

一道机械能守恒问题引发的思考

潘文清

(南京市金陵中学 江苏 南京 210016)

(收稿日期:2019-04-02)

摘要:机械能守恒定律的应用是高中物理学习的重点和难点,结合自身学习体会,从典型问题出发,笔者提出应用机械能守恒定律解题的思路,即确定研究对象,分析运动过程和运动状态,选用相应定律,求解未知量。

关键词:机械能守恒 运动过程 状态分析

机械能守恒定律是很多物理现象遵循的重要规律,因此被列为高中物理的重要内容,也是高考的必考内容之一.机械能守恒定律涉及的问题一般难度大,较为灵活,综合性强,解题过程复杂,从而成为高中物理学习的重点和难点.

笔者在学习过程中发现,应用机械能守恒定律解题需要明确以下3点:(1)研究对象是什么,即哪个物体或者哪些物体组成的系统机械能守恒;(2)运动过程是什么,即上述研究对象在哪个运动过程中机械能守恒;(3)运动状态是什么,即上述运动过程的初始运动状态和结束运动状态是什么.值得注意的是,机械能中的势能(重力势能和弹性势能)与位置有关,而机械能中的动能与速度有关,因此这里的运动状态指位置和速度.

1 典型问题

【例1】图1所示轻质弹簧的劲度系数为 κ ,其一

端固定于水平地面,另一端与质量为 m_A 的物块A相连并在高度 h_1 处平衡静止不动,质量为 m_B 的物块B从 h_2 的高度无初速度自由下落至高度 h_1 ,在高度 h_1 处与物块A接触后两物块粘连在一起并获得共同的速度(可以认为这一阶段是在瞬间发生的),

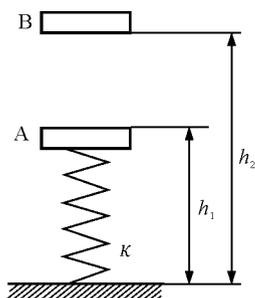


图1 例1情境图

然后两物块继续向下运动并压缩弹簧,求弹簧的最大压缩量.

根据题意,分析出本题的3个运动过程和4个运动状态(位置和速度),如图2所示,其中状态2为物块B刚刚接触物块A的瞬时,此时物块A的速度仍为零,状态3为物块B与物块A粘连在一起,并获得共同速度的瞬时.

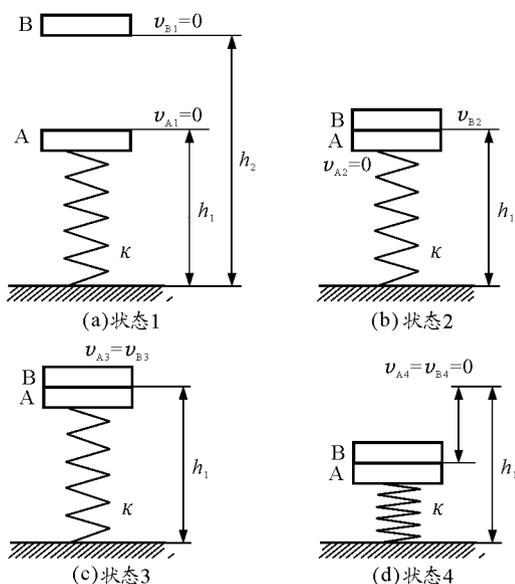


图2 例1情境的状态分析

(1)运动过程 I:状态1—状态2.这一过程中物块B为自由落体运动,只有重力做功,其机械能守恒,也就是说,物块B在运动过程 I 中状态1的机械能和状态2的机械能相等,于是有

$$m_B gh_2 = m_B gh_1 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 \quad (1)$$

解得 $v_{B2} = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$

(2) 运动过程 II: 状态 2—状态 3. 根据题意, 这一过程是瞬间发生的, 故两物块的位置没有变化, 但两物块的速度均有突变, 假设 $v_{A3} = v_{B3} = v_3$, 则物块 A 的速度由零突变为 v_3 , 物块 B 的速度由 v_{B2} 突变为 v_3 , 因此无论是物块 A 和弹簧组成的系统的机械能, 还是物块 B 的机械能, 亦或是物块 A、弹簧以及物块 B 组成的系统的机械能都不守恒(两物块之间的接触力做功). 但由于这一过程是瞬间发生的, 所以两物块组成的系统的动量守恒, 也就是说, 两物块组成的系统在运动过程 II 中状态 2 的动量和状态 3 的动量相等, 于是有

$$m_B v_{B2} = m_A v_3 + m_B v_3 \quad (2)$$

解得

$$v_{A3} = v_{B3} = v_3 = \frac{m_B}{m_A + m_B} \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$

(3) 运动过程 III: 状态 3—状态 4. 这一过程中两物块一起向下运动压缩弹簧, 重力和弹力做功, 两物块和弹簧组成的系统机械能守恒, 也就是说, 两物块和弹簧组成的系统在运动过程 III 中状态 3 的机械能和状态 4 的机械能相等, 于是有

$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) v_3^2 + (m_A + m_B) gh_1 + \frac{1}{2} \kappa x^2 = (m_A + m_B) g(h_1 - a) + \frac{1}{2} \kappa (x + a)^2 \quad (3)$$

其中 x 为状态 3(亦为状态 1) 弹簧的压缩量, 根据物块 A 的重力和弹簧的弹力相等, 有 $m_A g = \kappa x$, 得

$$x = \frac{m_A g}{\kappa}$$

将其代入上式, 解得

$$a = \frac{m_B g}{\kappa} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{(m_A + m_B)g}} \right]$$

和

$$a = \frac{m_B g}{\kappa} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{(m_A + m_B)g}} \right] \text{ (舍去)}$$

最后得弹簧的最大压缩量

$$\delta = x + a =$$

$$\frac{(m_A + m_B)g}{\kappa} + \frac{m_B g}{\kappa} \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{(m_A + m_B)g}} \quad (4)$$

2 几点思考

2.1 常见错误

求解本题的一个常见错误就是认为两物块和弹簧组成的系统在全过程中机械能守恒, 也就是说, 两物块和弹簧组成的系统在全过程中状态 1 的机械能和状态 4 的机械能相等, 于是有

$$m_A gh_1 + m_B gh_2 + \frac{1}{2} \kappa x^2 = (m_A + m_B) g(h_1 - a) + \frac{1}{2} \kappa (x + a)^2 \quad (5)$$

解得

$$a = \frac{m_B g}{\kappa} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{m_B g}} \right]$$

和 $a = \frac{m_B g}{\kappa} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{m_B g}} \right]$ (舍去)

最后得弹簧的最大压缩量

$$\delta = x + a = \frac{(m_A + m_B)g}{\kappa} + \frac{m_B g}{\kappa} \sqrt{1 + \frac{2\kappa(h_2 - h_1)}{m_B g}} \quad (6)$$

产生错误的原因是没有注意到在运动过程 II 中两物块之间的接触力做功使得两物块和弹簧组成的系统的机械能减少而不守恒. 为了避免这一错误, 需要分析物块在运动过程中有没有速度突变.

2.2 举一反三

在上述典型问题中, 如果没有物块 A(即 $m_A = 0$), 物块 B 在高度 h_1 处与弹簧接触并粘连在一起, 其他条件不变. 将 $m_A = 0$ 代入式(4)和式(6)得到同样的结果. 事实上, 由式(2)可知物块 B 的速度没有突变, 物块 B 和弹簧组成的系统在运动过程 II 中机械能守恒, 从而物块 B 和弹簧组成的系统在全过程中机械能守恒.

在上述典型问题中, 如果 $h_2 = h_1$, (即物块 B 在高度 h_1 处静止释放), 其他条件不变. 将 $h_2 = h_1$ 代入式(4)和式(6)得到同样的结果. 事实上, 这时就没有运动过程 I, 将 $v_{B2} = 0$ 代入式(2)得 $v_{A3} = v_{B3} = v_3 = 0$, 物块 A 和物块 B 均没有速度突变, 所以两物块和弹簧组成的系统在运动过程 II 中机械能守恒, 从而两物块和弹簧组成的系统在全过程中机械能守恒.

2.3 类似问题

【例 2】如图 3 所示, 长为 L 的细绳一端固定在 O 点, 另一端系一质量为 m 的小球, 开始时小球位于 A

点, OA 与水平线的夹角为 30° 且 $OA = L$. 若将小球由 A 点静止释放, 求小球运动到最低位置的速度.

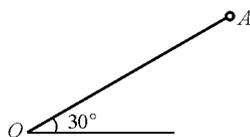


图3 例2情境图

根据题意, 分析出本题的3个运动过程和4个运动状态(位置和速度), 如图4所示.

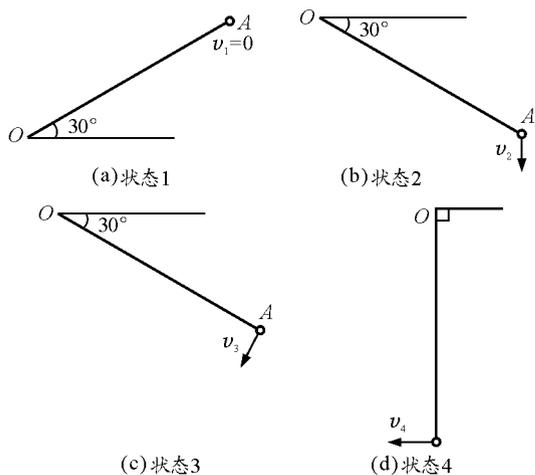


图4 例2情境的状态分析

其中状态2为细绳即将绷紧前的瞬时, 此时小球的速度向下, 状态3为细绳刚刚绷紧的瞬时, 此时小球的速度变为垂直于细绳, 状态4为小球到达最

低位置的瞬时. 运动过程 I (状态1—状态2) 为小球的自由落体运动, 小球机械能守恒; 运动过程 II (状态2—状态3) 小球的速度方向发生突变, 小球机械能不守恒, 但小球在垂直于细绳方向的动量守恒; 运动过程 III (状态3—状态4) 为小球以 O 为圆心、 L 为半径的圆周运动, 小球机械能守恒. 具体计算请读者自己完成.

3 结束语

总之, 应用机械能守恒需要明确哪个(或哪些)物体组成的系统在哪个运动过程的初始运动状态与结束运动状态的机械能相等. 此外, 如果物体的运动速度(大小或方向)在运动过程中有突变, 则该物体在这一运动过程的机械能一定是不守恒的, 包含该物体在内的系统的机械能在这一个运动过程也一定是不守恒的. 需要注意的是, 如果物体的运动速度在运动过程中没有突变, 一般不能得出机械能一定守恒的结论.

参考文献

- 1 周家宝. 机械能守恒判断中的“陷阱”. 数理化解题研究: 高中版, 2005(11): 36
- 2 苏宏. 走出机械能守恒解题的误区. 考试周刊, 2017(69): 160
- 3 张临斌. 应用机械能守恒定律时的七大误区. 湖南中学物理, 2019(2): 31 ~ 32

(上接第125页)

参考文献

- 1 黄俊嘉, 余志贤, 陈锐, 等. 智能汽车系统模糊方向控制的分析. 电子技术应用, 2018, 44(09): 21 ~ 23
- 2 唐小煜, 劳健涛, 李智豪, 等. 追寻信标的智能车最优导航策略. 物理实验, 2018, 38(07): 43 ~ 46, 50

- 3 谢丹妮. 直立智能车运动控制设计与实现: [硕士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2017
- 4 丁鹏. 自寻迹智能车 PID 控制研究: [硕士学位论文]. 衡阳: 南华大学, 2018
- 5 吴祥. 基于电磁导航智能车的控制研究及实现: [硕士学位论文]. 芜湖: 安徽工程大学, 2016

Application on Motor PID Closed-loop System in Smart Car

Wu Xuhui Li Jinglin Guo Ruikun Zhong Yuanqian Tang Xiaoyu

(School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006)

Abstract: The "NXP Cup" national college student smart car competition has high requirements for the stability and speed of the smart car. Therefore, it is extremely important to achieve precise control of the speed of the car model through a complete PID closed-loop control system. This paper proposes a closed-loop control system based on the combination of Omron encoder and PID algorithm to achieve precise control of the speed of the smart car. The experimental results show that the design method of the system is simple and effective, and it can better control the speed of the car.

Key words: encoder; PID closed loop control; speed control; smart car competition