

地磁场水平分量的测量

陈易楠 许易成 郑琦

(浙江省萧山中学 浙江 杭州 311201)

(收稿日期:2019-06-04)

摘要:首先用反转法粗略测定了地磁场水平分量的大小,考虑到这种方法误差较大,所以利用补偿法进行了修正,得到了较为精确的数值;再用电流叠加法重新测量了地磁场的水平分量,并使用最小二乘法进行了直线拟合,两者的结果非常接近.

关键词:反转法 环形电流 直线电流 地磁场 最小二乘法

2019年5月我校举行了第二届青年物理学家锦标赛,其中一个问题是:地磁场的存在保护了人类的安全,请你设计实验测定当地的地磁场的磁感应强度大小和方向.

我们小组使用两种方法测量了地磁场.

1 反转法

1.1 原理介绍

如图1所示,通电螺线管在内部轴线某点 O 产生的磁场大小为 $B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$,其中 μ_0 为真空磁导率, n 为线圈单位长度的匝数, I 为通入的电流, θ_1, θ_2 如图1所示.

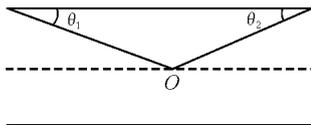


图1 原理图

螺线管反转法是将一南北指向的小磁针平行置于一螺线管轴线位置,通过逐渐增大螺线管中的电流,直至螺线管在轴线处产生的与地磁场反向的磁场恰好令小磁针发生反转,则认为此时螺线管在磁针处产生的磁感应强度近似等于地磁场的水平分量^[1].

螺线管反转法虽然相对巧妙地通过磁针的反转近似测得了地磁场水平分量的大小,但由于磁针本

身阻力矩的存在,以及所取电流值为磁针已经发生反转时的电流值,最终测得的地磁场不可避免地会大于真值,并且将磁针置于螺线管内进行实验,对实验的观察也带来了较大的不便.

1.2 改进

针对磁针观察不便的问题,我们将磁场发生装置删繁就简,退化为一用 N 匝线圈在同一圆环上环绕产生的导线环,设电流为 I ,圆环半径为 a ,由毕奥-萨伐尔定律可知环形电流在距中心轴线 r 处的磁场大小 $B(r)$ 为^[2]

$$B(r) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2 (r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

再利用与之前类似的反转法对地磁场大小进行测量.

针对磁针本身阻力矩的影响以及反转磁场大于地磁场的系统误差,我们通过正反补偿来进行一定的修正,即通过增大电流直至磁针反转时,测得第一组电流大小 I_1 ,再减小电流至磁针再次反转恢复原指向时测得第二组电流 I_2 ,取

$$I = \frac{1}{2} (I_1 + I_2)$$

代入上述 $B(r)$ 的公式计算得到的磁场即认为是补偿之后相对精确的地磁场大小.为呈现补偿法的效果,我们进行了有无使用补偿法的两组实验并进行结果的比较.

1.3 实验步骤和仪器介绍

(1) 在塑料圆环上紧密缠绕了7匝的线圈并将进出圆环的两根导线并成一根以排除其电流磁效应的影响。

(2) 用直尺测量圆环的半径 a 。

(3) 如图2所示连接电路。

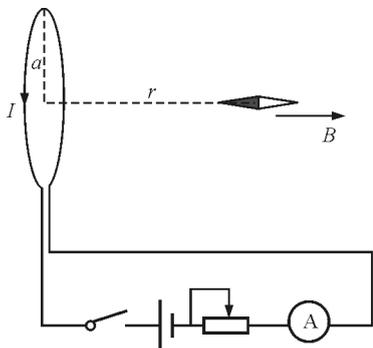


图2 实验连接电路

(4) 固定导线环并将磁针平行置于其轴线上,使磁针所指方向与导线环所在平面垂直,记录磁针中心到导线环面的距离 r 。

(5) 接通电源,调节滑动变阻器缓慢增大直至磁针恰好反转记录电流表的示数 I_1 ,再逐渐减小电流直至小磁针恢复原指向,记录此时电流表的示数 I_2 。

(6) 改变 r 的值,进行多次测量,记录多组 I_1, I_2 的值。

(7) 数据处理,并计算不确定度。

(8) 利用相同装置在不使用补偿法的前提下重复上述实验,计算结果进行对比。

本实验采用的环形电流共有 $N=7$ 匝,半径 $a=3$ cm。

1.4 实验结果

未使用补偿改进的反转法实验结果如表1所示,使用补偿改进的反转法实验结果如表2所示。

表1 未使用补偿改进的反转法实验结果

$N=7$ 匝 半径 $a=3$ cm

次数	电流 I/A	r/cm	$B/(\times 10^{-5} T)$
1	0.31	1.60	3.12
2	0.36	2.00	3.04
3	0.40	2.30	2.93
4	0.53	2.80	3.03
5	0.64	3.20	3.00

可得

$$B = (3.02 \pm 0.03) \times 10^{-5} T$$

其不确定度由公式^[4]

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (N_i - \bar{N})^2}{n-1}}$$

给出。

表2 使用补偿改进的反转法实验结果

$N=7$ 匝 半径 $a=3$ cm

次数	I_1/A	I_2/A	I/A	r/cm	$B/(\times 10^{-5} T)$
1	0.36	0.34	0.35	2.30	2.56
2	0.39	0.35	0.37	2.60	2.31
3	0.42	0.40	0.41	2.90	2.23
4	0.56	0.44	0.50	3.20	2.34
5	0.65	0.53	0.59	3.50	2.38

可得

$$B = (2.37 \pm 0.07) \times 10^{-5} T$$

可以看到使用补偿法后测得的磁场的磁感应强度大小明显小于未使用补偿法时测得的磁感应强度大小,说明补偿法较好地排除了阻力矩以及反转产生的系统误差。

1.5 再改进

自始至终,我们利用磁场发生装置产生平行于地磁场方向的磁场进行实验,但难免存在以下误差:

- ① 如何保证小磁针与地磁场严格平行;
- ② 电流产生的磁场并不均匀;
- ③ 磁针有一定的尺度,它的中心难以确定。

因此我们考虑改进实验,利用通电直导线产生垂直于地磁场方向的磁场,二者的叠加场令小磁针进行偏转。

2 直线电流叠加法

2.1 原理简析

无限长通电直导线 I 在 r 处产生的磁感应强度大小为^[3]

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1)$$

如图3所示,将通电直导线平行于地磁场方向放置,并在其下方放置一小磁针,便可由小磁针的偏

转角 θ 得到通电直导线产生的磁场与地磁场磁感应强度的比值,即

$$\cot \theta = \frac{B_{\text{地}}}{B_{\text{电}}} \quad (2)$$

由式(1)、(2)可得

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_{\text{地}}} \cot \theta \quad (3)$$

即 r 与 $\cot \theta$ 成线性关系,所以,只要测得一系列 r 与 θ 的值,便可得出地磁场的大小.

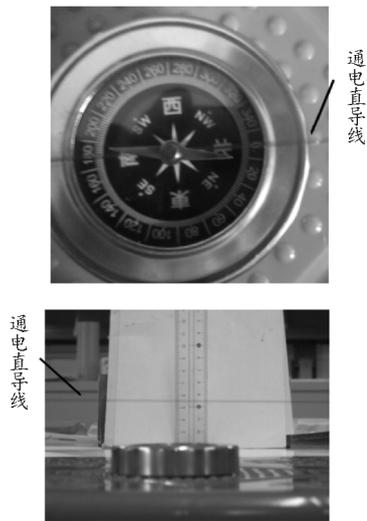


图3 直线电流叠加法实验装置图

本实验采用最小二乘法进行数据处理,即对所得的数据点进行直线拟合^[5],所得斜率为

$$k = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_{\text{地}}}$$

变形得

$$B_{\text{地}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi k} \quad (4)$$

值得注意的是,由于采用了最小二乘法,所以所测距离 r 并不必须为磁针中心与直导线的距离,只要使 r 的零点相同,所得直线只是将标准直线进行上下平移,对斜率并无影响.

2.2 实验过程及结果展示

按如图4所示连接电路,断开开关,使长直导线与小磁针初始指向平行.

调整导线与小磁针距离,记录数据 r , 闭合开关,记录电流 I 和小磁针偏转角度 θ , 改变导线与小磁针距离 r , 用滑动变阻器保持电流不变,记录多组 r 与 θ 的数据,对所得结果进行数据处理,分析得到

结论.

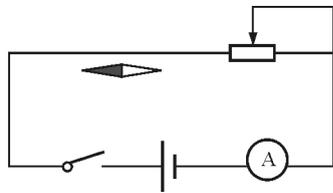


图4 直线电流叠加法电路图

本次实验中,电流保持 $I = 0.7 \text{ A}$ 不变. 实验结果如表3所示.

表3 直线电流叠加法实验结果

$I = 0.7 \text{ A}$	r/cm	$\theta/(\text{°})$	$\cot \theta$
1	2.78	10.5	5.395 5
2	2.98	10.0	5.671 3
3	3.12	9.6	5.912 4
4	3.38	9.1	6.243 2
5	3.58	8.7	6.535 0
6	3.71	8.1	7.026 4
7	3.93	7.8	7.300 2
8	4.14	7.6	7.494 7

利用最小二乘法做出拟合直线如图5所示.

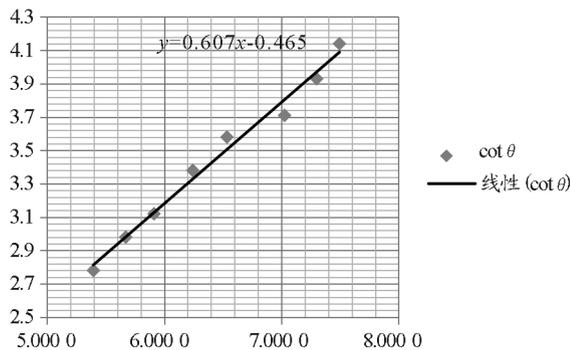


图5 最小二乘法拟合直线

将 $I = 0.7 \text{ A}$, $k = 0.607 6$ 代入式(4)可得

$$B = 2.31 \times 10^{-5} \text{ T}$$

2.3 误差分析

(1) 小磁针转动存在阻力,所指向不是精确的合场强方向.

(2) 各类仪器本身的系统误差和读数时的偶然误差的影响,电流尽管有调整但无法保证每次数值都完全相同.

(3) 磁针偏转角由量角器测出,读数有误差.

(4) 外界电路,金属等物品对所测磁场有干扰.

$\theta_1 = \theta_2$ 计算得

$$\frac{\Delta B}{B} \leq 1\%$$

完全可以忽略不计,故用无限长通电直导线的磁感应强度公式不会造成太大的误差.

3 小结说明

(1) 两次实验的结果

$$B = (2.37 \pm 0.07) \times 10^{-5} \text{ T}$$

和

$$B = 2.31 \times 10^{-5} \text{ T}$$

非常接近,并与真值符合得很好.

(2) 实验二所用导线不可能为无限长,对此产生的系统误差进行如下说明.

有限长直导线在 r 处的磁场大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$$

本实验中,测得导线长度 $l = 1.63 \text{ m}$,假定距离 $r = 0.1 \text{ m}$ (已经大于本实验中的最大距离取值),取

参考文献

- 1 叶军,黄彦焱.地磁场三要素的测定.中学物理,2012,30(17):64~65
- 2 程稼夫.中学奥林匹克竞赛物理教材—电磁学篇(第2版).合肥:中国科学技术大学出版社,2014.290
- 3 程稼夫.中学奥林匹克竞赛物理教材—电磁学篇(第2版).合肥:中国科学技术大学出版社,2014.292~293
- 4 吕思骅.全国中学生物理竞赛实验指导书.北京:北京大学出版社,2018.7~9
- 5 吕思骅.全国中学生物理竞赛实验指导书.北京:北京大学出版社,2018.3

(上接第124页)

依赖于所有质点的坐标,而不依赖于速度.从 Newton 第二定律也可以看出质点的加速度矢量 $\frac{dv_a}{dt}$ 也只是坐标的函数.

3.4 Newton 第三定律

很自然地就可以将上述讨论推广到非封闭质点系.由于总可以得到一个更大的封闭系统,所以,所有上面的讨论均成立.

运动方程仍可为

$$m\dot{v} = -\frac{\partial U}{\partial r}$$

设有两个相互独立的封闭系 A 与 B , 其二者的 Lagrange 量分别为

$$\begin{cases} L_A = \frac{m_a v_a^2}{2} - U(r_a) \\ L_B = \frac{m_b v_b^2}{2} - U(r_b) \end{cases}$$

若选取一个更大的系统,使之包含 A 与 B 两个子系统.则 A 和 B 可视为开放系统而 C 为封闭系统.

这样一来,由之前的讨论可知

$$L_C = L_A + L_B$$

且

$$L_C = \frac{m_C v_C^2}{2}$$

所以有

$$U(r_a) = -U(r_b)$$

进一步有

$$\frac{\partial U(r_a)}{\partial r} = -\frac{\partial U(r_b)}{\partial r}$$

可见两体系的相互作用力大小相等、方向相反、性质相同、同时产生同时消失且作用于不同的系统之上.此即 Newton 第三定律.

4 结束语

至此,从力学最基本的最小作用量原理导出最一般的力学体系所遵守的规律.可见,所有的经典力学的结论都可以基于最小作用量原理和均匀时空假设得到.整个推导过程有益于掌握更本质的物理内涵,明确基本物理意义且对研究更加基本的物理学有一定的启发作用.

参考文献

- 1 Landau. mechanics. Beijing: Higher Education Press fifth edition, 2008
- 2 Peskin. An Introduction to Quantum Field Theory. 2006 (Westview Press)
- 3 王正行. 简明量子场论. 北京: 北京大学出版社, 2008
- 4 赵凯华. 新概念物理教程——力学. 北京: 高等教育出版社, 2008