the novelty and problem-solving essentials of a special relativity topic in the 10th issue of the 28th National College Student Physics Contest, and puts forward some suggestions for the teaching of spatiotemporal view of the special relativity.

Key words: special theory of relativity; university physics competition; physics teaching

(上接第77页)

小球运动的时间 t 与极角 φ 的关系数值模拟如图5所示.

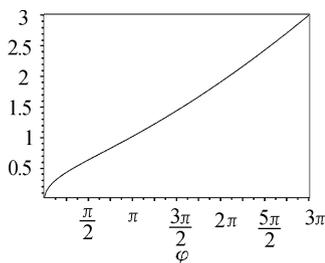


图5 时间与极角的关系图

考虑到时间 t 、极角 φ 和作用力 N 是一一对应的,可以数值模拟出作用力与时间的图像如图6所示.

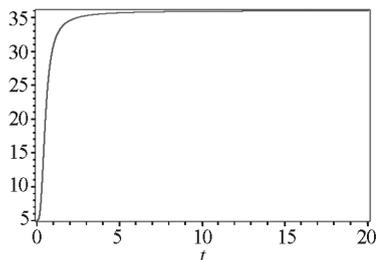


图6 作用力与时间的关系图

3 结语

本文用物理方法求螺旋线的曲率半径,过程简洁,思路清晰.用两种办法求螺旋线对小球的作用力,直角坐标系中求解过程简单明了.自然坐标系中虽然比较复杂,却很有意义:小球沿空间曲线运动时,其速度和切向加速度均与切向向量平行,法向加速度沿主法向向量的方向,在从法向向量的方向是平衡的.并且所有的量均可以表示成极角的函数,结果发现两种方法的计算结果一致.本文还对曲率半径和小球受到的作用力进行了数值模拟,这对我们的教学研究有一定的借鉴.

参考文献

- 1 杜明铸.柱坐标系和球坐标系中速度、加速度表达式的一种简易推导.河套大学学报,2008(02):18~23
- 2 闫焱.空间曲线的主法向量方向的探讨.陕西师范大学继续教育学报,2005(03):104~105