



机械波和电磁波的多普勒效应的比较

陈伟锋

(宁波市效实中学 浙江 宁波 315012)

(收稿日期:2019-02-21)

摘要:机械波和电磁波(或光)因其产生和传播机制有所差异,使得多普勒效应公式形式不同.机械波的传播需要介质,波源速度、观测者速度、波速都是相对介质的,且三者速度一般相差不大,须考虑波在传播过程中波源和观测者的位移;电磁波(或光)的传播不需要介质,波源速度是以观测者为参考系的,光速不变原理指出,观测者测得的真空中的光速总为 c ,若光源速度接近光速,还应考虑相对论效应.对竞赛学生,能从波在发出和接收时相位随时间变化关系出发推导多普勒效应公式,理解其物理意义和适用条件,直接应用公式解答竞赛试题,有助于减少答题篇幅和时间、提高解答的正确率.

关键词:波源频率 观测频率 相对论效应 多普勒效应 横向多普勒效应 纵向多普勒效应

众所周知,多普勒效应是波源和观测者发生相对运动时,观测频率与波源频率不一致的现象.多普勒效应是波动特有的现象,机械波和电磁波(或光)均具有多普勒效应.尽管如此,它们发生多普勒效应时仍有其各自特点,差异来源于它们产生和传播机制有所不同.机械波的传播需要介质,波速是扰动在介质中传播的速度;而电磁波(或光)的传播不需要介质,光速不变原理指出,相对于观测者,光在真空中的传播速度恒为 c ;机械波的波源相对介质的运动一般远小于光速,光源速度若接近光速,则应考虑相对论效应.正确快速解答此类竞赛试题,要求学生们能推导机械波和光的多普勒效应公式、弄清公式的物理含义和适用条件,这样才能识别试题所涉的多普勒效应特征并直接应用公式进行求解.

1 多普勒效应公式的导出

我们分别就机械波和电磁波(或光)推导出多普勒效应公式,并加以比较.首先,明确两个概念,所谓波源频率就是波源单位时间内发出同相位信号的数目(完整波的数目);观测频率指观测者单位时间内接收到同相位信号的数目(完整波的数目).其次,波源发出波的相位或观测者接收到的波的相位随时间变化的规律相同,均满足

$$d\varphi = 2\pi f dt$$

先讨论机械波的普遍多普勒效应公式,机械波的传播需要介质,设波源在介质中的速度大小为 v_s ,观测者相对介质的速度大小 v_p ,波速大小为 u ,如图1所示.

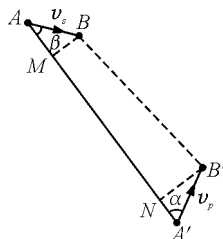


图1 机械波的普遍多普勒效应分析图

设波源 S 在 t_0 时刻位于 A 位置,发出某一相位 φ_0 ,观测者在 $t_1 = t_0 + \frac{AA'}{u}$ 时刻位于 A' 处接收到该相位 φ_0 ;在 $t_0 + dt$ 时刻位于 B 位置时,波源又发出另一相位 φ ,观测者在 $t_2 = t_0 + dt + \frac{BB'}{u}$ 时刻位于 B' 处接收到该相位 φ ;波源和观测者在各自的参考系中分别满足

$$d\varphi = 2\pi f dt \quad d\varphi = 2\pi f' dt' \quad (1)$$

观测者接收到这两个相位的时间差

$$dt' = t_2 - t_1 = dt - \frac{AA' - BB'}{u} \quad (2)$$

如图1所示,过 B 和 B' 作 AA' 垂线垂足为 M 和 N ,由几何关系有

$$AA' - BB' = v_s dt \cos \beta + v_p dt' \cos \alpha \quad (3)$$

式(3)代入式(2),整理得

$$(u + v_p \cos \alpha) dt' = (u - v_s \cos \beta) dt \quad (4)$$

式(4)代入式(1)得

$$f' = \frac{u + v_p \cos \alpha}{u - v_s \cos \beta} f \quad (5)$$

式(5)为一般情况下机械波的多普勒效应公式,应用此式时应特别注意, A 是波源发出某相位时所处的位置, A' 是观测者接收到同一相位时所处的位置,即波源位于 A 和观测者位于 A' 并非在同一时刻.

下面推导电磁波(或光)的多普勒效应公式,电磁波(或光)与机械波有两点区别:一是电磁波(或光)的传播不需要介质,观测者所测得的真空中的光速总为 c ;二是当光源速度接近光速 c 时,还应考虑光源参考系和观测者参考系中时间的相对性,如图2所示.

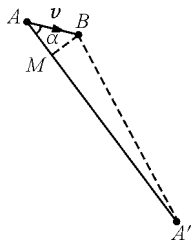


图2 观测者参考系中的电磁波多普勒效应分析图

在观测者参考系中,设光源速度大小为 v ,在 t_0 时刻光源位于 A 处,发出一相位为 φ_0 的光信号,位于 A' 的观测者接收到此光信号的时刻 $t_1 = t_0 + \frac{AA'}{c}$;在 $t_0 + dt$ 时刻,光源位于 B 处,又发出一相位为 φ 的光信号,则观测者将在 $t_2 = t_0 + dt + \frac{BA'}{c}$ 接收此信号;在光源和观测者各自参考系中分别有

$$d\varphi = 2\pi f dT \quad d\varphi = 2\pi f' dT' \quad (6)$$

其中, dT 为光源参考系中发出两光信号的时间,是固有时,由于时间膨胀效应,它与观测者所测得的发出两光信号的运动时 dt 之间应满足

$$dt = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} dT \quad (7)$$

观测者接收两光信号的时间间隔

$$dT' = t_2 - t_1 = dt + \frac{BA' - AA'}{c} \quad (8)$$

由几何关系

$$AA' - BA' = v dt \cos \alpha \quad (9)$$

联立式(6)~(9)得

$$f' = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha} f \quad (10)$$

式中因子 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 是因时间膨胀引入的,光源速度远小于 c 时

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{v^2}{2c^2}$$

因子 $\frac{v}{c} \cos \alpha$ 为光源运动引入的,由此得出以下结论.

(1) 若光源速度 $v \ll c$,则

$$f' = \frac{1 - \frac{v^2}{2c^2}}{1 - \left(\frac{v}{c} \cos \alpha\right)^2} \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha\right) f$$

取一级近似得

$$f' = \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha\right) f \quad (11)$$

(2) 若 $\alpha = 0$ 或 $\alpha = \pi$,则

$$f' = \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} f \quad (12)$$

此时光源向着或背离观测者运动,称为纵向多普勒效应.

(3) 若 $\alpha = \frac{\pi}{2}$,则

$$f' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} f \quad (13)$$

此时光源速度与两者连线垂直,称为横向多普勒效应,是光特有的现象.

2 竞赛试题解析

2.1 机械波的多普勒效应

【例1】(第22届全国复赛试题)两辆汽车 A 与 B ,在 $t=0$ 时从十字路口 O 处分别以速度 v_A 和 v_B 沿水平的、相互正交的公路匀速前进,如图3所示.汽车 A 持续地以固定的频率 ν_0 鸣笛,求在任意时刻 t 汽车 B 的司机所检测到的笛声频率.已知声速为 u ,且当然有 $u > v_A, v_B$.

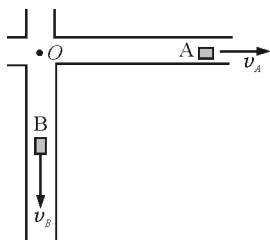


图 3 例 1 题图

分析与解: 本题为机械波的多普勒效应, 而且波源和观测者相对介质的速度与两者连线不在一条直线上, 可直接应用式(5), 代入相关数据计算, 应用此式要注意两点, 一是由于车速相对于声速并不能忽略, 波源和观测者的连线并不是同一时刻的位置连线; 二是本题中速度与连线的夹角均为钝角, 应取负值, 即两车速度在连线上的分速度与两者相背离。

题中, 汽车 B 上司机为观测者, 汽车 A 为波源, 如图 4 所示。

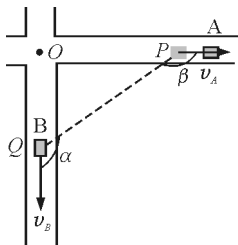


图 4 以 B 中的司机为观测者, A 为波源的图示

设在时刻 t 汽车 B 位于 Q 处正接收到相位 φ , 此相位是汽车 A 在更早的时刻 $t - \Delta t$ 位于 P 处发出的, 而声音从 P 传到 Q 处的时间为 Δt , 有

$$OQ = v_B t \quad OP = v_A(t - \Delta t) \quad PQ = u\Delta t \quad (14)$$

由几何关系

$$PQ^2 = OP^2 + OQ^2$$

$$\cos \alpha = -\frac{OQ}{PQ} \quad \cos \beta = -\frac{OP}{PQ} \quad (15)$$

由式(14)、(15) 解得

$$\Delta t = \frac{\sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2} - v_A^2 t}{u^2 - v_A^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{v_B t}{u\Delta t} \quad \cos \beta = \frac{v_A(t - \Delta t)}{u\Delta t} \quad (16)$$

将式(16) 代入式(5), 得

$$\nu = \frac{u^2 - \sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2}}{u^2 - v_A^2} \nu_0$$

2.2 电磁波(或光)的多普勒效应

【例 2】(第 32 届全国复赛试题) 如图 5 所示, 飞机在距水平地面(xz 平面) 等高的航线 KA(沿 x 正方向) 上, 以大小为 v (v 远小于真空中的光速 c) 的

速度匀速飞行; 机载雷达天线持续向航线正右侧地面上的被测固定目标 P 点(其 x 坐标为 x_P) 发射扇形无线电波束(扇形的角平分线与航线垂直), 波束平面与水平地面交于线段 BC (BC 随着飞机移动, 且在测量时应覆盖被测目标 P 点), 取 K 点在地面的正投影 O 为坐标原点. 已知 BC 与航线 KA 的距离为 R_0 . 天线发出的无线电波束是周期性的等幅高频脉冲余弦波, 其频率为 f_0 .

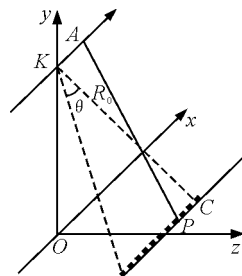


图 5 例 2 题图

(1) 已知机载雷达天线经过 A 点(其 x 坐标为 x_A) 及此后朝 P 点相继发出无线电波信号, 由 P 反射后又被机载雷达天线接收到, 求接收到的回波信号的频率与发出信号的频率之差(频移)。

(2) 已知 BC 长度为 L_s , 讨论上述频移分别为正、零或负的条件, 并求出最大的正、负频移。

(3) 已知 $R_0 \gg L_s$, 求从 C 先到达 P 点, 直至 B 到达 P 点过程中最大频移与最小频移之差(带宽), 并将其表示成扇形波束的张角 θ 的函数. 已知: 当 $|y| \ll 1$ 时, $\sqrt{1+y^2} \approx 1 + \frac{y^2}{2}$.

分析与解: 本题为电磁波的多普勒效应, 由于飞机速度 v 远小于真空中的光速 c , 故不必考虑相对论效应, 用式(11) 即可; 因飞机与地面 P 点距离相对电磁波速度 c 极短, 飞机发出信号到接收到回波信号的时间内, 飞机的位移可以忽略不计。

(1) 如图 6 所示, 在 KA 和 BC 所在的平面内, 连 A 和 P 并过 P 点做 KA 垂线交 KA 于 Q.

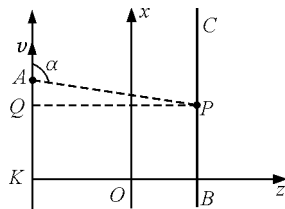


图 6 (1) 间分析图

由几何关系得

$$\cos \alpha = \frac{x_P - x_A}{\sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}} \quad (17)$$

故 P 接收到的频率

$$f_1 = \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha\right) f_0 \quad (18)$$

式(17)代入式(18)得

$$f_1 = \left[1 + \frac{v}{c} \frac{x_P - x_A}{\sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}}\right] f_0 \quad (19)$$

由于 $v \ll c$, 故不必考虑从发出信号到接收到回波信号过程中飞机的位移。

同理, 飞机接收到的信号频率

$$f_2 = \left[1 + \frac{v}{c} \frac{x_P - x_A}{\sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}}\right] f_1$$

将式(19)代入得

$$f_2 = \left[1 + \frac{v}{c} \frac{x_P - x_A}{\sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}}\right]^2 f_0$$

取一级近似得

$$f_2 \approx \left[1 + 2 \frac{v}{c} \frac{x_P - x_A}{\sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}}\right] f_0 \quad (20)$$

$$\text{则, 频移为 } \Delta f = \frac{2v(x_P - x_A)}{c \sqrt{R_0^2 + (x_P - x_A)^2}} f_0 \quad (21)$$

(2) 分析图如图 7 所示。

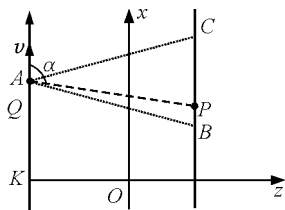


图 7 (2) 问分析图

由式(5)可知, 当 $x_P > x_A$ 时频移为正, 当 $x_P = x_A$ 时频移为零, 当 $x_P < x_A$ 时频移为负; 最大正负频移为

$$\begin{aligned} \Delta f_{\max} &= \frac{2vL_s}{c \sqrt{4R_0^2 + L_s^2}} f_0 \\ \Delta f_{\min} &= -\frac{2vL_s}{c \sqrt{4R_0^2 + L_s^2}} f_0 \end{aligned} \quad (22)$$

(3) 结合式(22)得带宽

$$\Delta f' = \Delta f_{\max} - \Delta f_{\min} = \frac{4vL_s}{c \sqrt{4R_0^2 + L_s^2}} f_0$$

当 $R_0 \gg L_s$ 时, 有

$$\theta \approx \frac{L_s}{R_0}$$

$$\text{故 } \Delta f' = \frac{2v}{c} \left(1 + \frac{\theta^2}{8}\right) f_0 \approx \frac{2v}{c} \theta f_0$$

从以上两题的解析我们不难发现, 对机械波, 波源速度一般都远小于光速, 与波速相差不大, 不必考虑相对论效应, 但应考虑波在传播过程中波源或观测者相对介质的位移。对于电磁波或光, 需要明确波源速度与光速的大小关系, 确定是否要考虑相对论效应。只要明确公式的适用条件和物理含义, 对此类试题不必从最基本的相位和时间关系出发去解答, 从而可以减少答题篇幅, 节省解答时间。

参考文献

- 1 赵凯华. 新概念物理教程 力学. 北京: 高等教育出版社, 2004

(上接第 54 页)

不明。其次是“启发性原则”, 问题缺乏思考的价值, 难以促进学生积极思考。

同时, 也要注意教学的多样性和实践性, 佐滕学先生指出“忽略教室的多样性和在其中发生的事情的固有性, 仅一般性地议论教学是非常空洞而没有什么意义的。”^[6] 提高教师自身的课堂提问能力, 其困难并不在于教师的认识层面, 而在于作为教师自身既要不断加强教育理论的学习, 又要敢于大胆进行实践探索。能力的获得通常需要一个过程, 习惯的改变更是一个长期、艰难的过程。要提高教师的课堂提问能力, 除了教师自身的不断学习、思考、实践外, 作为教师培训工作还需要多开设一些设计有结构、有层次的参与式系列培训课程, 让教师们在真实或仿真的环境中去实践, 去反思, 只有培训机构和本

人坚持不懈的努力, 才能让教师不断从合格走向优秀, 从优秀走向卓越。

教育教学是一种无止境追寻的过程。提升教师课堂提问的能力, 需要我们持续的努力。

参考文献

- 1 戴金平. 初中物理教学中“学生不配合”现象的剖析与探索. 中学物理教学参考, 2016(5): 38 ~ 40
- 2 王安民. 中学物理教学策略 —— 物理教师的九项修炼. 重庆: 重庆出版社, 2009. 74 ~ 121
- 3 中华人民共和国教育部制定. 普通高中物理课程标准 (2017 年版). 北京: 人民教育出版社, 2017. 58 ~ 59
- 4 南希·塞西尔, 珍妮·法菲尔. 老师如何提问, 学生才会思考. 北京: 中国青年出版社, 2016. 008 ~ 046
- 5 郑青岳. 郑青岳科学教育讲演录. 杭州: 浙江教育出版社, 2015. 114 ~ 140
- 6 佐滕学. 静悄悄的革命. 长春: 长春出版社, 2003. 12 ~ 18, 57 ~ 63