



# 浅谈研究电源最大输出功率的几种方法

邢占乐 谷树亚

(河北蠡县中学 河北保定 071400)

张春梅

(蠡县大百尺中学 河北保定 071400)

(收稿日期:2018-04-17)

**摘要:**在人教版教材高中《物理·选修3-1》研究闭合电路欧姆定律一节中,关于求解电源最大输出功率时,通过分析负载电阻的变化、电流变化、电压变化的情况,并利用数学函数思想,采用多种方法探讨和分析求解最值问题,进而得出电源最大输出功率的条件和最值,培养学生用数学知识解决物理问题的习惯,对学好高中物理来说是非常重要的。

**关键词:**电源总功率 输出功率 电源内阻 负载电阻

在学习高中直流电路的知识时,对闭合电路中电源最大输出功率与负载的关系的分析研究过程,可以从不同角度展开,巧妙地用物理规律公式结合数学函数关系,采用图像法推导出电源最大输出功率的条件。

## 1 基本的电学规律和概念

### 1.1 闭合电路欧姆定律

(1) 内容:闭合电路中的电流强度跟电源的电动势成正比,跟整个电路的总电阻成反比。

(2) 表达公式: $I = \frac{E}{R+r}$ 。

### 1.2 闭合电路中各部分的电功率

如图1所示,整个闭合电路包括内电路和外电路,内电路是指电源内部的电路部分,包括内电阻,而外电路是指电源两极之外的电路部分,包括负载电阻和其他外部电阻。

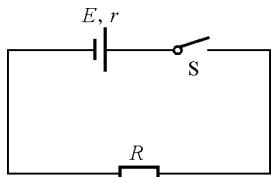


图1 闭合电路欧姆定律电路图

整个电路消耗的功率叫总功率  $P_{\text{总}}$ ,电源的内阻消耗的功率叫内功率  $P_{\text{内}}$ ,电源外部的负载电阻消耗的功率叫电源输出功率  $P_{\text{出}}$ .分别对应的表达式如下:

(1) 电源的总功率

$$P_{\text{总}} = IE$$

(2) 内电阻内耗功率

$$P_{\text{内}} = I^2 r$$

(3) 负载电阻的功率

$$P_{\text{出}} = P_{\text{总}} - P_{\text{内}} = IE - I^2 r = IU = I^2 R$$

电源输出的最大功率是我们所要讨论的内容,影响电路中各部分消耗功率的关键因素是外电阻变化、电路电流变化、路端电压变化。

## 2 分析过程和方法

设定当外电阻为纯电阻电路时,电源电动势为  $E$ ,内电阻为  $r$ ,路端电压为  $U$ ,外电阻为  $R$ .如图1所示,研究分析如下。

### 2.1 电源的输出功率随外电阻变化的讨论

(1) 配完全平方法

负载电阻  $R$  的功率

$$P_{\text{出}} = I^2 R \quad (1)$$

据闭合电路欧姆定律

$$I = \frac{E}{R+r} \quad (2)$$

由式(1)、(2) 联立解得

$$P_{\text{出}} = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{\frac{(R+r)^2}{R}} = \frac{E^2}{\frac{(R-r)^2}{R} + 4r} \quad (3)$$

从式(3) 可以直接看出,当  $R=r$  时,  $P_{\text{出}}$  取得最大值,最大值为

$$P_{\text{出}m} = \frac{E^2}{4r}$$

由式(3) 还可以绘制  $P_{\text{出}} - R$  图线,如图2所示.

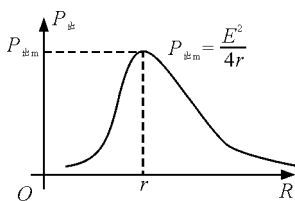


图2  $P_{\text{出}} - R$  图线

可以从图像中直观看出,电源的输出功率随外电路电阻的变化而变化,  $P_{\text{出}}$  的数值随负载电阻  $R$  数值的变化并不是单调的,只有当  $R=r$  时,  $P_{\text{出}}$  取得最大值;当  $0 < R < r$  时,  $P_{\text{出}}$  单调递增,  $P_{\text{出}}$  的数值随着  $R$  的增加而增加;当  $R > r$  时,  $P_{\text{出}}$  单调递减,  $P_{\text{出}}$  的数值随着  $R$  的增加而减小,进而可以直接讨论分析一些电源输出功率大小情况的相关问题.

## (2) 配构对勾函数法

同上由式(1)、(2) 联立解得负载电阻  $R$  的功率

$$P_{\text{出}} = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{\frac{(R+r)^2}{R}} = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2} \quad (4)$$

式(4) 的分母可以按对勾函数进行处理,令式(4) 中

$$k = \sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}$$

据对勾函数求最值方法可知,当  $\sqrt{R} = \frac{r}{\sqrt{R}}$ , 即  $R=r$

时,  $k$  取得最小值为  $2\sqrt{r}$ . 即  $R=r$  时

$$P_{\text{出}} = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}}\right)^2}$$

存在最大值,最大值为

$$P_{\text{出}m} = \frac{E^2}{4r}$$

## 2.2 电源的输出功率随电路中电流变化的讨论

### (1) 构建 $P - I$ 函数求极值法

据闭合电路中功率关系

$$P_{\text{出}} = P_{\text{总}} - P_{\text{内}} = IE - I^2 r$$

因电源的电动势和内阻为定值,  $P_{\text{出}}$  随电流  $I$  的变化而变,可以绘制  $P_{\text{出}} - I$  二次函数图线,如图3所示.

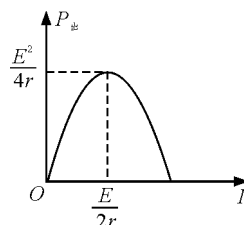


图3  $P - I$  图线

可求出顶点坐标为  $\left(\frac{E}{2r}, \frac{E^2}{4r}\right)$ . 据闭合电路欧姆

定律式(2),当  $I = \frac{E}{2r}$  时,即  $R+r=2r$ ,得出  $R=r$ .

通过分析电流的变化可以推出当  $R=r$  时,电源输出最大功率为

$$P_{\text{出}m} = \frac{E^2}{4r}$$

## 2.3 电源的输出功率随路端电压变化的讨论

### (1) 构建 $P - U$ 函数求极值法

负载电阻  $R$  的功率

$$P_{\text{出}} = UI \quad (5)$$

将式(2) 变形为

$$I = \frac{E-U}{r} \quad (6)$$

由式(5)、(6) 联立解得输出功率表达式

$$P_{\text{出}} = \frac{E-U}{r} U - \frac{U^2}{r}$$

推得

$$P_{\text{出}} = -\frac{1}{r} \left(U - \frac{E}{2}\right)^2 + \frac{E^2}{4r}$$

因电源的电动势和内阻为定值,  $P_{\text{出}}$  随电压  $U$  的变化

而变,可以绘制  $P_{\text{出}} - U$  二次函数图线,如图4所示.

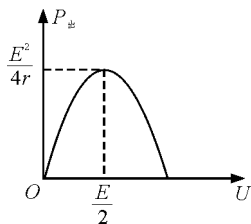


图4  $P_{\text{出}} - U$  图线

函数开口向下存在极大值,据顶点坐标公式,可

见,  $U = \frac{E}{2}$  时,  $P_{\text{出}}$  有最大值,电源输出最大功率为

$$P_{\text{出m}} = \frac{E^2}{4r}$$

### 2.4 电源的输出功率从 $U - I$ 图像中讨论

据闭合电路欧姆定律,可知路端电压与电路电流的关系为

$$U = E - Ir \tag{7}$$

绘制  $U - I$  图像如图5所示.

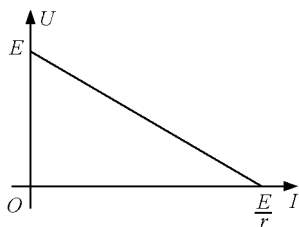


图5  $U - I$  图线

负载电阻的电功率

$$P_{\text{出}} = IU \tag{8}$$

由式(7)、(8)可知,当电路电流为  $I_1$ ,电路电压为  $U_1$ ,负载电阻电功率为  $P_1 = I_1 U_1$ ,如图6所示,可以看出矩形阴影面积表示负载电功率的大小,坐标点  $(I_1, U_1)$  与原点连线斜率表示负载电阻大小,此时负载阻值为

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1}$$

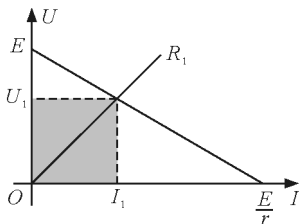


图6 当电流为  $I_1$  时,  $U - I$  图像各部分的物理意义

当电路电流为  $I_2$ ,电路电压为  $U_2$ ,负载电阻电功率为  $P_2 = I_2 U_2$ ,如图7所示,可以看出矩形阴影面积表示负载电功率的大小,坐标点  $(I_2, U_2)$  与原点连线斜率表示负载电阻大小,此时负载阻值为

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2}$$

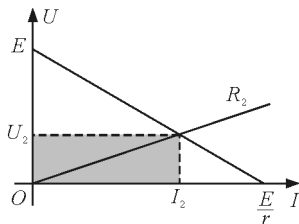


图7 当电流为  $I_2$  时,  $U - I$  图像各部分的物理意义

据  $U = E - Ir$  的  $U - I$  关系图像,由数学关系可知,当在横纵坐标截点连线中点时,阴影面积最大,如图8所示,即中点坐标为  $(\frac{E}{2r}, \frac{E}{2})$ ,最大矩形面积为  $\frac{E^2}{4r}$ .

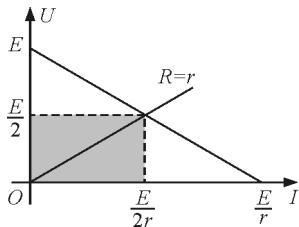


图8 矩形面积最大时所对应的各物理量

通过分析  $U - I$  图像里的矩形面积变化可以推出当  $R = r$  时,电源输出最大功率为

$$P_{\text{出m}} = \frac{E^2}{4r}$$

### 3 结束语

通过上述几种利用数学思想方法的探讨分析,我们能够轻松求得电源最大输出功率的条件及最值,进而方便直接、快捷解决相关直流电路的物理问题,并深知数学知识在解决物理问题方面有着重要的作用.其实很多物理规律都是通过数学建模归纳推导的,希望大家在学习物理的过程中牢牢树立用数学知识解决物理问题的思维和意识,这是学好物理的前提.