



## 分层递进解决圆盘临界问题

任春辉 姜宗祯

(东港市第二中学 辽宁 丹东 118300)

(收稿日期:2018-09-08)

**摘要:**圆盘临界问题是学生学习的难点,根据学生对这个问题的困惑,建立物理模型,分层递进,由浅入深,分设突破点,逐步挖掘圆周运动临界问题的隐含条件,以期学生能形成物理模型最终突破这一难点.

**关键词:**圆盘 临界条件 圆周运动 分层递进

圆周运动的临界问题是近几年高考的热点,下面笔者结合教学实践,具体阐述在圆盘临界问题教学中,如何分层递进,逐步突破教学难点的实践经历.

### 1 建立圆盘基本模型 实现临界问题学习的进阶发展

如图1所示,在水平圆盘上距转轴为 $r$ 处放一质量为 $m$ 的物块,物块与圆盘之间的动摩擦因数为 $\mu$ ,重力加速度大小为 $g$ ,假设最大静摩擦力与滑动摩擦力相等,转动角速度为 $\omega$ .

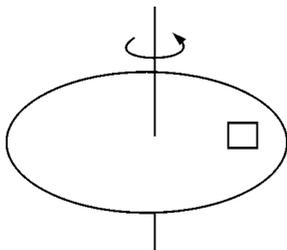


图1 圆盘模型

在“圆周运动的临界问题”的教学中,通过建立圆盘模型,教师可以设置以下几个问题先让学生课前预习,根据所学知识自主推理,然后在课上教师将学生获得的不同结论分组讨论,归纳总结以强化学习效果.

### 2 教师以物理模型为导向 设置问题并逐一分析归纳总结

**问题1:**如图1所示,若物块与圆盘相对静止一

起做匀速圆周运动,小物块受到的静摩擦力为多大?

**解析:**根据题意,物块所受重力与支持力平衡,圆盘对物块的静摩擦力提供匀速圆周运动所需要的向心力,物块相对于转盘有背离圆心的运动趋势,所以静摩擦力 $f$ 方向指向圆心,根据向心力公式可得 $f = m\omega^2 r$ .

**教师点评:**这一问题,我们根据物块做匀速圆周运动,由向心力的供求关系来求摩擦力,体现了应用牛顿第二定律由运动求受力的解题思想.

**问题2:**如图1所示,若 $\mu$ 已知,重力加速度大小为 $g$ ,为了使小物块不滑动, $\omega$ 需要满足什么条件?

**解析:**分析可得 $f_{\text{向}} \leq f_{\text{m}}$ (最大静摩擦力)是物块与圆盘保持相对静止的条件,而物块出现临界状态刚要滑动的临界条件为

$$\begin{aligned} f_{\text{向}} &= f_{\text{m}} & f_{\text{向}} &= m\omega^2 r \\ f_{\text{m}} &= \mu mg \end{aligned}$$

则有

$$\mu mg = m\omega^2 r$$

解得,临界角速度

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

**教师点评:**此问为临界问题,对于临界问题我们需要分析临界状态进而得出临界条件,高中阶段所涉及的含有摩擦力的临界问题,临界条件就是静摩擦力等于最大静摩擦力.

**问题3:**如图2所示,小物块A和B(可视为质

点)放在水平圆盘上,A 质量为  $2m$ , B 的质量为  $m$ , A 与转轴的距离为  $r$ , B 与转轴的距离为  $2r$ ,在上述条件下,若圆盘从静止开始绕转轴缓慢地加速转动, A, B 两个物块哪个先滑动?

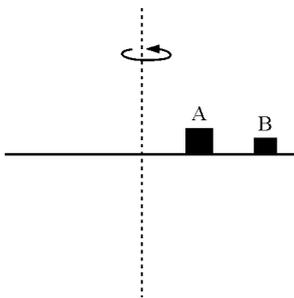


图2 问题3题图

**解析:**根据  $f_{\text{向}} = m\omega^2 r$ , A, B 随圆盘一起运动时,因为两物块的角速度大小相等, B 的转动半径为 A 的 2 倍, A 的质量为 B 的 2 倍,则 A, B 所需向心力相等,可知圆盘对 A, B 的摩擦力也相等. 但圆盘对 A 提供的最大静摩擦力是 B 的 2 倍,当圆盘的角速度增大时 B 所受的静摩擦力先达到最大值,故 B 先达到临界状态,所以 B 一定比 A 先开始滑动.

**教师点评:**此题我们还可以根据问题 2 的启发,写出 A, B 出现临界状态的通式  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$ ,可知 B 的临界角速度较小,可得 B 先达到临界角速度,所以 B 先滑动. 此类问题我们可以进一步推广,物块相对圆盘滑动的临界条件只与物块和转轴的位置有关,与物块的质量无关.

**问题 4:**如图 3 所示,在上述条件下,当细线上出现张力时,圆盘的角速度为多大? 当 A 开始滑动时圆盘角速度为多大?

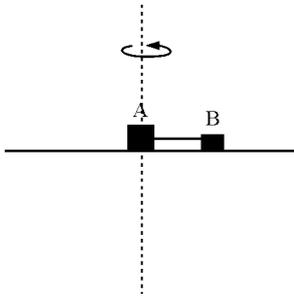


图3 问题4题图

**解析:**最初圆盘转动角速度较小, B 做圆周运动所需向心力由 B 与盘面间的静摩擦力提供. 由公式

$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$  可知,当 B 与盘面间静摩擦力达到最大值时,使细线上出现张力,此时, B 做圆周运动所需向心力由 B 与盘面间的最大静摩擦力和细线的张力共同提供,若继续增大转速, A 与盘面间静摩擦力从零开始增加,当 A 与盘面间静摩擦力达到最大值时, A 将开始滑动. 分析此时 A, B 受力情况如图 4 所示,对物块 A, B 分别由牛顿第二定律列方程得

$$\begin{aligned} f_{A_m} &= F_t \\ f_{B_m} + F_t &= m\omega^2 r \end{aligned}$$

其中

$$f_{A_m} = 2\mu mg \quad f_{B_m} = \mu mg$$

联立解得

$$\omega = \sqrt{\frac{3\mu g}{r}}$$

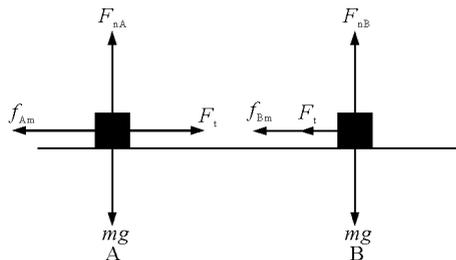


图4 问题4分析

**问题 5:**如图 5 所示,在上述条件下,当细线上出现张力时,圆盘的角速度为多大? 当 A 开始滑动时圆盘角速度为多大? A 即将滑动时,烧断细线, A, B 状态如何?

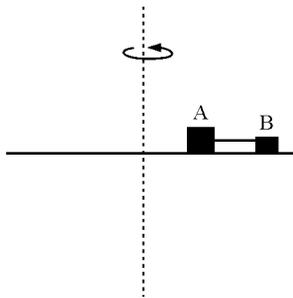


图5 问题5题图

**解析:**最初圆盘转动角速度较小, A, B 随圆盘做圆周运动所需向心力较小,可由 A, B 与盘面间的静摩擦力提供. 由于  $r_B > r_A$ , 由公式  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$  可知,当 B 与盘面间静摩擦力达到最大值时,此时 A 与盘面间静摩擦力还没有达到最大,若继续增大转速,

则 B 将做离心运动而拉紧细线,使细线上出现张力,此时  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{2r}}$ . 当细线上出现张力后,转速越大,细线上张力越大,使得 A 与盘面间静摩擦力增大,当 A 与盘面间静摩擦力也达到最大值时, A 将开始滑动. 分析此时 A, B 受力情况如图 4 所示,对物块 A, B 分别由牛顿第二定律列方程得

$$f_{Am} - F_t = 2m\omega^2 r$$

$$f_{Bm} + F_t = 2m\omega^2 r$$

其中

$$f_{Am} = 2\mu mg$$

$$f_{Bm} = \mu mg$$

联立解得

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3mg}{r}}$$

烧断细线,  $F_t$  消失, A 与盘面间静摩擦力减小, A 之后将继续随圆盘做圆周运动,而 B 由于  $f_{Bm}$  不足以提供向心力而做离心运动.

**教师点评:**问题 4, 5 中,在临界状态下对物块进行受力分析,确定向心力的来源是此类问题的关键. 从两道题中我们可以深刻体会到静摩擦力的被动性、临界性,理解这一点对解决其他涉及静摩擦力的问题有很大的帮助.

**问题 6:**如图 6 所示,在上题基础上,若 A, B 质量相等均为  $m$ , 距离转轴的距离均为  $r$ , 当细线上出现张力时,圆盘的角速度为多大? 随着角速度增加 A, B 能否滑动? 若 A, B 的质量改为  $m, 2m$ , 它们离轴的距离均为  $r$ , 且 A, B 与圆心在一条直线上, 其余条件不变, 此时它们的关系又如何?

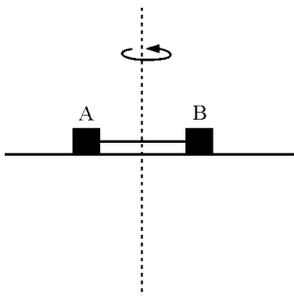


图 6 问题 6 题图

**解析:**由于  $r_B = r_A$ , 当  $\omega$  增大时, A, B 所受的摩擦力将同时达到最大静摩擦力, 即  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$  时, 绳子产生张力. 产生张力后, 当  $\omega$  继续增大时, 由于  $m_A =$

$m_B$ , A 所需要的向心力与 B 相等, 所以 A, B 受到的摩擦力将不变, 且最大静摩擦力与绳的张力的合力提供向心力, 以后稳定地做变速圆周运动, 类似双星模型. 当 A, B 质量不等时, A, B 所受的摩擦力依然同时达到最大静摩擦力, 产生张力后, 当  $\omega$  继续增大时, 由于  $m_A < m_B$ , B 所需要的向心力比 A 的大, 拉力作用后, A 受到的拉力提供的向心力比它所需要的向心力大, 于是 A 受到的摩擦力将变小, 当 A 受到的静摩擦力减小到零时, A 所受摩擦力方向反向, 当 A 增大到最大静摩擦力时, 两者均将滑动. 此时对 A, B 受力分析如图 4 所示, 对物块 A, B 分别由牛顿第二定律列方程得

$$F_t - f_{Am} = m\omega^2 r$$

$$f_{Bm} + F_t = 2m\omega^2 r$$

其中

$$f_{Am} = \mu mg$$

$$f_{Bm} = 2\mu mg$$

联立解得

$$\omega = \sqrt{\frac{3\mu g}{r}}$$

**问题 7:**如图 7 所示, 小物块 A, B, C (可视为质点) 放在水平圆盘上, B, C 质量相等均为  $m$ , A 的质量为  $2m$ , B, C 距离转轴的距离均为  $r$ , A 距离转轴距离为  $2r$ , 在上述条件下, 若圆盘从静止开始绕转轴缓慢地加速转动, C 开始滑动时圆盘的角速度多大?

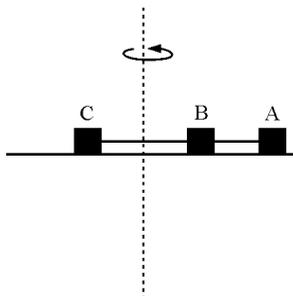


图 7 问题 7 题图

**解析:**由于  $r_A > r_B = r_C$ , 由公式  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$  可知, 当 A 与盘面间静摩擦力达到最大值时, A, B 间的细线上出现张力, 此时  $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{2r}}$ , 当 A, B 间的细线上出现张力后, 转速越大, 细线上张力越大, B, C 与盘

(下转第 70 页)

响,给学生留下一个沉浸式的数字体验过程.表1所示就是使用J2425型可拆变压器原线圈各个不同匝数下有铁芯和无铁芯时的电感实测结果,而指针式万用表只能测出它们的直流电阻,对测量电感则是无能为力.

表1 无铁芯和有铁芯情况下的电感

线圈匝数 / 匝	$L_{\text{无}} / \text{mH}$	$L_{\text{有}} / \text{mH}$
200	1.67	6.67
800	29.30	96.70
1 400	90.60	293.00

物理实验讲究原汁原味,希望用最朴实的仪器来说明最本质的原理.但科学技术日新月异,我们不能总是用老旧的研究方式来引领学生的探究活动,在条件允许的情况下,完全可以借助先进的仪器设

备让学生的探究更便捷,让获得的数据更加准确.数字电表,特别是电感电容表作为一种新型的电学测量器件,让奋战在第一线的物理教师接触后都有一种“相见恨晚”的感觉,于是在各级优质课中频频登场,成为高中物理实验教学中一条亮丽的风景线.

### 参考文献

- 1 赖军,张军朋.“电容器的电容”演示实验的改进和教学的优化设计.物理通报,2018(2):73~76
- 2 尹哲,张亚茹.“电容器的电容”实验教学案例.教育与装备研究,2016(4):45~47
- 3 黄巧曦.浅谈物理概念教学中体现的探究性——由《电动势》的概念教学谈起.物理教学探讨,2011(12):69~71
- 4 刘理.从一个传统实验的创新谈电感电容表的应用.中学物理,2013(9):35~36

(上接第50页)

面间静摩擦力均增大,但同等条件下,B与盘面间的静摩擦力增加的更快(把A、B视为整体),当B与盘面间静摩擦力也达到最大值时,B、C间的细线上出现张力,C的静摩擦力开始减小然后反向增加,当C与盘面间静摩擦力达到最大值时,C开始滑动.分析此时A、B、C受力情况如图8所示,对物块A、B、C分别由牛顿第二定律列方程得

$$f_{A_m} + F_{tBA} = 4m\omega^2 r$$

$$f_{B_m} + F_{tCB} - F_{tAB} = m\omega^2 r$$

$$F_{tBC} - f_{C_m} = m\omega^2 r$$

$$f_{A_m} = 2\mu mg$$

$$f_{B_m} = f_{C_m} = \mu mg$$

联立解得

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

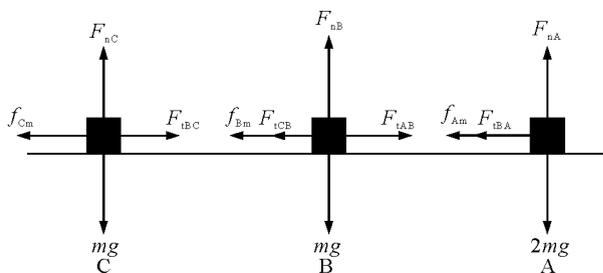


图8 问题7分析图

**教师点评:**问题6和7在处理过程中把握住物块的受力情况分析,并准确判断临界状态是解题的关键.该问题中有一个、两个或者三个临界状态,一个是产生张力,另一个是摩擦力反向,还有一个是物块全部滑动(也有稳定状态的)的情况.

最后,教师通过课前精心设计的7个问题,以物理模型特点为导向,帮助学生突破了圆盘临界问题这一教学难点,圆满地完成了教学任务,同时也提高了学生的解题能力.

### 3 教学反思和建议

通过建立圆盘模型,作为教师再一次体验了教学中基本模型拓展的重要性——培养了学生的发散思维,实现了学生认知结构的转变,让学生认识到物理学科化繁为简的思路.

所以,我们在今后的习题课教学中,要注重思维过程,先把类似的几个问题放在一起比较,举一反三,层层深入,研究其中共同的物理规律,这样更有利于抓住问题的精髓.

### 参考文献

- 1 杨天才.“转盘-双物块”模型图象化处理.教学考试,2017(4):9~11